
Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften ...
Königliche Akademie der Wissenschaften zu Berlin
Digitized by Google


UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT
Digitized by Google



NOUVEAUX MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES.

ANNÉE MDCCLXXV.

AVEC L'HISTOIRE POUR LA MÊME ANNÉE.



A BERLIN.

CHEZ CHRÉTIEN FRÉDERIC VOSS.

MDCCLXXVII.



HISTOIRE

DE

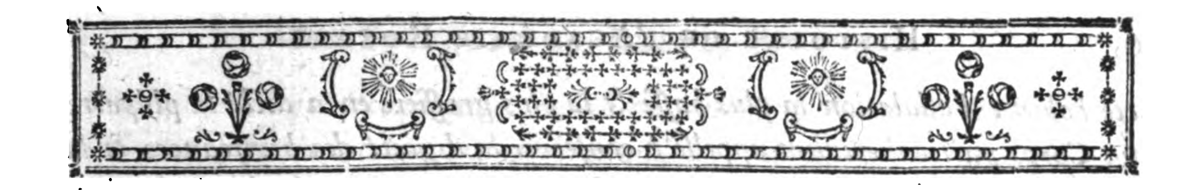
L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.



HISTOIRE
DE L'ACADÉMIE.

MDCCLXXV.

ASSEMBLÉES PUBLIQUES.

L'Assemblée publique destinée à célébrer l'anniversaire de la naissance du Roi, s'est tenue le Jeudi 26 Janvier.

M. le Conseiller Privé *Formey*, Sécretaire perpétuel, a fait l'ouverture de la séance par le Discours suivant.

MESSIEURS,

Appellé depuis si longtemps à solemniser les heureuses époques de la naissance de notre grand Monarque & de son avénement au Thrône; malgré la médiocrité de mon art oratoire, il m'a paru qu'on s'étonnoit quelquefois de ce que je ne me répétois point, & de ce que j'avois toujours quelque nouvelle idée, quelque nouveau point de vue à présenter. J'ai réfléchi sur la cause de ce succès, & je crois l'avoir trouvée. C'est que je n'ai jamais mis la flatterie en usage. Cet art vil & insidieux a beau épuiser toutes ses ressources: son indigence perce à travers les apparences les plus spécieuses, & deshonore tout à la fois celui qui loue & celui qui est loué. Malheureusement ce langage est fort en vogue; oserois-je le dire? il est accrédité & habituel vis à vis des Grands, & surtout des Dieux de la Terre, des Souverains. Quoique LOUIS XIV, sans être à la lettre Grand, ait fait de grandes choses, on ne sauroit lire sans dégoût les éloges dont il a

été l'objet; l'adulation la plus basse & la plus grossiere en a dicté la plûpart: un Corps particulierement appellé à conserver la dignité des bienséances & la pureté du goût, l'Académie Françoise, ne craignit pas de demander à ce Monarque la permission de proposer pour sujet d'un Prix: Quelle est la plus grande des Vertus du Roi? *Ce coup d'encensoir beaucoup trop lourd dissipa l'espece d'yvresse qu'avoient causé toutes les fumées précédentes, & LOUIS se montra grand, ou du moins sage, en défendant de traiter la question.*

*En lisant l'*Apollonius de Tyane *dont on vient d'enrichir notre littérature, j'y ai trouvé un passage qui s'accorde si bien avec mes idées, que je vais le rapporter.* Blount, *Commentateur d'*Apollonius, *cite d'abord* Montaigne, *ce Philosophe qui connoissoit si bien les hommes & dont les doutes sont plus instructifs que les décisions de tant d'autres. N'altérons ni la force de ses idées, ni la naïveté de son langage, qui en rehausse si souvent le prix.*

„*Titus Livius* dit vray, que le langage des hommes nourris sous la „royauté est toujours plein de vaines ostentations & faux tesmoignages, „chacun élevant là différemment son Roy à l'extreme ligne de valeur & de „grandeur souveraine."

Blount, *pour justifier cette assertion, fait une peinture des adulateurs assez naïve & conforme à l'expérience quotidienne.*

„Si le Prince, *dit-il,* connoît seulement les quatre points cardinaux „des vents, que le moindre sujet n'ignore point, on éleve au Ciel son savoir „& son habileté à connoître le temps. S'il s'entend à conduire le moindre „bateau sur la riviere la plus tranquille, on exalte son étonnante habileté „dans l'art de la navigation; il y a pourtant des milliers de matelots qui en „savent plus que lui. S'il s'apperçoit qu'un violon n'est pas bien accordé, „on crie qu'il est grand Musicien. S'il sait se tenir sur un cheval qui va au „pas, c'est un excellent écuyer. Et s'il est en état de distinguer une en„seigne de cabaret d'un célebre tableau, peint par un des meilleurs Peintres „d'Italie, c'est un grand connoisseur en peinture."

J'ai toujours été à l'abri de ces inconvéniens par deux raisons décisives. La premiere est que je me suis borné à rapporter des faits, des faits avérés, des faits éclatans; j'ai parlé le langage de l'Europe, j'ai anticipé celui de la

postérité. Chaque époque m'a fourni de nouveaux faits & des faits intéressans; jamais vie ne fut plus remplie, plus abondante que celle de FÉDERIC. *Il me seroit aisé d'en mettre de récens sous vos yeux; mais il faut laisser ce soin à l'Histoire.*

La seconde raison qui, quand j'aurois eu autant de penchant à la flatterie que j'ai toujours eu pour elle d'éloignement, m'en auroit préservé, c'est que ma peine auroit été perdue, & mes paroles frapperoient l'air inutilement. Non seulement notre auguste Protecteur est inaccessible à la flatterie, il la déteste, il la foule aux pieds; mais les éloges les plus vrais, les plus justes, les mieux apprêtés, n'ont point de prise sur son ame, qui tire d'elle-même & de son propre fond tout ce qui fait sa gloire & son bonheur.

Puisse cette ame, d'une trempe si forte, avoir encore longtems pour domicile un corps dont les organes bravent le cours des années!

Le Sécretaire perpétuel lut ensuite l'*Éloge de M.* MECKEL. Voyez ci-dessous.

M. l'Abbé *Pernety* termina la séance par un Mémoire *sur les moyens de faire remonter les bateaux contre le courant des rivieres.* Voyez ci-dessous.

* * *

L'assemblée publique pour l'anniversaire de l'avénement de S. M. au Thrône, s'est tenue le Jeudi 1 Juin. Le Sécrétaire perpétuel a fait l'ouverture de la séance en ces termes.

Deux Divinités, pour parler en Philosophe & même en Philosophe Païen, deux Divinités se partagent l'empire de l'Univers; la Fortune & la Prudence. Dans la destinée des États, tout comme dans celle des particuliers, il y a des conjonctures imprévues qui élevent & qui abaissent, qui placent au sommet de la roue, ou qui précipitent au plus bas; tandis qu'on voit naître, s'accroître & parvenir par des degrés lents, mais sûrs, à leur comble, des édifices qui ne doivent leur grandeur & leur solidité qu'aux vues sages & à l'habileté soutenue de ceux qui, après en avoir conçu l'idée, en dirigent l'exécution.

Mais il me semble qu'en imaginant ces deux Divinités, on a commis une double méprise à leur égard. La premiere est d'étendre beaucoup trop le domaine de la Fortune, & par conséquent de resserrer celui de la Prudence fort au delà de ses justes bornes. La Fortune a été une Idole généralement encensée; ses Temples ont été les seuls fréquentés, ses Autels les seuls fumans: & quoiqu'on ait murmuré de tout tems contre son inconstance & ses caprices, on n'a pas laissé de continuer à l'invoquer, & à la regarder comme le premier & presque comme l'unique mobile. Qu'on y pense mieux, qu'on y regarde de plus près: la Fortune ne bâtit que des Châteaux de carte, si j'ose m'exprimer ainsi; elle ne fait que des jeux: il appartient à la prudence seule de bâtir à chaux & à ciment, d'enfanter des ouvrages proprement dits. Les favoris de la Fortune jouent des rôles brillans, mais ce sont des rôles de Théatre: on les a vus monter sur la scene, on les en voit descendre. Les amis de la sagesse, les enfans de la prudence au contraire ne sont pas de simples acteurs; ils sont des personnages réels, qui ne cessent d'agir & d'avoir des succès jusqu'au moment où l'arrêt inévitable à tous les mortels est prononcé. La Fortune a fait paroître ces Conquérans devant lesquels la Terre s'est tue, mais qui ont passé comme des torrens, & n'ont laissé après eux que des vestiges momentanés de leurs ravages. La Prudence a guidé ces Législateurs, ces Monarques éclairés, qui ont donné leur nom à leur siecle, & ont affermi leur domination sur des fondemens aussi inébranlables que permet d'en poser le terrain mouvant de notre Globe. Je serois trop long si je confirmois par des exemples ce que je viens d'avancer: mais on en trouve à chaque page de l'Histoire; on en voit dès qu'on promene ses regards autour de soi.

Ainsi je passe à la seconde méprise, qui, selon moi, consiste en ce qu'après avoir mal mesuré les domaines de la Fortune & de la Prudence, on les a, plus mal à propos encore, entierement séparés; comme si la Fortune pouvoit être quelque chose sans un certain degré de Prudence, ou la Prudence parvenir à ses fins, si la Fortune lui est absolument & opiniâtrément contraire. Non, MESSIEURS, tout ce que nous voyons de grand & de frappant, a tiré son origine d'un concours de fortune & de prudence, auquel il doit sa conservation & ses progrès. Le Général le plus mal-habile peut

remporter

remporter une victoire éclatante; la Fortune l'a favorisé, mais la Prudence lui manque, & il n'en sait recueillir aucun fruit. Au contraire, le Général le plus consommé dans son art peut avoir quelque grand échec; la Fortune lui a été contraire, mais il s'en relevera, & la palme de la victoire, le char triomphal, lui sont finalement réservés. Les États de même parviennent quelquefois des plus foibles commencemens, comme l'Empire Romain, au plus haut faîte de grandeur, ou du sein de la tourmente la plus dangereuse, comme les Provinces Unies, au calme le plus florissant; c'est qu'une suite de Guerriers magnanimes, ou de Pilotes expérimentés, ont présidé à ces accroissemens. Dans d'autres conjonctures, les États se réunissent quelquefois presque fortuïtement sous un seul Maître; mais, s'il ne sait pas les régir, si c'est un Sardanapale *plongé dans la mollesse, un* Honorius *livré à l'indolence, le plus vaste Empire est un colosse d'argile qui ne tarde pas à se briser.*

Que faut-il donc pour donner aux prospérités humaines le plus véritable éclat, la plus solide consistance & la plus longue durée? Il faut ce dont nous sommes les témoins & les admirateurs depuis XXXV ans, le concours de la fortune & de la prudence, mais un concours dans lequel la fortune soit toujours subordonnée à la prudence. Il y a eu sans doute des circonstances aussi imprévues qu'heureuses, qui ont sauvé plus d'une fois le Héros Prussien & son État des dangers éminens auxquels ils se trouvoient exposés. Mais, si la prudence avoit abandonné ce Héros dans ces momens critiques, si sa tête n'avoit pas suppléé à son bras, croyez-vous que nous nous réjouirions encore aujourd'hui de la durée de son glorieux regne? FÉDERIC conserve des lauriers qui l'ont mis à l'abri de la foudre; il sera toujours un des plus grands Capitaines qui ayent jamais existé. Mais, s'il m'est permis de parler sur des sujets aussi éloignés de ma sphere, ses talens politiques l'emportent encore sur ses talens militaires; je l'admire plus dans son Cabinet qu'aux Champs de Mars; j'y vois rassemblées autour de lui toutes les Divinités propices aux Maîtres du monde; & suivant l'idée d'un Poëte Latin, aucune ne sauroit lui manquer parce qu'il a la Prudence, & qu'elle préside à tous ses conseils. La Fortune semble à présent devenue inutile: on pourroit briser son simulacre & le fouler aux pieds; la Prudence a élevé autour de cet État

des remparts & des murs que les plus puissans efforts ne pourront renverser. Et si, comme nous le demandons dans ce moment à l'Arbitre suprême des Destinées, FÉDERIC *atteint au Jubilé de son avenement au Thrône, & qu'il soit célébré dans ce Sanctuaire des Muses, ceux qui assisteront à cette solemnité, verront la Monarchie Prussienne, qui avoit paru prête à se dissiper en éclats, porter sa tête jusqu'aux Cieux, & ses racines jusqu'aux sombres demeures.*

Le Sécretaire perpétuel rapporta ensuite que la Classe de Belles-Lettres ayant couronné le Mémoire sur la Question *de la décadence du goût*, qui avoit pour Devise, *Multa renascuntur quae jam cecidere*, le billet cacheté qui contenoit le nom de l'Auteur a été ouvert & l'on y a trouvé le nom de M. *Herder*, Conseiller Ecclésiastique à Buckebourg, qui a déjà remporté le Prix *sur l'origine du langage*, en 1771. Les autres détails sur les Questions proposées & les Prix à adjuger se trouvent dans le Programme qui suivra.

M. le Professeur *Weguelin* a lu un Extrait de la Piece victorieuse, dont l'étendue a été suffisante pour occuper le reste de la séance.

* * *

L'Académie a perdu dans le cours de l'année deux Membres ordinaires bien dignes de ses regrets, savoir M. le Colonel *Charles Guischard*, dit *Quintus Icilius*, mort à Potsdam, le 13 Mai, & M. le Docteur *Jean Philippe Heinius*, Recteur du College de Joachim & Directeur de la Classe de Philosophie spéculative, mort le 8 Août.

M. *Charles Louis* Baron *de Pöllnitz*, premier Chambellan du Roi, Honoraire de l'Académie, est mort le 8 Juin dans sa 86 année.

Dans l'Assemblée de l'Académie Royale du 6 Juillet, le Sécretaire perpétuel lut la lettre suivante, qui lui avoit été adressée par M. *de Catt*, Sécretaire des Commandemens de S. M. & Membre de l'Académie.

Monsieur,

„Sa Majesté m'a ordonné de vous dire que, dans votre première Assemblée, vous deviez nommer Membre honoraire de Son Académie, S. E. M.

„le Ministre d'Etat *Waitz d'Eschen*, qui déja depuis longtems (*) avoit „reçu le diplome de Membre de l'Académie. S. M. verra avec plaisir cette „nomination d'un homme rempli de talens & de connoissances, & qui se „distingue encore par une façon de penser peu commune. J'ai l'honneur „d'être &c. DE OATT. Potsdam, 23 Juin, 1775.

Sa Majesté ayant adressé à l'Académie une Lettre en date du 21 Juillet, qui ordonnoit de recevoir au nombre des Membres ordinaires, dans la Classe de Belles-Lettres, M. *Guillaume Moulines*, Pasteur de l'Église Françoise de Berlin, le jour de sa réception a été le 31 Août, auquel l'Académie fut honorée de la présence de S. A. S. Monseigneur le Prince FRÉDERIC DE BRUNSWICK, & plusieurs personnes distinguées de la Cour & de la Ville y assisterent. M. *Moulines* lut le Discours suivant.

MESSIEURS,

Jamais je n'aurois assez présumé de moi-même pour oser prétendre à l'honneur de m'asseoir au milieu de vous. Mais l'indulgence avec laquelle S. M. n'a pas dédaigné d'agréer mon Ouvrage, & l'ordre exprès qu'Elle m'a donné de consacrer une partie de mon tems à ce genre de travail, m'ont fait bien vivement sentir le besoin de secours qui me missent en état de mériter en quelque sorte le suffrage le plus glorieux & le plus digne d'être ambitionné; & où, Messieurs, pouvois-je me flatter de trouver mieux que parmi vous des lumieres, des guides, des modeles?

L'amour-propre, cette passion de tous les rangs & de tous les états, qui nous porte à approuver avec complaisance tout ce que nous faisons, & à donner une supériorité décidée & un mérite exclusif aux objets de nos occupations, a fait & fait encore que quelques personnes parlent avec dédain de l'art de traduire, & le méprisent au point de le représenter comme un art subalterne, & qui à peine mérite d'occuper la derniere place de la littérature. Au lieu d'envisager le travail du traducteur dans toute son étendue, & dans les rapports sensibles qu'il a aux sciences les plus utiles, on

(*) En 1745, après avoir remporté le Prix sur l'Électricité, le premier que l'Académie ait adjugé

le borne à la partie méchanique des langues, à une connoiſſance aride de termes, à une pure ſcience de mots.

De pareilles idées ne ſauroient ſans doute prévenir en faveur de cet art; auſſi ceux qui ne le conſiderent que ſous ce point de vue, le regardent-ils comme une occupation ſi vaine, ſi frivole, pour ne pas dire ſi pernicieuſe, qu'ils croiroient ſe dégrader, s'ils lui donnoient quelques heures de leur loiſir.

Mais ſi la traduction eſt un moyen ſûr & puiſſant d'accélérer, d'étendre les progrès du goût & de nos connoiſſances, s'il faut ſouvent pour la porter au degré de perfection dont elle eſt ſuſceptible, autant de recherches, de diſcuſſions, de travail & de jugement qu'il en faut pour la compoſition, ne s'enſuivra-t-il pas que cet art, loin de devoir être mépriſé, mérite au contraire qu'on le cultive, qu'on l'accueille & qu'on l'encourage. Or c'eſt ce qu'on ne ſauroit conteſter, pour peu qu'on peſe ſans préjugés & ſans prévention quelques conſidérations que je ſoumets, Meſſieurs, à vos lumieres. J'éviterai la prolixité, & ſi je n'ai pas l'avantage d'intéreſſer votre attention, vous n'aurez pas du moins à me reprocher l'ennui d'un long diſcours.

Il eſt hors de doute que les Écrivains qui depuis la renaiſſance des lettres ſe ſont illuſtrés dans divers genres, n'ont produit des ouvrages dignes d'éloges qu'après avoir ſoigneuſement étudié les Anciens, qu'ils n'ont fait des progrès marqués dans la carriere de la célébrité qu'à proportion des peines qu'ils s'étoient données pour ſe nourrir & ſe pénétrer des beautés renfermées dans ces grands modeles, & qu'un ouvrage nous paroît d'autant plus parfait qu'il approche plus de ces morceaux précieux. Que conclure de là? C'eſt que ces chefs-d'œuvre de la Grece & de Rome ſont & ſeront toujours regardés avec raiſon comme un dépôt ineſtimable de lumieres, comme l'école du goût & des belles connoiſſances. Ce ſeroit donc rendre un ſervice réel, ce ſeroit contribuer puiſſamment aux progrès des arts & des ſciences, que de répandre, pour ainſi dire, les tréſors renfermés dans ces immortels écrits, & d'en mettre la poſſeſſion à la portée de tout le monde. Mais n'eſt-ce pas là le but & l'effet naturel des bonnes traductions; ſemblables à ces habiles artiſtes qui tirent du petit nombre de

Cabinets qui les renferment, & par une heureuse imitation, multiplient en quelque sorte les pieces admirables des Michel-Ange, des Raphaël, des Rubens, elles offrent à quiconque est avide de s'instruire, une abondante récolte de beautés, & mettent en état, en étudiant les Ouvrages des grands Maîtres de l'antiquité, d'y puiser comme dans une source commune, & de s'en approprier les richesses.

L'étude d'une langue morte, & surtout de plusieurs, emporte un tems considérable, qui rarement permet de cultiver avec succès la connoissance des langues vivantes. Un inconvénient non moins fâcheux encore, c'est que les détails minutieux, & pourtant nécessaires, qu'exige cette étude, rétrécissent plus d'une fois l'esprit, & émoussent le goût. Que d'exemples les Commentateurs ne fournissent-ils pas en preuve de ce que je dis? Combien de fois ne les voit-on pas s'arrêter pesamment à un mot, s'épuiser en conjectures sur des vétilles, & s'injurier à outrance pour un point ou pour une virgule, tandis qu'ils sentent à peine, qu'ils passent même sous silence des morceaux dignes d'être admirés & profondément retenus? Que des hommes de cette trempe se chargent d'expliquer ou de traduire; que produiront-ils? Servilement attachés aux expressions & aux tours de la langue de leur auteur, ils vous donneront tout au plus une version littérale, mais dure, seche, gênée, & cela dans un stile si défectueux, que vous ne pourrez les lire sans courir le risque, ou de vous prévenir contre l'original, ou de contracter les vices de leur diction.

De bonnes traductions préviennent ces abus; fideles au génie des deux langues, elles présentent avec goût les traits caractéristiques de leurs originaux; leur pinceau gracieux & vrai, loin d'en altérer la fraîcheur & le coloris, en conserve toute la vivacité & semble lui donner une seconde vie. Rien ne feroit donc plus utile que de multiplier dans chaque pays des productions de cet ordre, rien surtout de plus nécessaire que d'en répandre l'usage dans les Colleges & les institutions publiques; les jeunes gens qui compareroient leurs essais avec ces traductions, formeroient de bonne heure leur goût, saisiroient avec moins de peine les vraies beautés des Anciens & se perfectionneroient dans leur propre langue. Les maîtres eux-mêmes

que de nombreuſes occupations empêchent ſi ſouvent de donner autant de ſoin qu'ils le voudroient à la culture de leur langue maternelle, trouveroient encore ici des ſecours & des facilités; dirigés par de bons guides, & ſans avoir beſoin de s'écarter de leur principal objet, ils ſe mettroient en peu de tems en état d'éviter le contraſte choquant qu'il y a à voir des gens rompus dans le Grec & dans le Latin, balbutier, & parler incorrectement le François, l'Allemand, ou telle autre langue.

„Je voudrois, diſoit M. Deſpréaux (*), que la France pût avoir ſes au„teurs claſſiques, auſſi bien que l'Italie; qu'on prît pour cela de bonnes „traductions, qu'on invitât ceux qui ont ce talent à en faire de nouvelles, „dont on corrigeroit exactement le ſtile en marquant au bas des pages, & „dans une eſpece de Commentaire grammatical, ce qui s'y trouveroit d'équi„voque, de haſardé, de négligé." Il vouloit que ce fuſſent des traductions, parce que des traductions ainſi corrigées, en même tems qu'elles pourroient être lues comme des modeles pour bien écrire, ſerviroient auſſi de modeles pour bien penſer, & rendroient le goût de la bonne antiquité familier à ceux qui ne ſont pas en état de lire les originaux.

Mais ce que M. Deſpréaux ſouhaitoit qu'on fît pour la France, ne ſeroit-il pas à déſirer qu'on le fît partout? Ne doutons pas, Meſſieurs, que parmi les diverſes cauſes qui ont conſidérablement retardé les progrès de telle ou de telle nation dans la carriere des ſciences & des arts, il ne faille compter pour beaucoup le malheureux préjugé qui n'accordoit, pour ainſi dire, qu'à un petit nombre de perſonnes le droit d'étudier & de cultiver les lettres. Le mal que produiſoit cet abus, c'eſt que ces hommes enflés d'une morgue ſcientifique, ſe regardoient comme les ſeuls dépoſitaires des ſciences humaines; jaloux d'une diſtinction auſſi flatteuſe pour l'amour-propre, on les vit bientôt faire tous leurs efforts pour la conſerver ſans partage, ſoit en exagérant les difficultés & les peines de leur vocation, ſoit en n'initiant à leurs myſteres qu'un bien petit nombre d'élus. Levez ces obſtacles, rendez les ſciences plus populaires; vous ne tarderez pas à voir leur lumiere bienfai-

(*) V. Hiſtoire de l'Académie, par l'Abbé d'*Olivet*.

fante se répandre de proche en proche; d'heureux génies sortiront de leur obscurité & s'éleveront au grand.

Répondrai-je ici, Messieurs, à l'objection qu'on fait d'ordinaire, c'est que multiplier les traductions c'est donner un appât à la paresse, favoriser l'indolence, & faire abandonner les originaux?

Mais en supposant que quelques personnes abusent de ce secours, ce mal est-il donc si grand qu'il faille lui sacrifier les avantages dont nous avons parlé? Qu'on cesse d'appréhender: tout homme qu'un vrai désir de s'instruire anime, quelque cas qu'il fasse des traductions, se gardera bien de s'y borner, & comme quelqu'un l'a très bien dit, „il y aura toujours dans la République des lettres des Savans qui ne négligeront jamais de lire les auteurs „Grecs & Latins dans leurs langues."

Je devrois à présent, Messieurs, entrer dans le détail des divers genres d'ouvrages qui peuvent être l'objet des traductions, & faire voir que les recherches, les connoissances & les discussions que ce travail exige équivalent *dans bien des* occasions à celui de la composition. Je me bornerai cependant aujourd'hui à quelques idées générales pour ne pas manquer à la promesse que je vous ai faite de ne point abuser de votre attention.

Il est des ouvrages qui ne traitent que d'une science ou d'un objet, qui ne s'en écartent jamais & qui l'épuisent, pour ainsi dire. Il est clair qu'indépendamment de la connoissance des langues, & de celle des termes techniques, il faut encore que le traducteur possede assez les matieres pour comprendre distinctement le sens de son auteur. Qu'un homme dénué de ces connoissances indispensables essaye, p. ex. de traduire les Élémens d'Euclide ou quelque sujet philosophique, sa traduction non seulement manquera du premier mérite qu'elle doit avoir, celui de présenter au vrai les traits de son original, mais elle lui fera dire encore des choses absurdes, elle lui prêtera des idées qu'il n'a jamais eues, & altérera l'ordre, la précision & la clarté de sa méthode. Est-il question d'ouvrages de goût, de morceaux d'éloquence ou de poësie, qui ne voit que le traducteur se flatteroit vainement de quelque succès, s'il n'est pas parfaitement au fait du génie des deux langues, s'il n'en connoît pas toutes les délicatesses,

les beautés, les ressources? Il faut que son imagination soit vive, gracieuse, mais sage; qu'une raison éclairée, un goût épuré, un discernement sûr en dirigent & en temperent la marche. Quelle étude n'est-il pas nécessaire qu'il ait faite encore des mœurs, des usages, de l'esprit du siecle de son auteur? Quelle connoissance des antiquités, de la mythologie, de l'histoire? De quel tact sûr & délicat n'a-t-il pas besoin pour saisir précisément ce qu'il faut saisir, pour ne pas pousser trop loin une figure, affoiblir une image, énerver une maxime, ou surcharger une description?

Il est enfin des ouvrages dans lesquels leurs auteurs ont répandu tant de variété, où ils ont rassemblé des objets si éloignés les uns des autres qu'ils semblent avoir voulu étaler une sorte d'universalité. Le fond, par exemple, sera historique, mais en développant l'ordre des faits il se présente un Prince qui après avoir commis des actions atroces termine enfin ses jours avec ses odieux séducteurs, par le supplice des criminels; l'auteur suspendra ici sa narration pour vous parler selon les idées de son siecle de ce pouvoir sublime, de cette force universelle qui dirige l'univers & préside aux différentes destinées. Est-il question d'une ville détruite par un tremblement de terre? l'histoire joindra à la vive & touchante description de ces désastres, un épisode destiné à examiner selon les principes des Physiciens de son tems les causes de ce phénomene; au récit d'un siege long & cruel succéderont des détails tant sur les machines de guerre qui étoient alors en vogue que sur celles qu'on employoit dans des tems plus reculés. Fait-il mention d'un arc-en-ciel, ou d'une éclipse? c'est pour vous parler aussitôt des opinions régnantes sur le systeme céleste & sur les météores. En un mot, Philosophie, Physique, Géographie, Histoire naturelle, Antiquités, il embrasse tout, il fait tout entrer dans son plan. Joignez à cela un stile quelquefois dur & embarrassé.

Quiconque s'imagineroit que la connoissance de deux langues suffit pour entreprendre une pareille traduction, seroit bientôt désabusé; arrêté à chaque pas par des difficultés presque insurmontables, il sentiroit la nécessité non seulement d'étudier avec soin le stile de son auteur, mais encore celle d'acquérir

d'acquérir par d'exactes recherches & par diverses lectures les secours que demande une si grande diversité d'objets.

Non content de n'épargner ni peines, ni travail, & plein d'une juste défiance, il tâchera de s'éclairer & de s'appuyer encore des lumieres que des gens habiles pourront lui communiquer. Qu'un sort heureux & favorable lui ouvre l'entrée d'une de ces Compagnies dont les doctes occupations ont pour but de perfectionner les sciences, ah! son cœur, plein de la plus vive sensibilité, ne formera d'autre vœu que celui de se mettre en état par son zele & par son assiduité, de répondre dignement à cet honneur.

Ces sentimens que je porte au milieu de vous, Messieurs, vous me verrez vous en donner constamment les preuves les moins équivoques, & faire tous mes efforts pour mériter votre affection & votre bienveillance.

Puissiez-vous offrir encore longtems l'hommage de vos cœurs au génie vaste & puissant qui préside & qui applaudit à vos travaux!

Puissions-nous jouir longtems encore avec l'Europe étonnée, du spectacle le plus touchant & le plus digne d'être envié, celui de voir toute ces vertus dont chacune a suffi pour immortaliser les Héros les plus renommés, se réunir & se confondre en FÉDÉRIC!

Le Sécretaire perpétuel répondit en ces termes.

L'aggrégation aux Académies, surtout à celles qui tiennent les premiers rangs dans l'Empire des Sciences & des Lettres, est une prérogative aussi ambitionnée que l'est celle d'arriver aux premiers honneurs civils & militaires. Ce genre d'émulation étoit inconnu aux Anciens; les Socrates, *les* Platons, *les* Aristotes, *n'ont été contemporains ni Membres d'aucun Corps semblable à ceux qui portent aujourd'hui le nom d'Académies. La Société Royale de Londres paroît en avoir été le premier essai & le premier modele; car je compte pour rien toutes ces petites Sociétés d'Italie qui voltigeoient sur la surface des connoissances humaines, plutôt que de chercher à les approfondir. Aujourd'hui les Académies, ou Sociétés des Sciences, réunissent tout ce qui peut leur donner du relief: elles ont pour fondateurs, ou pour protecteurs, de puissans Monarques, & ce qui vaut encore mieux des Monarques éclairés,*

qui seroient eux-mêmes d'illustres Académiciens, si le sort les avoit placés dans cette sphere. Pour suivre de si glorieuses traces, des Princes de leur sang, des Ministres qui sont l'appui de leur Thrône, des Généraux qui ont le front ceint des lauriers cueillis dans les champs de Mars, entrent dans la carriere des Lettres, s'y distinguent, & se font honneur d'être aggrégés aux Académies, sans que celles-ci, en les adoptant, encourent le reproche d'avoir mis des cordes d'argent à leur lyre (*). De cette maniere chaque Académie principale réunit ce qu'il y a de plus distingué dans tous les genres; je ne dirai pas qu'elle rapproche toutes les conditions: car que sont les conditions aux yeux du Sage? mais elle combine toutes les sciences, tous les talens, & de tant de métaux précieux forme ce vrai bronze dont les monumens vont seuls à l'immortalité. Il est donc certain qu'il y a quelque chose d'imposant, d'auguste, dans le coup-d'œil d'une Académie; & que l'Étranger qui satisfait au désir de la contempler, a peut-être plus de sujet de se féliciter que n'en eut autrefois celui qui crut appercevoir dans le Sénat Romain une Assemblée de Rois.

Que ne puis-je à présent, Monsieur jusqu'ici mon très cher Frere (**), & dans ce moment mon très digne Confrere, que ne puis-je entrer dans votre ame, développer les replis de votre cœur, & mettre au grand jour tout ce qui s'y passe, toute la joie, toute la reconnoissance dont vous pénetre votre aggrégation, en elle-même & dans ses circonstances! Il est vrai que vous venez de nous dire là-dessus des choses bien pensées, bien exprimées, & qui portent l'empreinte d'un vif sentiment; mais vous ne m'en désavouerez pas, vous conviendrez vous-même que ce que vous avez dit & ce que vous pourriez dire, demeurera toujours fort au dessous de ce que vous sentez. Quel instant délicieux, quel instant désiré, que celui qui vous ouvre les portes de ce Sanctuaire des Muses, sous les auspices d'APOLLON même, de ce FÉDERIC qui vous juge digne d'y entrer, qui a reçu de la maniere la plus favorable l'hommage que vous lui avez fait d'un travail long & pénible (***), que son glorieux

(*) Voyez le bel apologue de *Patru* dans l'*Histoire de l'Académie Françoise*, par Mr. l'Abbé d'*Olivet*.

(**) Comme Ecclésiastique.

(***) La traduction d'*Ammien Marcellin*.

ſuffrage a couronné; qui vous invite à pourſuivre la carriere où vous êtes entré, & qui ſans doute a cru vous en faciliter les moyens en vous mettant dans une liaiſon plus étroite avec des hommes dévoués par état à l'étude des Sciences & des Lettres! Quelle ardeur, quel zele ne doit pas vous inſpirer un concours auſſi favorable de tous les motifs & de tous les encouragemens qui ſont propres à faire impreſſion ſur l'eſprit & ſur le cœur, & ſurtout ſur un eſprit & ſur un cœur déjà remplis par eux-mêmes des plus fortes impulſions vers l'honnête & l'utile! Venez donc, Monſieur, venez aſſocier vos efforts à ceux d'une Compagnie qui a tâché de ne perdre jamais un inſtant de vue le but glorieux qui lui eſt propoſé, celui de contribuer à la célébrité d'un Regne qui ſera époque, & dans les Annales du genre humain, & dans celles du Monde ſavant. C'eſt une vraie diſtinction que d'être inſcrit dans nos Faſtes, puiſqu'on lit à leur tête un Nom immortel, & d'un genre d'immortalité unique: car j'oſe affirmer, (& loin de moi ce langage de la flatterie que j'ai toujours abhorré,) j'oſe affirmer que les Plutarques *futurs, lorsqu'ils placeront parmi les vies de leurs Héros celle du Nôtre, chercheront vainement à la terminer par un Parallele.*

PRIX

propoſés par l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres pour l'Année 1777.

L'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres devoit adjuger, dans ſon Aſſemblée du 1 Juin 1775, le Prix de Philoſophie ſpéculative qui concernoit la Queſtion ſuivante:

L'ame poſſede deux facultés primitives qui forment la baſe de toutes ſes propriétés & de toutes ſes opérations; la faculté *de connoître*, & la faculté *de ſentir*.

En exerçant la premiere, l'ame eſt occupée d'un objet qu'elle regarde comme une choſe hors d'elle & pour lequel elle a de la curioſité: ſon activité paroît alors ne tendre qu'à bien voir. En exerçant l'autre, elle s'occupe d'elle-même & de ſon état, étant affectée *en bien* ou *en mal*. Alors ſon activité ſemble uniquement

déterminée à changer d'état, lorſqu'elle ſe trouve déſagréablement affectée, ou à jouir, lorſqu'elle eſt agréablement affectée.

Cela ſuppoſé, on demande

1. *Un développement exact des déterminations originaires de ces deux facultés & les loix générales qu'elles ſuivent.*

2. *Un examen approfondi de la dépendance réciproque de ces facultés & de la maniere dont l'une influe ſur l'autre.*

3. *Des principes qui ſervent à faire voir comment le génie & le caractere d'un homme dépendent du degré de force & de vivacité & des progrès de l'une & de l'autre de ces facultés, & de la proportion qui ſe trouve entr'elles.*

L'Académie a reçu pluſieurs Pieces ſur ce ſujet qui renferment de très-bonnes choſes, & dont quelques-unes même préſentent à peu près tout ce que les Philoſophes ont obſervé ou découvert ſur ces Queſtions. Cependant, le but principal du Prix ayant été d'occaſionner des recherches neuves & des découvertes propres à reculer les bornes de nos connoiſſances, & l'Académie jugeant par quelques-unes des Pieces ſusdites que leurs Auteurs ſeroient capables d'atteindre à ce but, elle a jugé à propos de différer d'un an l'adjudication du Prix, dans l'eſpérance que ces ſavans Auteurs ſe donneront la peine de méditer ultérieurement ſur les Queſtions propoſées & d'envoyer des Additions à leurs Mémoires.

Elle les invite en particulier à répandre du jour ſur les objets ſuivans. 1. Par rapport à la premiere Queſtion; quelles ſont les conditions ſous lesquelles une perception n'affecte que la faculté de ſentir; & de quel ordre au contraire ſont les perceptions qui n'intéreſſent que la curioſité & n'occupent que la faculté de connoître? Dans l'un & dans l'autre cas, on s'appercevra que ces conditions dépendent en partie de la perception, ou de l'objet même, & en partie de l'état de l'ame, au moment où elle éprouve la perception. 2. Par rapport à la ſeconde queſtion, l'Académie ſouhaite une explication claire & ſatisfaiſante du phénomene pſychologique qu'on a coutume d'indiquer en diſant que *l'eſprit eſt la dupe du cœur;* & de cet autre phénomene qu'on obſerve dans certains ſpéculatifs, c'eſt qu'ils ne ſentent que foiblemeut. 3. Par rapport à la troiſieme Queſtion, on demande les conditions requiſes pour qu'un homme ſoit plus diſpoſé à exercer la faculté de connoître que celle de ſentir, & celles d'où réſulte le cas contraire. Au reſte, l'Académie déclare que, quand même il ne lui parviendroit rien de plus ſur ces matieres, le Prix ſera infailliblement adjugé dans un an. Les nouvelles Pieces ou les ſupplémens à celles qu'on a déjà reçues, ſeront admiſſibles juſqu'au 1 Janvier 1776.

La Claſſe de Belles-Lettres, qui avoit propoſé la Queſtion,

Quelles ſont les cauſes de la décadence du goût chez les différens peuples?

a couronné la Piece Allemande qui avoit pour Deviſe: *Multa renaſcentur quæ jam cecidere;* avec cette clauſe, qu'on auroit déſiré plus de développement dans la premiere



partie, qui contient les principes généraux. Ce Prix a été remporté par M. *Herder*, Conseiller Ecclésiastique & Prédicateur de la Cour à Bückebourg.

La Classe de Philosophie Expérimentale, à qui appartient le droit de proposer une nouvelle Question, le fait de la maniere suivante:

Il est connu que les angles sous lesquels les rameaux des arteres sortent de leurs troncs sont différens, & que cette différence est relative à celle qui se trouve entre les visceres.

Cela posé, on demande;

Quelle est la grandeur déterminée de ces angles, préférablement requise pour chaque espece de sécrétions? Comment on peut le mieux parvenir, au moyen des expériences, à fixer cette détermination? Et quelles sont les modifications dans la circulation du sang qui en résultent?

On invite les Savans de tout pays, excepté les Membres ordinaires de l'Académie, à travailler sur cette Question. Le Prix, qui consiste en une Médaille d'or du poids de cinquante Ducats, sera donné à celui qui, au jugement de l'Académie, aura le mieux réussi. Les Pieces, écrites d'un caractere lisible, seront adressées à Mr. le Conseiller Privé *Formey*, Sécretaire perpétuel de l'Académie.

Le terme pour les recevoir est fixé jusqu'au 1. de Janvier 1777; après quoi on n'en recevra absolument aucune, quelque raison de retardement qui puisse être alléguée en sa faveur.

On prie les Auteurs de ne point se nommer, mais de mettre simplement une Devise, à laquelle ils joindront un Billet cacheté, qui contiendra, avec la Devise, leur nom & leur demeure.

Le Jugement de l'Académie sera déclaré dans l'Assemblée publique du 31 de Mai 1777.

L'Académie devoit adjuger, dans son Assemblée publique du 2 Juin 1774, le Prix de Mathématique qui concernoit la Question suivante:

Il s'agit *de perfectionner les méthodes qu'on emploie pour calculer les orbites des Cometes d'après les Observations; de donner surtout les formules générales & rigoureuses qui renferment la solution du probleme où il s'agit de déterminer l'orbite parabolique d'une Comete par le moyen de trois observations, & d'en faire voir l'usage pour résoudre ce probleme de la maniere la plus simple & la plus exacte.*

Quoique l'Académie ait trouvé dans quelques-unes des Pieces qui lui ont été envoyées, beaucoup de travail & des vues analytiques très profondes; cependant, comme il lui a paru que les Auteurs de ces Pieces n'avoient pas rempli le but principal de la Question, lequel est de procurer aux Astronomes des moyens faciles & directs de calculer les orbites des Cometes d'après les Observations, elle a jugé à propos de remettre ce Prix & de le renvoyer même à l'année 1778, soit afin de donner par ce délai plus de

tems aux Savans qui voudront s'occuper de ces recherches, soit pour rendre le Prix double, & en quelque maniere plus proportionné à l'importance & à la difficulté de la Question. Les Pieces seront reçues jusqu'au 1 Janvier 1778; & le Prix consistera en une médaille de cent Ducats.

On a été averti par le Programme de l'année précédente, que la Classe de Belles-Lettres a proposé, pour l'année 1776, la Question suivante:

Quelle a été, relativement aux denrées, la valeur des Monnoies depuis Constantin le Grand jusqu'au partage de l'Empire à la mort de Théodose? Et quelle a été l'influence réciproque entre les variations qu'a subies cette valeur, & les changemens arrivés dans l'état politique & économique de l'Empire?

Le terme pour recevoir les Pieces est fixé au 1 Janvier, 1776; & le Jugement de l'Académie sera déclaré dans l'Assemblée publique du 31 Mai, 1776.

Feu Monsieur le Conseiller Privé & Directeur de la Classe de Philosophie expérimentale *Eller*, ayant fondé un Prix qui doit être principalement relatif aux matieres d'Agriculture & de Jardinage, & pour lequel on a déjà proposé une Question *sur la transplantation*, sur laquelle on n'a rien reçu de satisfaisant, en voici une nouvelle:

Les Plantes tirant principalement leur nourriture des racines, la maniere de les cultiver & de les élever dépend en grande partie des différences entre ces racines, c'est à dire, de leur grosseur, de leur forme, de leur structure, de leur nombre, & de la maniere dont leurs rameaux & leurs fibres s'étendent, comme aussi de la constitution de l'écorce, plus ou moins épaisse & dure: sur quoi l'on demande;

Comment l'on pourroit, d'une maniere circonstanciée, réduire les plantes en classes relativement aux objets susdits? Et ce qui en résulteroit de déterminé par rapport à la culture des plantes en général, & de celles de chacune de ces classes en particulier?

Les Pieces seront admises au concours jusqu'au 1 Janvier 1777, & le Prix sera adjugé dans l'Assemblée publique du 31 Mai suivant.

LITTÉRATURE.

EXTRAIT D'UNE LETTRE

de M. D'Ansse de Villoison, *de l'Académie des Inscriptions de Paris, de celles de Berlin, Gœttingen, Manheim, Madrit, Marseille, Rome & Cortone, à M. le C. P.* Formey, *datée de Paris, le 8 Juillet 1775.*

Je suis bien sensible à l'intérêt que vous daignez prendre à mes foibles tra-„vaux littéraires. En m'occupant de l'*Eudocie*, j'ai été forcé de lire „le *Cornutus*, mal à propos appellé *Phurnutus*, *de Natura Deorum*, inséré „dans les *Opuscula mythologica* de *Gale*. C'est un Livre important, classi-„que pour la Mythologie; & c'est le Catéchisme de la foi des Stoïciens & „l'abrégé de leur doctrine. Comme je me suis apperçu qu'il étoit corrom-„pu & inintelligible en une foule d'endroits, j'ai eu recours à sept Manuscrits „de la Bibliotheque du Roi, à cinq de Florence & à un d'Augsbourg. „Muni de ce secours, j'ai corrigé plus de six cens passages très importans de „cet Auteur; j'ai restitué une foule de mots, & j'ai rétabli des lignes entie-„res qui manquoient dans nos Éditions; en un mot, j'ai fait un Texte tout „nouveau, grace aux Manuscrits qui en éclaircissent toutes les difficultés. „Comme un nouveau Texte demande une nouvelle Version, & que d'ail-„leurs les premieres sont absurdes, je me suis occupé à traduire cet Ouvrage „en Latin. J'y ai joint une foule de Notes critiques, grammaticales & phi-„lologiques, où je rens compte des changemens que j'ai faits, où j'explique „les dogmes de la Philosophie Stoïque, & où je développe les allusions qu'y „fait *Cornutus*, souvent en un seul mot. J'ai prouvé d'une maniere incon-„testable dans ma Préface, que cet Ouvrage est du fameux *Cornutus*, Maître „de *Perse*, & auquel ce Poëte a dédié une de ses Satires.

„Ce n'est pas tout. A la tête de cet Ouvrage, que je donnerai dans „quelques mois à l'impression, j'ai joint un Traité de ma façon, intitulé „*Theologia physica, seu naturalis, Stoïcorum.* C'est un Ouvrage assez „ample dans lequel je développe, avec toute l'exactitude possible, tous les „dogmes de la Théologie, Cosmologie, Cosmogonie & Physiologie Stoï-„que. J'ai tâché de faire pour ces parties qui se traitent toujours conjoin-„tement dans les anciennes Théogonies & Théologies, ce que *Gataker* a „fait pour la morale, & *Juste Lipse* pour la seule Physiologie Stoïque; mais „je crois avoir été beaucoup plus loin: du moins je n'ai épargné aucune peine, „ni aucune recherche. Comme j'ai toujours fait mes délices de l'étude de la „Philosophie ancienne, qui est la source de la nouvelle, & qui est essentielle „pour l'intelligence des anciens Auteurs, qui y font des allusions fréquentes, „pour l'Histoire ecclésiastique, l'Histoire des Hérésies, le Droit même &c. je „puis assurer qu'il n'y a aucun auteur Grec & Latin que je n'aye lu & relu la „plume à la main, & que je n'aye dépouillé pour la composition du système „de ma Théologie physique des Stoïciens. Les Peres de l'Église m'ont sur-„tout été d'un grand secours. J'ai trouvé entr'autres des choses essentielles „dans *Clément* d'Alexandrie, *Justin*, *Origene*, *Eusebe*, *Théodoret*, *Némé-„sius*, *Théophile*, *Hermias*, *Tatien*, *Augustin*, *Tertullien*, *Lactance* &c. „Par la connoissance de la Philosophie Stoïque j'ai exprimé & corrigé un „grand nombre de passages inintelligibles & corrompus dans ces Auteurs, „& dans *Séneque*, *Lucien*, *Cicéron*, *Plutarque*, *Stobée*, *Épictete*, *Simpli-„cius*, *Marc-Aurele*, &c. *Cicéron* observe très bien que les Stoïciens ont „beaucoup puisé dans *Héraclite*. J'explique dans mon Ouvrage les dogmes „de cet Auteur ténébreux, d'*Hippase* de Métapont, son Maître; & j'ai „étudié à fond *Galien*, & surtout *Hippocrate* qui suit partout les dogmes „d'*Héraclite*. Le même *Cicéron* remarque fort justement que les Stoïciens „sont *minus inventores rerum quam verborum*, & que *immutatione vocabu-„lorum emendaverunt superiores*. Je me suis attaché dans mes Notes & „dans ma Théologie Physique à donner l'explication des termes propres au „Portique, & la suite des raisonnemens; c'est ce qu'on n'a pas assez saisi ni

„assez

„assez expliqué. J'ai toujours eu en vue ce passage mémorable de *Cicéron:* „*Mirabilis est apud Stoïcos contextus: respondent extrema primis, medio* „*utraque; omnia omnibus: quid sequatur, quid repugnet vident: & ut in* „*Geometria, prima si dederis, danda sunt omnia.* J'ai montré l'harmonie „qui regne dans toutes les parties de ce systeme; & en l'exposant j'ai tâché „de mettre chaque chose à sa place & de faire marcher les conclusions à la „suite des principes. J'ai prouvé que la plûpart des contradictions apparen- „tes qu'on y apperçoit, viennent de ce qu'on n'entend pas assez la force & „la vraie signification des termes propres aux Stoïciens.

„Je compte donner dans quelques mois à l'impression ces deux Ouvra- „ges, mon *Cornutus* avec le Texte Grec, ma traduction Latine & mes No- „tes, & ma *Theologia physica Stoïcorum;* le tout dans un seul Volume „*in 4to.* C'est M. *de Bure* l'aîné, à l'Image St. Claude, le plus honnête, le „plus instruit & le mieux fourni de tous les Libraires de Paris, qui s'est char- „gé de cette Édition qui sera supérieurement bien exécutée. Je vous prie „de vouloir bien le communiquer à votre savante Académie, le soumettre à „ses lumieres, &c."

Il est arrivé depuis ce tems-là quelque changement aux travaux de M. *d'Ansse de Villoison*, comme cela paroît par le fragment suivant d'une Lettre qu'il écrivoit à M. *Moulines*, en date du 20 Juin, 1777.

„M. *de Castillon* doit être surpris que M. *Cornutus* n'a pas encore paru, „& de ce que je l'ai gardé jusqu'à présent dans mon portefeuille avec mon „Ouvrage sur la Philosophie Stoïque, que j'ai considérablement augmenté „tous les jours; mais je vous prie de vouloir bien lui dire que j'ai été entraî- „né malgré moi à un autre travail que je vais donner à l'impression dans „trois mois; c'est, Monsieur, une édition de *Longus*, l'Auteur du Roman „délicieux des *Amours de Daphnis & de Chloé.* J'en ai corrigé le texte „dans une foule de passages altérés & presque inintelligibles. Les Manuscrits „de la Bibliothéque du Roi, les variantes des Mss. de *Fulvius Ursinus* & „des Mss. de Florence mises à la fin de la premiere Édition des *Juntes*, m'ont „été du plus grand secours. J'ai fait aussi plusieurs conjectures de moi- „même, & réformé les versions Latines de *Moll* & de *Jungermann*, qui

„étoient pleines de fautes & de contresens; de plus, Monsieur, pour l'histoire „de la langue dont j'ai tâché de faire sentir tout l'Atticisme & toute la finesse, „& pour le développement des idées, j'ai cité toutes les imitations & tous „les passages paralleles d'*Homere*, *Euripide*, *Anacréon*, *Théocrite*, *Moschus*, „*Bion*, *Musée*, *Thucydide*, *Xénophon*, *Platon*, *Lucien*, *Philostrate*, *Aristenæte*, *Alciphron*, *Héliodore*, *Achille Tatius*, *Chariton* & de *Xénophon* „le jeune. Vous voyez, Monsieur, que ce travail a dû me mener loin. „Je vous prie d'en faire part à Mr. le C. P. *Formey* & à Mr. *de Catt*."

HORLOGERIE.

RAPPORT

du contenu du Mémoire de M. le Prof. MAYER *de Grypswalde, sur la longueur du pendule simple à Grypswalde.*

Le but de ce Mémoire semble être de faire voir que Mr. *Mayer* a employé tous ses soins pour parvenir à une détermination bien exacte. Il débute par l'histoire du pendule en général & de la maniere dont on est peu à peu parvenu à reconnoître que sa longueur va en croissant depuis l'équateur vers les poles. Après cela il traite des méthodes d'en déterminer la longueur. Encore cette partie du Mémoire est en grande partie historique. Il entre surtout dans un long détail sur la maniere de compter les oscillations du pendule simple & de les comparer avec celles d'une horloge à pendule réglée sur le tems moyen, vu la difficulté de reconnoître les oscillations coïncidentes & celles qui vont exactement en sens contraire. Enfin il rapporte les observations qu'il a faites à Grypswalde avec différens pendules simples dans l'Automne de 1774. Il s'est servi du pié de Suede, & c'est dans cette mesure qu'il évalue la longueur du pendule à seconde telle qu'elle seroit dans le vuide. Voici le résultat de ses observations.

1 obſ. - - -	335,038	9 obſ. - - -	335,014
2 - - - -	335,057	10 - - - -	335,035
3 - - - -	335,045	11 - - - -	335,115
4 - - - -	335,036	12 - - - -	335,042
5 - - - -	335,045	13 - - - -	335,009
6 - - - -	335,045	14 - - - -	335,087
7 - - - -	335,050	15 - - - -	335,136
8 - - - -	335,045		

M. *Mayer* prenant un terme moyen entre ces réſultats établit la longueur du pendule à ſeconde

dans l'air - - 334‴,998 de Suede = 440″,827 de Paris.
dans le vuide - 335, 049 - - = 440, 894 - -

NAVIGATION.

Nous placerons ici le Mémoire entier de M. l'Abbé PERNETY *ſur les moyens de faire remonter les bateaux contre le courant des rivieres.*

L'induſtrie des hommes a produit une quantité prodigieuſe de machines pour ſubvenir à ſes beſoins, mais le navire eſt ſans contredit celle qui lui fait le plus d'honneur; le degré de perfection auquel la Navigation eſt parvenue, donne lieu d'admirer ce dont les hommes ſont capables. La pratique a précédé la théorie; elle l'a même longtems ſurpaſſée: mais l'inſtinct qui, avec le ſecours du tems, dirige les hommes dans la recherche des moyens qui peuvent ſatisfaire aux objets qu'ils ſe propoſent, cet inſtinct a ſes bornes, & ne peut être utile que juſqu'à un certain point. La théorie a beſoin de données, & les données ſont le réſultat de l'expérience; mais ces connoiſſances une fois acquiſes, c'eſt à la théorie d'accélérer, d'éclairer, de faciliter

la marche lente & obſcure de la pratique. On a aujourd'hui un nombre ſuffiſant de données, pour qu'on puiſſe ſe flatter de tirer de la théorie des connoiſſances certaines & avantageuſes; il s'agit de faire une application directe, raiſonnée & un uſage exact des principes; ce qui exige de grandes connoiſſances dans la Méchanique. Il en a fallu de bien grandes en effet pour parvenir au degré de perfection auquel on a pouſſé la manœuvre des vaiſſeaux, puiſque le mouvement du navire doit être conſidéré comme un des objets les plus étendus de cette ſcience.

Pour réuſſir à donner au navire le mouvement direct au point que l'on déſire, il faut vaincre des obſtacles. Ces obſtacles ſont la force d'inertie, celle de la réſiſtance de l'eau, celle de la réſiſtance de l'air, & quelquefois celle d'un vent contraire. On a imaginé d'employer l'air pour ſurmonter tous ces obſtacles, & l'on y a réuſſi au moyen de quelques hommes, appliqués à donner le jeu aux différentes machines qui ſont partie du vaiſſeau. Ces machines ſont en grand nombre, & peut-être toutes néceſſaires à la fin pour laquelle on les emploie. Une fois miſes en jeu comme elles doivent l'être, le navire va comme de lui-même, & ſe porte en avant dans la route propoſée. Le bateau eſt un petit navire; il a ſur les rivieres les mêmes forces de réſiſtance à vaincre, que le vaiſſeau ſur la mer, & de plus celle du courant.

Pour y parvenir on emploie ſur les bateaux à peu près les mêmes moyens que ſur les navires.

Depuis longtems beaucoup de Phyſiciens ont employé leurs connoiſſances dans la Méchanique pour imaginer des moyens de faire ſurmonter aux bateaux l'obſtacle que le courant des rivieres y oppoſe. Les uns & preſque tous ſe ſont propoſé d'y réuſſir, ſans y employer les bras des hommes; mais ſeulement par l'effet d'une ou de pluſieurs machines appliquées au bateau.

Il me ſemble que c'étoit trop exiger de l'art; auſſi ont-ils échoué dans leurs entrepriſes. Leurs machines, ou mal combinées, ou mal exécutées, n'ont pas produit l'effet qu'ils s'en étoient promis.

Mais s'il étoit possible de le faire, il falloit, dans l'invention de la machine, considérer, calculer, combiner l'action des fluides par leur choc & par leur pression sur les corps solides; être parfaitement au fait de l'estimation du choc des fluides en général & des loix de ce choc, pour parvenir à imaginer, & à appliquer au bateau l'agent qui doit le faire mouvoir suivant ces loix.

D'autres moins téméraires se sont contentés de travailler pour le même objet, mais par le moyen de machines, ou moins compliquées, ou plus capables de conduire au but proposé, sous la direction d'un ou de plusieurs hommes. Cependant il n'a pas paru qu'aucun ait parfaitement réussi à cet égard. Il est vrai que les uns & les autres paroissent n'avoir été occupés qu'à inventer des machines qui produisissent l'effet des rames attachées le long des bords opposés du bateau. Peut-être est-ce le moyen de réussir; mais est-ce le seul? J'ai de la peine à le croire. Il me semble qu'aucun ne s'est avisé de comparer le courant de l'eau avec le courant de l'air; & de chercher à imaginer une machine sur laquelle la force du courant même de l'eau produisît l'effet du courant d'air sur les voiles des navires. Dans cette supposition il seroit nécessaire de continuer les différens usages des voiles & leurs dispositions relativement à tous les effets qu'on a dessein de produire; voir le rapport qu'il peut y avoir entre les courans d'air & les courans d'une riviere. Ce rapport existe certainement; il s'agiroit donc de le combiner. Bien connu il pourroit donner la facilité d'inventer & d'appliquer au bateau la machine en question. On feroit surtout attention à l'endroit où la machine doit être placée relativement à la longueur du bateau, à la situation de ses palles ou aîles, pour qu'elle agisse le plus qu'il est possible selon une certaine direction.

Les Hydrographes & tous ceux qui s'appliquent à l'art de la navigation, partagent le cercle que présente l'horison en trente-deux sections ou parties. Ils ont donné aux courans d'air, ou vents, qui soufflent de ces parties, les mêmes noms qu'ils ont déterminés à ces sections.

De ces trente-deux courans d'air, qu'ils appellent *airs de vent*, ils en ont reconnu six, huit au plus d'absolument contraires, & vingt-quatre con-

ſéquemment que l'on peut employer pour faire avancer le navire dans la route propoſée. Le plus grand nombre de ces airs de vent ſont cependant contraires, en apparence, à l'avancement du navire, dans la ſituation où il ſe trouve pour le moment.

Pour faire uſage de ces courans d'air, on a imaginé d'abord de leur préſenter une voile, enſuite pluſieurs autres attachées à des vergues, ſuſpendues à des mâts & diſpoſées de maniere qu'en les abaiſſant ou les élevant, en les tournant plus ou moins du côté d'où le vent ſouffle, les voiles préſentaſſent à l'horiſon la ſurface la plus capable d'intercepter le courant d'air, qui en vient, & tourner à l'avantage du navigateur les efforts d'un vent, qui ſembleroit d'abord plus propre à faire reculer ſon navire, qu'à le faire avancer. On a combiné enſuite les mouvemens que l'on imprime au gouvernail, avec les directions données à la voile; & au moyen de cette combinaiſon bien exécutée, le navire vogue ſans l'aide des rames, ni le ſecours de bâtons; il avance dans la route que le navigateur s'eſt propoſée.

Les vents abſolument contraires, & ceux qui le ſont en apparence ſeulement, font ſur les navires qui voguent ſur la mer, l'effet des courans de l'eau des rivieres ſur les bateaux. Malgré cette contrariété des vents, malgré les efforts des courans d'eau & d'air, le navire avance. Il me ſemble donc qu'en appliquant aux bateaux, au moins à ceux qui ſont expoſés ſur des rivieres renfermées dans un lit ſpacieux, qu'en leur adaptant une machine qui pût faire dans l'eau l'effet de la voile expoſée aux courans de l'air, on en obtiendroit le même réſultat. On vaincroit l'effort de l'eau, qui tend à faire reculer la barque, comme l'on ſurmonte, à l'aide de la voile & du gouvernail, le courant d'air qui ſemble oppoſé à l'avancement du navire.

On m'objectera ſans doute, que ſur la mer on n'éprouve des obſtacles réels que de la part de ſix ou huit airs de vent; que l'on n'a à lutter que contre huit courans d'air au plus, & que l'on tourne les autres à ſon avantage: qu'il n'en eſt pas de même ſur les rivieres, où il n'y a qu'un courant d'eau toujours conſtant, toujours contraire, & qu'il faudroit néanmoins ſurmonter.

Au premier coup-d'œil cette objection paroît solide ; mais elle n'a que du spécieux. Quelques réflexions sur le nombre, la qualité & la comparaison des courans d'air & des courans d'eau découvriront son foible, & la feront disparoître.

Sur la mer on emploie pour vaincre les efforts des vents contraires, les airs de vent qui le seroient aussi, sans l'usage de la voile, par la direction qu'on lui donne. Cette direction rend non seulement presque nulle cette contrariété *réelle*, mais elle la tourne à l'avantage de la route, en faisant valoir les forces des vents moins contraires, contre les efforts de ceux qui le sont le plus.

Ces courans d'air utiles sont des vents collatéraux. Le courant d'eau des rivieres n'est pas égal dans toute leur largeur. Les rives forment aussi, par leur opposition au courant, des reflux d'eau, suivant la direction qu'elles ont relativement au courant principal. Ces reflux sont des courans collatéraux à ceux qui sont directement contraires à la route sur mer. On y emploie avec avantage ces courans d'air : pourquoi ne pourroit-on pas faire un usage à *peu près* semblable des courans d'eau ?

Je croirois qu'il seroit possible à un bon Méchanicien d'inventer une machine simple applicable aux bateaux ; une machine bien entendue & bien combinée sur toutes les régles & sur les principes de l'usage des voiles, & qui feroit dans l'eau l'effet de la voile dans l'air, par les mouvemens qu'on lui donneroit combinés avec ceux d'un gouvernail. Cette machine en facilitant la remonte des bateaux contre le courant des grandes rivieres, suppléeroit au nombre des bras employés à cet usage, & ménageroit leurs forces, souvent épuisées par un travail très-fatigant trop continué.

Mais en supposant cette machine possible, il faudroit la combiner de maniere que les aîles dont elle seroit composée, appliquées aux côtés du bateau, pussent se mouvoir, & se diriger dans le goût de la voile par des mouvemens combinés avec ceux du gouvernail. On sait que le but proposé dans l'usage du gouvernail, est de transmettre au vaisseau, suivant une direction qui ne passe pas par le centre de gravité, l'effort que ce gouvernail reçoit de l'impulsion de l'eau. Il faudroit donc dans la composition de cette machine avoir égard à ce principe ; puisque cette machine seroit un nouveau

gouvernail adapté à l'autre, pour concourir avec lui à produire l'effet proposé.

Mais l'usage des voiles est plus étendu que celui du gouvernail; elles servent comme ce dernier à donner au navire un mouvement de rotation; il suffit de distribuer inégalement l'action du vent de part & d'autre du centre de gravité, soit en variant la position des voiles, soit en changeant l'étendue de leur surface; mais leur principal usage est de donner à toute la masse le mouvement de translation, qu'on appelle le *sillage*, effet que le gouvernail est plus propre, ce semble, à détruire qu'à produire. Il seroit donc à propos d'entrer en considération de cet obstacle, & de proportionner la grandeur des aîles de cette machine, & au volume d'eau dont elles doivent recevoir l'impulsion, & à l'obstacle apparent que le gouvernail opposeroit à leur effet. Un meilleur Méchanicien que moi calculera aisément la largeur, l'épaisseur & la longueur qu'il faudroit donner à ces aîles de la machine, qui doivent produire l'effet de la voile; d'autant mieux qu'il est plus familiarisé que moi avec la connoissance des propriétés & des avantages du plan incliné, du levier, & des autres machines simples, auxquelles on peut rapporter plus directement toutes les autres. Quant à l'effet de cette machine & à sa manœuvre relative à celle de la voile & de ses effets, on trouve tout ce que l'on peut désirer à cet égard dans le Traité de la manœuvre des vaisseaux de Mr. Bouguer; on y voit même l'effet des courans d'air sur les voiles dans toutes les positions que l'on peut leur donner; ce qui peut faciliter beaucoup la comparaison à faire des courans d'air avec les courans d'eau collatéraux au courant principal d'une riviere, qui tend à faire reculer le bateau, au lieu de le faire avancer en la remontant.

MÉDECINE

MÉDECINE.

SUR LES CURES MAGNÉTIQUES opérées à Vienne.

Ce qui s'est passé à cette occasion entre M. le Docteur *Mesmer* & l'Abbé *Hell*, a été rendu public dans le temps par diverses brochures; & tous les Journaux en ont parlé. M. *Mesmer* ayant écrit à l'Académie à ce sujet, M. le Professeur *Sulzer* fit le rapport de la Lettre & donna le précis de ce qu'elle contenoit; mais l'Académie ne crut pas devoir intervenir dans ces discussions, ni porter aucun jugement sur leurs objets. On observa seulement en général, que tout ce que M. *Mesmer* racontoit de ses cures magnétiques, & en particulier de ses essais pour la communication de la force magnétique à des corps de plusieurs especes fort différentes, aussi bien que de son art de la rassembler dans des bouteilles, paroissoit sujet aux plus grandes difficultés, & dans une contradiction formelle, (surtout le dernier article,) avec les expériences les mieux constatées jusqu'à présent sur la force magnétique; d'où l'on concluoit qu'il n'y avoit encore aucun fond à faire sur les récits vagues de M. *Mesmer*, & que ses prétendues découvertes avoient besoin d'être soumises à l'examen le plus sévere.

Sur ces entrefaites, M. le Baron *van Swieten*, Ministre Plénipotentiaire de la Cour de Vienne à celle de Berlin, ayant témoigné à M. *Sulzer*, qu'il souhaiteroit que l'Académie s'expliquât plus positivement sur ces objets, divers Membres de la Classe de Physique & de Mathématique s'offrirent, pour obliger ce Ministre, à lire attentivement les Écrits publiés sur cette controverse, à en dire leurs sentiments, & à les communiquer à M. *Sulzer* pour en former un résultat, que voici.

1. On ne décide rien sur la réalité des faits allégués par rapport aux cures soi-disant magnétiques; mais on regarde comme fort incertaine la

conséquence qu'elles soient un effet de la vertu de l'aiman, sans pourtant vouloir nier que cette vertu puisse produire quelque effet sur le corps humain.

2. Il répugne à toutes les expériences précédentes, que la matiere magnétique d'autres corps ou matieres, comme du fer, puisse être communiquée, & même concentrée dans des bouteilles. Pour établir une pareille assertion, il faudroit de tout autres preuves que les sentimens éprouvés par des personnes attaquées de crampes; en particulier il faudroit mettre hors de toute contestation que du papier, du pain, de la laine &c. rendus magnétiques par M. *Mesmer*, attirent réellement le fer.

3. Les corps magnétiques qu'on prétend avoir été ressentis par une personne malade à dix pas de distance, sont un indice des plus équivoques, les douleurs & les sensations véhémentes de cette personne pouvant avoir de tout autres causes que l'approche & l'efficace de l'aiman.

4. La circonstance suivant laquelle la matiere magnétique cesse de pouvoir affecter la malade, dès que les symptômes de son mal ont cessé, rend toute l'observation suspecte, & donne bien plutôt lieu de croire que les sensations de la malade attribuées à la force magnétique, n'étoient autre chose que des accidens de son mal.

5. Le D. *Mesmer* méritera incontestablement la reconnoissance de tous les Curieux de la Nature, s'il parvient à faire connoître ses procédés tendant à rendre tous les corps magnétiques, & à charger des bouteilles de matiere magnétique, de façon qu'on puisse les répéter; & c'est même l'unique moyen de se mettre à l'abri du soupçon d'être tombé dans le sophisme dit *Fallacia non caussæ ut caussæ*.

Voilà jusqu'où l'Académie a cru pouvoir entrer dans l'examen de ces matieres. Ce rapport, signé de M. *Sulzer*, & daté du 24 Mars 1775, a été inséré en Allemand dans le Journal intitulé *Allgemeine Deutsche Bibliothek*, Tome XXVI. Partie I. pp. 190-192.

HISTOIRE NATURELLE.

MÉMOIRE SUR LE SEL DE CANAL.
PAR M. COTHENIUS.

On ſait depuis longtems que pluſieurs eſpeces de ſels s'engendrent ſur la ſurface de la terre. Tel eſt, par exemple, le ſel alcali de Dobrezyn en Hongrie, dont les habitans du lieu ſe ſervent dans la préparation de leur ſavon; d'où ce ſel tire la dénomination de *Sal minerale nativum pannonicum.* Le ſalpetre exiſte auſſi répandu partout ſur les campagnes; & il y a en Sibérie un ſel de cuiſine qu'on recueille de la même maniere.

Mais c'eſt un cas des plus rares, de rencontrer un ſel moyen parfait à la ſurface de la terre, dans une quantité aſſez conſidérable pour ſuffire à l'uſage qu'on veut en faire. De pareils ſels n'exiſtent pour l'ordinaire que diſſous dans les eaux des ſources minérales, étant à la vérité auparavant engendrés dans la terre; mais cette génération préſuppoſe une terre alcalino-ſaline & une eau imprégnée d'acides minéraux, qui coule au-deſſus ou au travers de cette terre. C'eſt de là que tirent leur origine les eaux purgatives de Sedlitz & de Seydſchütz en Boheme, leſquelles ſont compoſées d'une eau ſubtile ſpiritueuſe & d'un ſel moyen parfait, qu'on peut en obtenir par évaporation dans une quantité aſſez conſidérable.

L'art a contrefait ces ſels en pluſieurs manieres; & c'eſt ce qui a produit *le ſel de Saignette* en France & le ſel polychreſte en Allemagne.

Les fameuſes eaux de Carlsbad en Boheme donnent auſſi un aſſez beau ſel moyen, qu'on peut comparer à tous égards au ſel artificiel dit de Glauber: on en tire un pareil des eaux de Pyrmont, & il y a quelques années que M. le Conſeiller *Délius* en découvrit un dans le pays de Bareuth qui a toutes les qualités d'un ſel moyen, & dont on peut faire bon uſage. Le ſel d'Epſom a une renommée fort ancienne, mais comme on ne le recueille pas

en auſſi grande quantité qu'il ſeroit à ſouhaiter, les Chymiſtes en ont pris occaſion d'employer un acide vitriolique à la compoſition d'un ſemblable ſel, qui ſe vend à fort bon marché ſous le nom de *ſel d'Angleterre*, & tient la place du ſel d'Epſom.

Mais, lorſqu'il arrive de trouver à la ſurface de la terre un ſel moyen parfait, qu'on leſſive de cette terre comme le ſalpetre, c'eſt un de ces cas qui excitent l'attention par leur rareté.

S. E. M. le Miniſtre d'État *de Herzberg* me donna, il y a quelque temps, une portion d'un ſemblable ſel en nature. Elle l'avoit reçu de M. l'Envoyé de Sardaigne à la Cour de Pruſſe, qui le lui avoit recommandé comme un très bon remede, dont S. E. ne vouloit pourtant pas faire uſage avant que de s'être procuré la conviction qu'il n'y avoit rien à riſquer.

Avec ce ſel j'eus la communication du Mémoire ſuivant que je préſentai à l'Académie ſans aucun changement, & qui fut lu dans l'Aſſemblée du 7 Septembre, 1775.

Je ne m'en tins pas là, & ne voulant pas m'en fier uniquement à ce Mémoire ſur les vertus du ſel en queſtion, j'ai cru que cela valoit la peine de le ſoumettre à des expériences chymiques, qu'on lira immédiatement après.

Origine, propriétés & vertus du Sel de Canal.

A dix lieues de Turin dans la Province d'Aſti, on trouve un village aſſez joli, que l'on nomme *Canal;* il eſt environné de petites collines très délicieuſes, & ſurtout fertiles en vin, qui eſt beaucoup eſtimé; ſon ſéjour eſt agréable par l'air pur & ſain qu'on y reſpire; il n'y manque rien de tout ce qui eſt néceſſaire pour les commodités de la vie.

Meſſieurs Aloy, pere & fils, habiles Apothicaires du dit village, & curieux obſervateurs de la Nature, s'apperçurent, il y a déjà quelques années, que pendant les mois de Février, Mars & Avril, une eſpece de terre ſaline végétoit ſur la ſurface de certains lieux de ſon terroir; elle étoit d'une couleur blanche tirant ſur le cendré, d'ailleurs poreuſe, friable, légere, répandue en façon de mouſſe à la hauteur de deux ou trois pouces. Il n'y en a pas partout en égale quantité; car on en voit beaucoup plus ramaſſée ſur les endroits ſtériles, ſecs & raboteux, ſur les rivages, à côté des chemins, dans les fentes des rochers; mais on en cueille fort peu dans les lieux expoſés au Septentrion.

Lorſque l'hyver eſt doux, & que les froids ſont moins rigoureux, cette nouvelle terre ſe montre de bonne heure: ſi au contraire la ſaiſon eſt rude, elle eſt plus tardive à



paroître, & si l'on n'a pas soin de la cueillir bientôt, elle est dissipée & emportée par les vents, ou bien délayée par les pluies.

La découverte de ce produit de la nature ignoré jusque-là, engagea les susdits Apothicaires & de célebres Médecins & Chymistes à en développer la nature & les attributs. C'est dans cette pensée qu'ils en firent la lessive, & qu'ils ont vu, que d'une livre de cette terre on pourroit tirer trois onces d'un sel pur, crystallin, fort blanc, qui se dissout très aisément dans l'eau simple, d'un goût un peu amer, qui n'est pas désagréable; mais légerement slyptique. L'on passa ensuite à observer la figure de ce sel à l'aide d'un microscope; l'on remarqua, que les petits crystaux qu'il composoit, étoient pour la plupart parallélipipedes, mais ni parfaitement réguliers, ni tous également constans, puisqu'on y en découvrit aussi quelques-uns d'une figure à peu près prismatique, avec des bases triangulaires, hexagones; il y en avoit aussi de rhomboïdales, de cubiques & d'autres presque octaèdres.

La louable curiosité de ces Messieurs ne s'en tint pas là; ils pousserent bien plus loin leurs recherches sur la nature de ce sel, & voyant que, mêlé avec le sirop violat, il n'altéroit nullement sa couleur, & que combiné avec les acides même très concentrés, il n'excitoit par la moindre effervescence, on l'a rangé dans la classe de ces sels neutres qui ne sont qu'un résultat d'un acide vitriolique combiné avec une terre *Calcareo-absorbante*, laquelle auparavant servoit de base & de matrice au sel marin. Cependant je ne dois pas oublier de dire qu'il en est de ce sel comme de presque toute matiere de Médecine, c'est à dire que ce qui est trouvé vrai par les uns est démontré faux par les autres. En effet il y en a eu qui ont prétendu y trouver quelque différence, affirmant qu'il n'étoit pas tout à fait tel qu'on l'a dit, & qui ont cru qu'on le plaçoit improprement parmi les neutres; ce qui n'empêche pourtant pas qu'ils ne soient tous d'accord sur ses vertus.

On est tombé de tout tems dans ces sortes d'excès, souvent dangereux, quand on a voulu faire l'éloge de quelque nouveau remede, & l'on a bien souvent prodigué des louanges à quelques-uns, dont l'utilité se réduisoit presqu'à rien, & à d'autres qui en vérité méritoient plutôt d'être ensevelis dans un profond silence, & dont il auroit bien mieux convenu au genre humain qu'on n'eût jamais parlé. L'imposture, l'esprit de charlatanerie ont toujours été la source de ces abus; je tâcherai donc bien de me garder de ces défauts; la pure & simple vérité me conduira dans tout ce que je dirai à l'égard de ce sel, dont la vertu principale est de purger la trop grande abondance des matieres crues, pituiteuses, glaireuses & bileuses qui causent les différentes maladies dont on est affecté.

Ce sel peut bien tenir à tous égards une des premieres places parmi ces remedes qui purgent doucement, & en même tems suffisamment pour les tempéramens qui sont faciles à mouvoir, & qui ne peuvent presque jamais prendre d'autre médecine purgative, quelque douces qu'elles soient, sans tomber dans quelque accident fâcheux; l'on a

vu ce sel opérer avec un très bon succès, sans causer ni douleur, ni tranchée, ni irritation, non plus que de trop grandes évacuations, ni enfin le moindre inconvénient.

Ce remede convient à tout âge, à tout sexe, à tout tempérament, quelque foible & délicat qu'il soit.

Entre les purgatifs salins qu'on ordonne en Médecine, c'est un des plus doux, & des plus agréables, s'il y en a de tels, parce qu'il n'est point âcre, ni amer au goût, comme le sel polychreste, de Glauber & d'Epsom surtout (auquel on ne doit pas trop se fier, étant très difficile de l'avoir légitime, puisqu'il y en a peu, & qu'il est précieux en Angleterre même) & tant d'autres; il n'a point de mauvaise odeur, ce qui fait que les enfans le prennent sans peine; on le leur donne encore plus heureusement à cause de la vertu qu'il a de chasser les vers du corps.

La dose ordinaire & générale est d'une once, poids de Piém. on la détrempe dans un verre d'eau fraîche; on peut la diminuer, ou bien l'augmenter, suivant l'âge, les évacuations, les forces &c.

On s'en sert aussi avec beaucoup de succès dans les dyssenteries, & particulierement dans les lavemens. On l'a trouvé très excellent dans les hydropisies naissantes, à cause de sa qualité diurétique, & dans celles particulierement qui tirent leur origine des obstructions du bas-ventre, dans les cachexies, affections catarrales, lentes, & en un mot dans toutes les maladies où l'indication qui se présente est d'atténuer, résoudre & dissiper les limphes épaisses, gluantes & lentes. Je ne dois pas omettre de dire, que les brebis, les vaches & autres bêtes que l'on mene aux pâturages, lorsqu'elles se trouvent sur cette terre saline, la lechent très avidement, d'où il s'ensuit des évacuations abondantes; c'est d'après cette observation-là qu'on a aussi expérimenté ce sel dans les chevaux, & qu'on s'en est servi avec beaucoup d'avantage quand on a voulu leur donner un purgatif rafraîchissant. Il semble qu'ils le prennent avec je ne sai quel plaisir, mais préférablement à tout autre remede par un certain goût qui leur est peut-être agréable.

L'on pourroit dire bien des choses sur la maniere physique dont cette terre se reproduit constamment toutes les années; mais comme l'on ne sauroit rien avancer de certain là-dessus, & que les théories & les raisonnemens faits jusqu'à présent ne semblent pas assez satisfaisans, je n'en dis mot, d'autant plus que les bornes étroites que je me suis prescrites, ne me le permettent pas, parce que *Non esset opus unius diei uniusque pagellæ*.

EXPÉRIENCES.

Voici les résultats de celles qui ont été faites sur le sel en question.

1. La figure de ce sel n'étoit pas généralement bien déterminée; cependant la plûpart des grains représentoient des quarrés oblongs. Le goût avoit de l'amertume, sans être styptique; & sa solution dans l'eau distillée demeuroit toute claire.

2. La solution de ce sel n'entroit en effervescence avec aucun des acides, tant minéraux que végétaux.

3. La solution de lune dans l'acide du nitre étoit précipitée par la solution de ce sel en une chaux dure & de difficile fusion.

4. La solution du vif argent dans l'acide du nitre se précipitoit en un turbith minéral.

5. La solution de saturne dans l'acide du nitre étoit fortement précipitée au moyen de quelques gouttes de ce sel dissous & ne souffroit point de nouvelle solution dans l'acide pur du nitre.

6. L'addition d'un sel pur de tartre & de la poussiere de charbon engendroit, après la calcination requise, un foie de souffre.

7. Avec le sel de tartre pur par défaillance il se précipitoit de la solution une terre blanche & friable; & le liquide donnoit un vrai tartre vitriolé.

8. La terre qui s'étoit précipitée, après avoir été bien édulcorée, se dissolvoit avec effervescence dans l'acide du nitre; mais après l'addition & la préparation convenable, il ne s'engendroit avec l'acide du vitriol aucun sélénite.

9. La terre bien calcinée, après qu'on y avoit versé de l'eau, ne donnoit aucune creme de chaux, pareille à l'eau de chaux.

10. Enfin le sel sur les charbons & dans la calcination ne se gonfloit point & n'acquéroit aucun goût styptique.

Il résulte de ces expériences, que le sel de Canal est composé 1°. d'un acide de vitriol, comme le prouvent les N°. 2, 3, 4, 5, 6 & 7, & 2°. d'une terre alcaline, & spécialement de la *Terra muriatica salis communis*, laquelle fait aussi la base des sels d'Epsom & de Sedlitz. Que la terre qui se précipite au moyen du sel de tartre par défaillance soit une vraie *terra muriatica*, connue dans les Apothicaireries sous le nom de *Magnesia salis Epshomensis*, c'est ce que prouvent les Expériences 8 & 9, suivant lesquelles, si cette terre étoit calcaire, il devroit s'en engendrer, 1°. un sélénite, 2°. une creme de chaux au dessus de l'eau. S'il y avoit de la terre d'alun dans le mélange, il faudroit que dans la 10e. Expérience le sel se fût fort gonflé & eût acquis un goût styptique.

Puis donc que les deux ſels ſusdits, celui d'Epſom & celui de Sedlitz, contiennent dans leur mêlange, outre des parties conſtituantes terreſtres du même ordre, un acide vitriolique, il s'enſuit de là que le ſel de Canal n'en differe abſolument que par un plus grand ou moindre degré de pureté.

Quand, après cela, ce ſel n'auroit, dans la pratique de la Médecine, aucune prérogative ſur les autres ſels moyens amers, ce n'en eſt pas moins une production merveilleuſe de la Nature, dont on a ſujet de faire à tous égards beaucoup de cas. Les Médecins qui font une attention particuliere à tout ce qui intéreſſe le corps humain, remarquent que les mêmes ſels ne conviennent pas également à toutes ſortes de conſtitutions, quoiqu'ils ayent également la vertu purgative & ſoient propres à nettoyer l'eſtomac & les inteſtins. Il ſe trouve des perſonnes qui ne ſauroient bien ſupporter le ſel de Sedlitz, ni le ſel d'Angleterre factice; tandis qu'elles ſe trouvent fort bien du ſel de Carlsbad & du ſel admirable de Glauber. La raiſon de cette différence procede ſans doute en partie de la ſenſibilité des inteſtins, ou en général de l'état du ſyſteme nerveux, auſſi bien que de la diverſité des modifications de l'eſtomac & des inteſtins, & en partie de la préparation des ſels factices, à laquelle on n'apporte pas toute l'exactitude néceſſaire, pour combiner enſemble les ſels lixiviels & les ſels acides, de façon que les uns ne prédominent point ſur les autres, mais qu'ils ſoient en équilibre.

La nature pour l'ordinaire, dans de ſemblables cas, ſurpaſſe l'art. Ainſi il pourroit arriver que le ſel de Canal fût plus efficace & produiſît de meilleurs effets ſur certaines conſtitutions que les autres ſels. L'expérience ſeule peut inſtruire à cet égard d'une maniere déciſive.

PSYCHO-

PSYCHOLOGIE.

Le morceau ſuivant eſt d'un jeune Philoſophe dont on a lieu de ſe promettre des recherches plus profondes. M. le Directeur *Merian* l'ayant jugé digne d'être lu à l'Académie, il peut auſſi entrer dans cette Hiſtoire.

ESSAI SUR LA CURIOSITÉ.

La curioſité n'eſt autre choſe que le déſir de découvrir de nouveaux rapports entre des choſes ſur leſquelles nous avons déjà au moins quelques idées.

Le principe de la curioſité gît dans le plaiſir qu'éprouve l'ame à exercer ſon activité ſur des choſes nouvelles. L'on peut diſtinguer là deux ſortes de plaiſirs; le premier eſt celui que l'ame trouve toujours dans l'exercice de ſon activité lorſqu'il n'eſt ni trop pénible, ni trop facile, ni trop embarraſſé (*); le ſecond eſt le plaiſir attaché à la nouveauté (**); ces deux plaiſirs ſe réuniſſent dans l'ame lorſqu'elle ſatisfait ſa curioſité, & c'eſt ce qui fait que ce déſir a quelquefois une grande énergie.

Le grand principe de l'éducation, celui auquel tous les autres doivent aboutir, eſt de chercher à exciter la curioſité des enfans ſur des choſes qui ſoient à leur portée, & de les attacher à la découverte de rapports qui par leur ſimplicité puiſſent produire dans leur cerveau des idées nettes, & les conduire inſenſiblement à la connoiſſance de rapports plus compoſés. Il faut commencer par des choſes ſenſibles, par des choſes qui tombent à chaque inſtant ſous leurs yeux, & qui les forcent, pour ainſi dire, à s'en occuper. La raiſon de ce principe eſt bien facile à ſaiſir. L'ame ne trouve de plaiſir & d'utilité à exercer ſon activité, qu'autant qu'elle peut le faire ſans trop de fatigue & de confuſion. Cette activité eſt une force qui demande

(*) Voyez l'*Eſſai analytique* de Mr. Bonnet & la *Théorie des plaiſirs* de Mr. Sulzer.

(**) Voyez l'*Eſſai analytique*, Chap. 9.

à être développée, & ce développement exige un passage insensible du simple au composé, des rapports saillans & faciles à saisir, aux rapports cachés, & que leur complication fait souvent échapper à l'esprit. Commencez donc par faire observer aux enfans les relations les plus immédiates qu'ils soutiennent avec ce qui les environne, avec leurs parens, les personnes avec lesquelles ils vivent, les objets dont ils ont besoin chaque jour. La considération de ces rapports prochains les exercera sans les fatiguer, elle développera leurs forces sans les épuiser, & le plaisir qu'ils éprouveront à découvrir certaines choses leur inspirera le désir d'en connoître de nouvelles. L'utilité que remarqueroit bientôt un enfant dans l'observation de ses devoirs le porteroit à les pratiquer, il en suivroit avec soin les regles parce qu'il verroit aisément qu'elles ont été faites pour son bien, & que son propre intérêt exige de lui l'obéissance à ses parens, la complaisance avec ses compagnons, la douceur & la docilité avec tout le monde. Les préceptes sortiroient ainsi du sein de sa vie ordinaire, & les petits événemens qui la remplissent seroient la source & les fondemens de sa morale. Par cette méthode on ne l'accableroit pas de ces théories assommantes autant qu'inintelligibles sur le bien & le mal, la vertu & le vice, les obligations morales, & leur sanction. Les merveilles de la nature ne tarderoient pas à l'occuper & seroient le germe de sa philosophie & de sa théologie. On mettroit sous ses yeux divers procédés, les plus simples qu'on pourroit trouver, des animaux & des plantes; on lui donneroit une idée de leur structure, & cela le conduiroit à soupçonner l'ordre & l'harmonie qui regnent dans le monde. Ces idées qui existeroient d'abord dans son cerveau en raccourci & comme en miniature, s'étendroient peu à peu, prendroient de la force & de la consistance; bientôt il seroit en état de les généraliser & de se former quelques notions. Après lui avoir fait observer une grande quantité d'effets, & avoir dirigé son attention sur les causes qui les produisent, on verroit sa curiosité s'exciter & augmenter avec le nombre des rapports dont il acquerroit la connoissance; il rechercheroit de lui-même les causes des phénomenes qui se présenteroient à lui, il compareroit ces phénomenes avec ceux qu'il connoit déjà, en un mot il commenceroit à lier ses idées & à

ébaucher un corps de ſcience. Il ne ſeroit pas difficile de le faire paſſer de la contemplation des cauſes particulieres à la recherche de la cauſe univerſelle; pénétré de ce principe qu'il n'y a point d'effet ſans cauſe, il eſſayeroit de remonter à la cauſe de l'univers, & l'idée de Dieu entreroit alors dans ſon ame ſous la forme qu'elle doit naturellement avoir; il ſe repréſenteroit l'Être *ſupreme* comme le pere commun de tous les êtres, comme le créateur de tout ce qui exiſte. De cette notion découleroient aiſément tous les devoirs envers lui; il les comprendroit tout de ſuite, parce qu'ils ſont dans l'analogie la plus parfaite avec ce qu'il ſent & ce qu'il penſe, & parce qu'on n'y auroit mêlé aucune idée inintelligible ou contraire à la raiſon. On pourroit en ſimplifiant de la même maniere les diverſes parties de la religion, & en les dégageant de tout mélange de fanatiſme & de ſuperſtition, lui former un ſyſteme ſuivi & bien lié, un ſyſteme cohérent, dont les différentes parties ſe fortifieroient les unes les autres, bien loin de ſe détruire mutuellement. Sa curioſité toujours excitée & toujours ſatisfaite ſe fortifieroit prodigieuſement par cette méthode, elle ſe porteroit naturellement vers les objets dignes de l'occuper, parce que l'eſprit étant éclairé, ſes vues ſeroient juſtes & ſes déſirs naturels. Il faut donc employer dans l'éducation des enfans la même méthode qu'un Philoſophe doit ſuivre pour pénétrer dans une ſcience, & pour y faire des progrès. Mais eſſayons d'examiner de plus près la curioſité, & conſidérons attentivement ſa nature & ſes effets.

Il réſulte de la définition que nous avons donnée de la curioſité, que c'eſt dans la proportion ou le rapport entre le connu & l'inconnu qu'il faut chercher la ſource du plaiſir que goûte l'eſprit dans la découverte des vérités inconnues. En effet, nous ne parvenons à découvrir les vérités inconnues que par le moyen des vérités connues: ſi l'inconnu n'avoit aucune proportion, aucun rapport avec le connu, comment l'eſprit viendroit-il à le déſirer, quelle ſeroit la raiſon ſuffiſante de ce déſir? Il eſt évident qu'il n'y en auroit aucune, puiſque cette choſe inconnue ſeroit par la ſuppoſition abſolument iſolée & ſéparée de celles que nous connoiſſons. Ce n'eſt donc que ſur la liaiſon plus ou moins connue que les choſes ont entr'elles, qu'eſt fon-

dée la curiosité, & le plaisir que nous trouvons à la satisfaire. Si cette liaison nous échappe, si elle est nulle pour l'esprit, la curiosité s'évanouira. J'en citerai un exemple bien simple, mais frappant. Je suppose des soldats coupables d'un crime, condamnés à être décimés, & jouant aux dez pour savoir lesquels seront punis de mort; je suppose aussi que le pere d'un de ces soldats les regarde jouer. S'il ignore le motif de leur jeu, il n'aura certainement aucune curiosité d'en savoir le résultat, & verra leur jeu avec la plus grande indifférence; mais si on l'instruit des conditions du jeu, son esprit s'agitera aussitôt, & sa curiosité sera portée à l'extreme. Il en est de même de toutes les choses qui peuvent être des objets de curiosité. Les résultats de l'observation du fameux passage de Vénus, qui piquoient à tel point la curiosité des Astronomes & des Physiciens, n'étoient-ils pas tout à fait indifférens pour le commun des hommes? Pourquoi cela? C'est que les rapports de cette observation avec tout le systeme du monde qui étoient si connus des Astronomes, étoient absolument inconnus au reste des hommes. Ceux-ci traitent de bagatelles & de minuties ce qui paroît aux premiers être de la plus grande importance, & tenir à tous les phénomenes généraux de la nature. La préexistence du poulet dans l'œuf, qui a paru un fait si curieux & si important aux Physiologistes, a-t-elle fait la moindre impression sur le commun des hommes? Et n'en est-il pas de même de la plupart des sciences qui sont traitées de folies & de billevesées par ceux qui ne les connoissent pas? Ne voyons-nous pas tous les jours traiter les plus belles parties de la philosophie rationelle de sciences creuses & futiles qu'il est dangereux d'enseigner? Cette étrange assertion ne vient-elle pas de l'ignorance des gens qui en parlent ainsi, lesquels ne distinguent pas les rapports qui lient ces parties avec toutes les autres sciences, & avec ce qu'il est le plus intéressant pour l'homme de connoître? En un mot, tout désir suppose des motifs, ces motifs ne peuvent résider que dans la nature des choses, & par conséquent dans les rapports qui existent entre ce que nous ne connoissons pas & ce que nous cherchons à connoître. Ceux qui commencent à étudier une science ne sentent-ils pas leur curiosité augmenter à mesure qu'ils

y font des progrès? Mais c'est trop insister sur une chose dont tout homme qui pense est surement convaincu..

Il suit nécessairement de ce que je viens de dire, que, toutes choses d'ailleurs égales, la curiosité sera d'autant moindre qu'il y aura moins de rapports entre le connu & l'inconnu, & lorsque l'esprit travaillera à satisfaire cette curiosité sur des choses où il y a très peu de rapport entre le connu & l'inconnu, ce travail sera pour lui plus pénible & plus fatiguant qu'agréable; rien de plus aisé que de le prouver. J'ai déjà dit que telle étoit la nature de l'homme qu'il trouvoit du plaisir dans l'exercice de son activité, & qu'au contraire il éprouvoit de la peine toutes les fois que cet exercice étoit contraint & gêné. Or pour que l'esprit puisse exercer son activité avec assez de liberté, il faut qu'il puisse développer les idées dont il s'occupe, il faut qu'il tienne des principes capables de résoudre les questions qui se présenteront à lui, & de dissiper les nuages qui offusqueront la vérité. Cela suppose des rapports entre ce qu'il connoît & ce qu'il cherche, tels, que l'inconnu puisse *se tirer du connu* par le moyen d'une méthode aidée du génie. Si ces rapports n'existent pas en assez grand nombre, les principes demeureront stériles, l'esprit s'épuisera en vain à vouloir en tirer ce qu'ils ne peuvent fournir; les données étant en trop petit nombre, il ne pourra lier ses raisonnemens de façon à leur faire produire quelque idée nouvelle, l'activité de l'ame s'exercera longtems sans rien produire, ou du moins ne produira que très peu, la dépense sera très considérable, & les acquisitions seront très petites, en un mot, les instrumens dont l'esprit se sert étant trop obtus pour pénétrer dans les sujets qu'il voudroit sonder, il sera réduit à travailler inutilement sans pouvoir les ouvrir. L'ennui, le dégoût, la fatigue, l'accablement, viendront bientôt prendre la place de la curiosité & du plaisir attaché à la satisfaire, l'esprit se rebutera & se trouvera forcé de changer d'objets ou de rester dans l'inaction. C'est ce qui arrive aux esprits les plus pénétrans, lorsqu'ils veulent s'occuper de choses hors de leur portée, à moins que séduits par leur imagination, ils ne se fassent illusion à eux-mêmes, & ne prennent des fictions pour des réalités. Si vous cherchez à pénétrer le mystere de l'union de l'ame & du corps, la nature des forces, le principe

de la communication du mouvement, & d'autres matieres semblables, vous vous fatiguerez bientôt sans rien trouver, parce que ces choses ont trop peu de rapports avec celles que nous connoissons pour que nous puissions raisonnablement nous flatter d'y faire des découvertes.

On peut prouver par les mêmes principes, que si au contraire la proportion ou le rapport du connu à l'inconnu est tel qu'un simple coup-d'œil suffise presque pour voir l'inconnu dans le connu, il doit en résulter pour l'esprit une diminution de plaisir proportionelle à l'excès de facilité de la recherche. En effet, pour que l'ame trouve du plaisir dans une recherche, il faut qu'elle puisse s'exercer à la développer, il faut que cette recherche renferme assez de rapports & des rapports assez cachés pour occuper toute l'attention, & pour ne pouvoir être apperçus que successivement & par une application continuée. L'exercice de l'activité de l'ame lui étant agréable, il faut que cet exercice dure pendant un certain tems pour que l'ame jouisse d'un plaisir d'une certaine durée; il faut donc que les rapports cachés ne se montrent à elle que successivement & à mesure qu'elle travaillera pour les découvrir; si elle les apperçoit tout d'un coup, sa tâche est finie au même instant, tout exercice ultérieur de son activité lui devient inutile, & elle se trouve réduite à un état de contemplation oisive qui ne lui donne que peu ou point de plaisir. Lorsque Pythagore trouva la fameuse proposition du quarré de l'hypothénuse, il fut si transporté de cette découverte qu'il sacrifia cent bœufs aux Muses pour les en remercier; le plaisir qu'il en ressentit venoit en grande partie des efforts heureux qu'il venoit de faire; son ame seroit restée tranquille si ses efforts n'avoient pas été grands; mais les forces de son esprit s'étant exercées autant qu'elles le pouvoient, & les difficultés n'ayant pas été assez grandes pour les consumer & les éteindre, il avoit goûté le plaisir par le plus grand nombre de points possibles, si l'on veut me passer cette expression, & voilà l'origine de ces transports que ne concevront jamais les esprits médiocres. Un désir qui se trouve satisfait au moment même où il s'éleve dans l'ame, n'est jamais bien violent; ce sont les difficultés qui lui font acquérir de l'énergie, il s'irrite des obstacles & croit avec eux; c'est ainsi qu'un fleuve qui n'exerce qu'une

force médiocre si on laisse un libre cours à ses eaux, en acquiert une prodigieuse, si quelque obstacle les arrête & les accumule pendant un certain tems. D'où viennent les plaisirs de la méditation, ces plaisirs si vifs & si séduisans pour un esprit qui en a une fois goûté les charmes? n'est-ce pas de l'exercice de l'activité de l'ame sur des choses qui ne cedent que lentement & par degrés, & des difficultés qu'on vient à bout de surmonter? Otez toute résistance & toute difficulté, le plaisir de la méditation s'anéantira par cela même.

Si des grands objets nous passons aux petits, si du soin des sciences nous passons au cours ordinaire de la vie, nous trouverons dans chaque événement une preuve de ce que j'avance ici. Observez ces gens qui ont sans cesse la tête occupée de ce qui se passe autour d'eux, qui ruminent sans cesse sur les actions & les discours des autres, & dont la curiosité, quoique tournée vers des bagatelles, est aussi vive que celle du Philosophe le plus rempli d'ardeur pour la vérité. Voyez-les épier les actions de leurs voisins, examiner *leur conduite*, chercher à démêler les motifs qui les font agir; vous ne tarderez pas à remarquer qu'ils s'occupent peu des démarches dont le but se découvre aisément, & que les personnes franches & ouvertes n'exciteront en eux qu'une légere attention. Mais s'ils croient appercevoir quelque apparence de mystere, s'ils voient des personnes qui paroissent vouloir cacher leur conduite, & dérober aux autres le secret de leurs actions, observez alors combien leur curiosité sera excitée, comme leur activité sera mise en jeu, comme ils tendront tous les ressorts de leur esprit pour découvrir quelque chose, & combien la plus légere découverte, fondée ou non, leur causera de plaisir, & les animera à redoubler d'attention & de vigilance. Ces détails sont très connus de tous ceux qui observent avec soin ce qui se passe dans la société.

Tâchons d'analyser encore davantage ce sujet: supposons un Sauvage qui n'ait jamais vu de montre, & qui en trouve une par hasard dans un bois. De quel étonnement ne sera-t-il pas saisi à la vue d'une machine qui se meut d'elle-même, sans qu'aucune force extérieure paroisse agir sur elle! Ce mouvement en apparence spontané n'absorbera-t-il pas toutes ses con-

ceptions, & ne le jettera-t-il pas dans une extase dont il ne sortira que pour observer de nouveau ce singulier phénomene? Sans doute il prendra d'abord cette montre pour un être animé; & le battement de la montre si semblable au battement du cœur le confirmera dans cette opinion. Son admiration n'augmentera-t-elle pas lorsqu'il aura apperçu les rapports qui existent entre les mouvemens des aiguilles & la durée du jour; sa curiosité ne sera-t-elle pas par là beaucoup plus excitée? & ne souhaitera-t-il pas beaucoup plus vivement de découvrir la cause de ces prodiges? Supposons ensuite qu'après plusieurs tentatives il soit venu à bout d'ouvrir cette montre; sa surprise sera sans doute bien grande à la vue de tout cet appareil de roues, de pignons, de ressorts, de balanciers &c. Cependant il commencera à concevoir que ce systeme contient vraisemblablement la cause du mouvement des aiguilles, & sa curiosité le portera à examiner avec soin ce systeme. Un examen approfondi de chacune des parties de cette montre lui apprendra insensiblement à distinguer leur liaison, leur dépendance mutuelle, leur action réciproque; il arrivera enfin au ressort, & ne tardera pas à démêler que c'est la force avec laquelle il se détend qui est le principe moteur de la machine. Il se confirmera dans son opinion lorsqu'il verra que la montre cesse de se mouvoir aussitôt que le ressort est détendu, & que le mouvement y renaît avec la tension du ressort. Après être remonté ainsi du mouvement de l'aiguille au principe moteur, il redescendra de ce principe au mouvement de l'aiguille, en passant par tous les rouages intermédiaires, & si nous supposons ce Sauvage doué d'intelligence & de sagacité, nous concevrons aisément qu'il parviendra soit par lui-même, soit par les secours des autres, à une connoissance complette de la Méchanique, & qu'il la saisira d'un coup-d'œil. Il la regardera alors du même œil dont la voit un Horloger, c'est à dire avec assez d'indifférence; la grande facilité qu'il aura acquise à saisir les rapports de ses diverses parties, lui ôtera le plaisir qu'il avoit à en contempler la marche, & il reviendra à l'état de tranquillité froide dans lequel il étoit auparavant.

N'en seroit-il point de même pour nous de la connoissance des secrets de la Nature, si nous venions à les posséder aussi complettement qu'un Horloger

loger possede le secret de la construction d'une montre? Ne sommes-nous pas précisément dans le cas du Sauvage dont je viens de parler, lorsqu'il n'entrevoit encore que confusément les rouages qui font mouvoir la montre? & n'avons-nous pas tous les jours sous les yeux des exemples qui confirment ce que je viens de dire? Quelle n'est pas l'admiration d'un homme qui entre pour la premiere fois dans ces maisons où se font ces ouvrages de l'art inventés par le luxe, & qui sont des chefs-d'œuvre de l'industrie humaine. Ces étoffes de soie enrichies de broderies & de paillettes, ces velours de diverses couleurs, ces manufactures des Gobelins, toutes ces choses ne jettent-elles pas dans la plus grande surprise, lorsque l'on considere les métiers nécessaires pour les fabriquer? Quelle multitude immense de fils, de poids, de cordages, de branches de bois &c? & quelle complication prodigieuse de tous ces instrumens? Cependant les ouvriers qui y travaillent regardent ces chefs-d'œuvre sans admiration & avec indifférence. Une connoissance exacte de toutes les pieces qui entrent dans la composition de ces admirables machines leur a ôté la curiosité qui s'empare des étrangers à la vue de ces merveilles, & avec elle le plaisir attaché à leur contemplation. Pourquoi ne sommes-nous jamais las de considérer les ouvrages de la Nature? c'est qu'ils sont inépuisables, que tous nos efforts ne nous en feront jamais acquérir une connoissance complette, & que les causes des phénomenes qu'ils nous présentent nous demeureront toujours inconnues. Notre curiosité est toujours excitée, & n'est jamais satisfaite qu'en partie; il y a plus, les mêmes choses qui la satisfont la font renaître: plus on voit, & plus on découvre de choses inconnues, plus on apperçoit de rapports cachés. Voilà pourquoi la curiosité du Philosophe augmente à mesure qu'il avance dans la Science de la Nature; les découvertes qu'il fait ne lui inspirent jamais d'indifférence, parce qu'elles ne lui montrent jamais les causes, mais seulement des effets plus ou moins généraux: supposez-lui une connoissance parfaite de la Nature, telle qu'aucune des causes de ses phénomenes ne lui échappe, & vous lui ôterez le plaisir de la curiosité; l'activité de son ame ne pourra plus s'exercer, & il tombera dans une espece d'apathie.

Si les réflexions que je viens d'exposer sont justes, il s'ensuit que les Intelligences, (au moins entant qu'elles ont quelque rapport avec nous,) ne peuvent trouver de plaisirs un peu vifs dans la contemplation de l'Univers qu'autant que cet Univers leur fournira toujours des motifs de curiosité, & par conséquent qu'il contiendra des choses qui leur seront inconnues, mais qui seront liées par certains rapports avec ce qu'elles connoissent; si cela étoit autrement, si ces Intelligences venoient à connoître à fond la machine de l'Univers, il deviendroit bientôt pour eux ce qu'étoit la montre pour le Sauvage dont nous venons de parler; & leur curiosité étant une fois satisfaite, il semble que cela répandroit une certaine langueur sur leur existence, & que leurs plaisirs seroient considérablement diminués. Si donc, comme les principes d'une saine Philosophie ne nous permettent pas d'en douter, le but de la création a été le bonheur des êtres créés, l'on peut conclure légitimement que la construction de l'Univers est inépuisable pour les êtres qui l'habitent, & que par conséquent il fournira toujours des motifs à leur curiosité, & des sources de plaisir à leur intelligence. Si nous considérons avec un peu d'attention la nature des êtres finis, nous en tirerons des conséquences qui serviront à confirmer nos principes. En effet, des êtres finis sont nécessairement imparfaits, leur entendement l'est aussi; il ne peut par cela même s'étendre autant que la nature des choses; l'essence des êtres ne leur sera donc jamais parfaitement connue, sans parler de l'Être suprême dont la nature absorbera toujours toutes les conceptions des êtres finis. Il y aura donc toujours pour eux des choses cachées; ces choses cachées leur fourniront des motifs de curiosité, & elle pourra par conséquent s'exercer pendant toute l'éternité. J'espere qu'on ne tirera pas ici d'objection de la nature de l'Être suprême qui connoît à fond tout ce qui est & tout ce qui peut être. Cette objection reposeroit uniquement sur un sophisme que les hommes ne commettent que trop souvent, & qui consiste à comparer le Créateur avec les créatures, l'Être nécessaire avec les êtres contingens. Cependant quelle comparaison peut-on instituer entre des choses essentiellement différentes? Avons-nous la moindre notion sur la nature intime de Dieu, sur la maniere dont il apperçoit, dont il jouit, dont il existe? N'ap-

pliquons donc jamais à l'Être supreme les imperfections des êtres finis; renfermons-nous dans notre sphere, & ne cherchons pas à fixer nos yeux sur une lumiere qui ne pourroit que nous éblouir & nous aveugler.

Je ne toucherai pas ici à l'objection tirée de ce que le nombre des connoissances possibles étant fini, elles s'épuiseront un jour, & ne fourniront par conséquent plus d'aliment à notre curiosité. Car on peut répondre qu'à la vérité un nombre infini ne peut exister, mais que les combinaisons de l'entendement n'en sont pas moins inépuisables, puisque nous pouvons considérer successivement des systemes de deux, trois &c. corps, sans jamais rencontrer de bornes. Si l'on argumentoit encore ici de la nature de l'Être supreme, je renverrois à ce que je viens de dire là-dessus. Mais j'ajoûterai ici une considération qui me paroît avoir une certaine force. C'est que nous ne pouvons pas nous faire une idée de l'état d'un être intelligent qui a augmenté ses connoissances au point qu'elles approchent d'être dans la proportion que peuvent comporter ses facultés, perfectionnées autant que son essence le permet; le bonheur de cet être doit en quelque sorte changer de nature; ce besoin d'exercer son activité doit diminuer considérablement, en un mot il doit jouir d'une maniere un peu plus analogue à celle dont Dieu jouit; je prie qu'on ne presse pas cette comparaison, je sens trop combien elle est inexacte. Je n'entrerai point dans l'examen des questions qui pourroient se présenter ici; il regne dans ces matieres une obscurité qu'il n'est pas en notre pouvoir de dissiper. Je passe à quelques considérations sur l'usage de la curiosité, sur l'abus qu'on peut en faire, & sur les regles qu'on doit prescrire à son exercice.

Il en est de la curiosité comme de la liberté; c'est un présent que Dieu a fait à l'homme, & qui lui est souverainement utile ou très funeste, suivant l'usage qu'il en fait. Nous avons vu que la curiosité consistoit dans le désir de découvrir de nouveaux rapports entre les choses; ainsi de la nature des rapports auxquels l'esprit s'attachera, dépendra l'utilité ou le danger de la curiosité. Si au lieu de chercher des rapports importans, & à notre portée, au lieu de s'attacher à des choses sur lesquels nous ayons déjà acquis des no-

tions qui puissent nous conduire à d'autres plus relevées, l'esprit se porte vers des minuties, vers des choses inaccessibles, ou sur lesquelles nous n'ayons pas des lumieres suffisantes, l'exercice de la curiosité bien loin de lui être avantageux lui deviendra très nuisible; il le rendra petit, étroit, ou faux & chimérique. Dès qu'il n'y aura pas assez de proportion entre le connu & l'inconnu, & que cependant l'esprit s'obstinera à rechercher ces choses inconnues, ses efforts ne pourront avoir d'heureux succès; ils deviendront vains parce qu'ils manqueront d'objets sur lesquels ils puissent s'exercer, & la Nature ne s'y prêtant pas, l'imagination s'emparera de son domaine, elle créera des principes, en tirera une foule de conséquences; elle remplira l'esprit d'une infinité de fausses lueurs; elle le fera errer dans le pays des chimeres, que l'habitude lui fera prendre pour des réalités. De là naîtront une multitude de systemes, d'opinions prétendues philosophiques, qui occuperont la place de la vérité, & la chasseront de son Empire. Voyez le mal qu'ont produit en physique l'ambition d'acquérir une vûe distincte des causes, la fureur de tout expliquer, de tout réduire à des systemes enfantés par l'imagination, de tout concilier, même les faits les plus opposés, avec quelques idées favorites; considérez les écarts dans lesquels ces défauts ont fait tomber même les plus grands génies, & vous aurez une idée des maux que peut produire l'abus de la curiosité. Jettez les yeux sur ces systêmes que l'on imagine tous les jours pour expliquer les phénomenes de la Nature *a priori*, pour donner une idée de la nature de l'âme, de la nature des forces, de l'essence des êtres; dans lesquels des génies étroits & bornés rabaissent l'Univers au niveau de leurs idées; imitant les erreurs du grand Descartes, sans avoir ni sa méthode ni son génie, & sans pouvoir l'imiter dans ses succès, ils supposent des matieres élastiques, canelées, filamenteuses, & les faisant mouvoir à leur fantaisie, sans s'embarrasser seulement si le mouvement qu'ils imaginent est possible, ils croient de bonne foi avoir trouvé l'explication de tous les phénomenes, & intitulent fastueusement ces réveries scholastiques, *Explication du systeme du Monde*. N'est-ce pas l'abus de la curiosité qui empêche tant de Physiciens de s'en tenir aux faits & qui les porte à coudre les ouvrages de la Nature avec les inventions d'une ima-

gination déréglée? Ne s'indigne-t-on pas de cet abus, lorsqu'on voit un Romé de l'Isle (*) lire les prodiges des Polypes, se persuader qu'il est fait pour les comprendre & les expliquer, assigner de sang froid leur nature, & sans en avoir jamais vu, sans avoir jamais lu les ouvrages originaux qui en traitent, soutenir hardiment que ce ne sont pas des animaux, mais des fourreaux sur lesquels vivent des animaux, renverser d'un trait de plume des observations que tous les Physiciens regardent comme des modeles, & regarder comme un instrument de réputation une brochure qui ne peut que lui faire du tort dans l'esprit de tous les gens éclairés. Les rêveries des Perrieres . . . &c. ne viennent-elles pas aussi d'un usage mal entendu de la curiosité? On ne finiroit pas si l'on vouloit épuiser les exemples que l'on pourroit en alléguer. J'ai indiqué plus haut un autre abus de la curiosité, c'est celui qui porte l'esprit à s'occuper avidement de bagatelles, à les regarder comme des objets importans, & à s'appesantir sur les rapports qui en découlent. Rien de plus propre que cet abus à rétrécir l'esprit, à éteindre l'imagination, à énerver le génie; j'y reviendrai plus bas; je vais dire un mot des regles que la saine Logique prescrit à l'exercice de la curiosité.

L'exercice de la curiosité se réduit au fond à un certain exercice de l'attention, excité par le désir de connoître ce que nous ignorons. Il faut donc d'abord, pour exercer la curiosité d'une maniere vraiment philosophique, mettre en œuvre les regles que les Logiciens donnent sur l'attention & dont j'ai traité ailleurs. Mais ces regles ne suffisent pas; le grand art consiste à bien diriger la curiosité, à la faire naître à propos, à l'exercer sur des sujets convenables. C'est là-dessus que je dois proposer quelques réflexions. Il y a d'abord un principe général auquel il faut donner la plus grande attention, & qui bien entendu peut seul faire recueillir les plus grands avantages de l'exercice de la curiosité. Ce principe est qu'on doit éclairer avec soin l'entendement sur les choses pour lesquelles l'esprit a le plus d'aptitude, & l'éclairer par une méthode philosophique. Pour cela il faut bien connoître les forces, la portée & la trempe de son esprit. On y parviendra en l'appliquant successivement à diverses études, & en observant quelles seront celles

(*) Voyez *Palingénésie*, Tom. I. p. 338, 339, dans la Note.

qui développeront son génie & lui donneront du ressort. Cela posé, il faut l'occuper aux observations les plus essentielles, les plus fondamentales, & le faire puiser dans les meilleures sources. L'observation jointe à l'étude enrichira la mémoire, aiguisera l'esprit, éclairera l'entendement; bientôt l'amateur liera ces faits entr'eux, observera leurs rapports les plus immédiats, passera de ces rapports à d'autres plus éloignés; il en entreverra une foule qu'il cherchera à distinguer, sa curiosité naîtra, se fortifiera & sera bien dirigée, parce qu'elle suivra l'ordre de la Nature; elle ne pourra dégénérer en abus, parce qu'elle sera déterminée par une regle, qu'elle aura un frein qui l'empêchera de s'égarer. Voyez des exemples détaillés de tout cela dans l'*Essai de Psychologie*, Chap. 78. Ces exemples instruisent mille fois mieux que les préceptes sur l'art de diriger la curiosité, & en même tems ils renferment les principales regles que la Logique doit prescrire sur cette direction. Présenter à l'esprit les rapports les plus saillans des choses qu'il considere; le conduire insensiblement & par degrés à des rapports plus cachés; lui montrer assez pour lui inspirer un désir violent de connoître, mais pas trop pour rendre inutile l'exercice de son activité; l'accoutumer à comparer sans cesse ce qu'il découvre avec ce qu'il a découvert & ce qui lui reste à découvrir; lui inspirer des désirs solides, c'est à dire fondés sur des motifs suffisans; lui faire contracter l'habitude de peser ces motifs, ensorte que la curiosité ne s'exerce que sur des objets dignes d'un être qui pense, & susceptibles de lui fournir des découvertes; lui faire considérer les fruits qu'il retirera de sa curiosité & l'espérance qu'il a de réussir dans ses recherches; en un mot lier dans l'esprit les choses par leurs rapports essentiels & l'éclairer assez pour le mettre en état de distinguer ce qui est véritablement curieux d'avec ce qui ne l'est pas, les sujets féconds d'avec les stériles, les petites choses d'avec les grandes; & l'arrêter lorsqu'il sera arrivé au terme au delà duquel on n'apperçoit plus que ténebres & que confusion; adapter cette curiosité à l'esprit philosophique dont j'ai assigné ailleurs les caracteres; voilà en abrégé les principales regles que doit prescrire la Logique & dont le développement doit servir à former un véritable curieux de la Nature. Il est fâcheux que les Logiques se taisent presque toutes là-dessus, qu'elles ne

remontent pas assez haut pour parvenir à ce principe de la curiosité; leurs auteurs n'analysent pas assez, ils ne sont pas assez Psychologues, ils ne connoissent pas assez l'être dont ils veulent diriger la marche. De là vient qu'ils se contentent de principes qui sont souvent vagues, incertains, & peu utiles pour faire des découvertes. Je ne fais point difficulté de le dire; ce n'est que par l'analyse qu'on viendra à bout de faire une Logique complette; ce n'est qu'en étudiant à fond la nature de l'homme qu'on pourra assigner les véritables regles qu'il doit suivre pour parvenir à la vérité: sans cela les Logiques seront toujours défectueuses, parce qu'elles pécheront par les principes; l'on y trouvera des vuides énormes, des interruptions considérables; les matieres seront isolées; souvent on ne verra pas le but des préceptes; enfin la science qui pourroit être la plus intéressante de toutes deviendra la plus seche & la plus ennuyeuse.

Si l'on a fait attention aux diverses réflexions que je viens de faire sur la curiosité, & à l'esquisse que j'ai donnée de la théorie métaphysique qu'on pourroit établir sur cette branche de l'activité de l'ame, on comprendra aisément l'utilité dont pourroit être un Traité de la Curiosité, un ouvrage où l'on étendroit, où l'on développeroit, où l'on traiteroit à fond les différentes choses que je n'ai fait qu'indiquer, & une multitude d'autres auxquelles je ne puis toucher actuellement. Un tel ouvrage seroit peut-être de tous les ouvrages possibles le plus propre à exciter le génie, à le rendre capable de découvertes, à le diriger dans sa marche. On y appercevroit les premieres étincelles qui se sont élevées dans l'esprit des grands hommes, lesquelles ont produit dans la suite les feux les plus brillans, & la plus vive lumiere. Ce livre seroit un tableau où toutes les regles nécessaires pour l'exercice de la curiosité seroient mises en action; il produiroit par conséquent plus d'effet que toutes les Logiques, quelque parfaites qu'elles puissent être. On y prendroit une juste idée de la nature des opérations de l'esprit humain, de leur origine, de leur accroissement, de leurs progrès. On y verroit comment les plus grands effets, les découvertes les plus étonnantes ont été occasionnées par les plus petites causes; on apprendroit comment il n'y a rien de petit ni de méprisable pour la curiosité, lorsqu'elle est dirigée vers le génie;

comment l'homme qui possede cette curiosité philosophique sait discerner les rapports les plus généraux dans les effets les plus particuliers; comment la curiosité avec laquelle le grand Newton observoit les jeux de la lumiere dans une boule de savon, (curiosité ridicule & enfantine aux yeux du vulgaire,) produisit cette dissection admirable de la lumiere, cette détermination de la nature des couleurs qui suffiroient pour rendre son nom immortel. On verroit la curiosité avec laquelle l'inventeur des polypes observoit de petits tubes qui avoient toutes les apparences de plantes, lui fournir une nouvelle classe d'animaux, classe d'autant plus singuliere qu'elle est comme un passage du regne végétal au regne animal, qu'elle a rectifié les fausses idées que les Philosophes s'étoient formées de l'animalité, & étendu la sphere de nos connoissances. On admireroit comment l'examen curieux de l'attraction produite sur des brins de paille par un morceau d'ambre, a fait sortir du sein des ténebres toute la théorie de l'électricité, & l'explication de la foudre, & comment la curiosité qu'excita dans les esprits la vue d'une pierre qui attiroit le fer, a conduit à la théorie magnétique, à la découverte de la boussole, à la perfection de la navigation. Mais cet ouvrage demanderoit une marche bien sure, des vues aussi fines que profondes, un esprit qui pénétrât jusques dans les plus petits détails, qui sût appercevoir leur liaison avec le tout, & qui suivît pas à pas la curiosité dans tous ses degrés, & dans tous ses détours. Disons mieux; cet ouvrage ne pourroit être exécuté avec succès que par un homme de génie, qui eût lui-même fait des découvertes & qui eût par conséquent donné beaucoup d'exercice à sa curiosité. Il n'y a qu'un tel homme qui fût en état de nous décrire la marche de l'esprit depuis les premiers faits qui tombent sous ses yeux, jusqu'aux dernieres conséquences auxquelles il arrive, jusqu'aux théories générales auxquelles il s'éleve. Quel autre pourroit nous dire comment s'excite la curiosité du Philosophe, comment elle passe de faits en faits, de conséquences en conséquences, comment elle entrevoit plus à mesure que l'esprit apperçoit d'avantage, quels sont les écarts dans lesquels elle jette quelquefois, les moyens d'y remédier, & les précautions nécessaires pour les prévenir? quel autre enfin pourroit nous dire comment cette curiosité s'allie avec l'amour sincere de la vérité,

avec

avec une vraie modestie, avec une réserve philosophique. Cet ouvrage seroit surement manqué s'il étoit entrepris par des esprits bornés, par des génies médiocres; il faut peut-être autant de talens & d'aussi grands talens pour exécuter heureusement une pareille entreprise, que pour faire des découvertes dans quelque science que ce soit. Le simple narré des faits, l'histoire exacte & fidele de tout ce qui se passe dans l'esprit & dans le cœur des inventeurs, seroit sans contredit la partie la plus importante de l'ouvrage, & cette histoire ne sauroit être tracée que par un inventeur. Il n'y a que le génie qui puisse concevoir le génie & le peindre. Dans cette peinture les erreurs devroient être tracées comme les vérités, les écarts comme les découvertes heureuses; la connoissance de l'abus de la curiosité est aussi utile que celle du bon usage qu'on peut en faire. Et l'esprit ne profiteroit pas seul de ce Traité de la curiosité, le cœur en retireroit aussi plusieurs avantages; la naïveté, la candeur avec laquelle plusieurs philosophes du premier ordre sont convenus des écarts où les avoit entraînés leur curiosité, mises en contraste avec la présomption, l'opiniâtreté, l'idolatrie avec laquelle certains petits esprits défendent leurs idées, fourniroient sans doute un spectacle bien instructif, bien propre à nous inspirer de la défiance sur nos opinions, & à nous prémunir contre cet entêtement si commun aux gens de lettres. Mais j'oublie que je viens de dire qu'il n'appartient qu'à un homme de génie d'entrer dans les détails de l'ouvrage dont il est ici question, & qu'après un pareil aveu il ne me reste plus qu'à me taire.

C'est sans doute à l'abus de la curiosité qu'on doit rapporter la source des principales erreurs de spéculation qui ont altéré la religion naturelle & la religion révélée, & qui ont influé plus ou moins sur la pratique. Ces erreurs de spéculation, cet abus excessif de la curiosité, sont une suite naturelle & fatale de l'importance & de l'intérêt des matieres dont il s'agit ici. Jettés sur cette terre pour y végéter quelques instans, dont une partie est dévouée au chagrin & à la douleur, les hommes ont recherché avec ardeur quelle pouvoit être leur origine, leur destination, leur fin. Tourmentés par le plaisir de connoître la cause qui les a créés, saisis d'inquiétude sur l'état qui les attend, agités tour à tour par la crainte & par l'espérance,

aigris par les maux qui leur rendent ici bas l'existence pénible & souvent cruelle, ils ont trouvé des forces dans leur desespoir même, ils ont tendu tous les ressorts de leur esprit vers les objets dont ils désiroient d'approfondir la nature, & ont porté sur ces objets cette activité qui les rongeoit. Il étoit bien difficile qu'une curiosité aussi extreme se renfermât dans ses justes limites, qu'une imagination aussi exaltée s'arrêtât où elle devoit s'arrêter, en un mot que le trouble de la passion ne vînt se mêler à la discussion de la Philosophie. Aussi après être remontés de la contemplation de l'Univers à la cause premiere, après avoir cherché les rapports qui peuvent exister entre le Créateur & les créatures, ils ne se sont pas contentés des notions qu'une premiere méditation avoit fait naître dans leur esprit, ils ont trouvé que c'étoit trop peu de ne connoître de l'Être suprême que l'existence & les perfections que nous manifestent ses ouvrages; ils ont voulu sonder la nature de cet Être absolu, ils ont tenté de franchir les abymes qui le séparent des êtres créés, ils se sont perdus dans ces immenses profondeurs, & plus ils se sont écartés des bornes naturelles de nos connoissances, plus leur imagination échauffée les a entraînés avec violence; elle leur a fourni des images qu'ils ont pris pour des principes, & fideles à ces chimeres ils ont forgé des systemes aussi monstrueux que leurs écarts. Les uns frappés de la difficulté invincible qu'ils trouvoient à concevoir le Créateur de l'Univers, étonnés de la disproportion absolue qu'il y avoit entre sa nature & leurs facultés, ont tout rejetté, parce qu'ils ne pouvoient tout comprendre, & telle a été l'origine de l'athéisme, doctrine également funeste & absurde qui accable l'esprit & brise le cœur, & qui dissout la plupart des liens qui unissent les hommes entr'eux. D'autres voulant accorder les facultés de Dieu avec leurs petites idées, & ne pouvant concilier l'origine du mal avec la sagesse & la liberté de Dieu, l'ont soumis à la fatalité, lui ont prescrit des loix immuables & nécessaires, auxquelles il ne peut résister. D'autres pour le mieux connoître l'ont fait semblable à eux, & lui ont donné leurs foiblesses & leurs imperfections. Il seroit inutile d'examiner ici les différentes erreurs auxquelles cet abus de la curiosité a donné naissance; un léger examen suffit pour les faire trouver. Si du Créateur nous passons aux créatures nous verrons que

ce même abus a produit les plus grandes erreurs sur la nature de l'homme & sur sa destination. Si l'homme, a-t-on dit, étoit né pour le bonheur, il n'auroit pas été placé sur ce malheureux globe, théâtre de misere & d'infortune; il n'est donc pas destiné à l'immortalité, mais insecte éphémere il naît aujourd'hui & meurt demain, semblable à ces animaux qui périssent tous les jours sous nos yeux, & qui ne nous paroissent naître que pour souffrir. On lui a ôté la liberté, on en a fait une machine dont la mort est la dissolution. Ce n'est pas ici le lieu de réfuter ces sophismes; nous l'avons déjà fait ailleurs & l'on voit assez comment ils proviennent d'une curiosité excessive. Si la religion naturelle a eu à souffrir de l'abus de la curiosité, la religion révélée n'en a pas reçu de moindres atteintes. Les hommes ont cru que parce que quelques vérités leur avoient été révélées, ils pourroient les découvrir toutes; ils ont porté un œil profane sur des mysteres que leur profondeur devoit leur faire respecter, & au lieu de s'en tenir au jugement de la raison afin de ne rien admettre qui fût contradictoire à ses principes, ils ont entrepris de sonder la nature des choses qui sont les objets de la religion, & de là sont venues ces erreurs singulieres, ces dogmes révoltans. On avoit les Écritures, il falloit les lire avec impartialité, & s'en tenir là; point du tout, on a voulu en savoir plus qu'elles ne nous en enseignoient, on a voulu y trouver des sens cachés, on a mis à la torture les paroles qu'elles renferment pour en tirer une explication conforme au systême qu'on avoit formé. Dès lors l'imagination & l'esprit de parti ont succédé aux regles de la critique & d'une saine interprétation, & l'on a fait plus d'une fois de la religion un systeme chargé de mots & vuide de choses, un systeme incohérent, qui a donné naissance à une infinité de sectes, ce qui a fait que la plupart des hommes sont devenus superstitieux ou incrédules. L'excès des maux que cet abus a causés chez les hommes a été d'autant *plus affreux que leur source étoit sacrée*, & que l'on a traité de novateurs & d'impies ceux qui ont essayé de rectifier ces erreurs, & de rétablir une croyance saine & dégagée de préjugés.

OUVRAGES IMPRIMÉS
OU MANUSCRITS, MACHINES ET INVENTIONS, PRÉSENTÉS A L'ACADÉMIE PENDANT LE COURS DE L'ANNÉE 1775.

Dans l'Assemblée du Jeudi 5 Janvier, le Sécretaire perpétuel a présenté deux Observations sur des maladies singulieres, envoyées par M. le Docteur *Feldmann*, de Ruppin.

— — a lu quelques particularités littéraires, tirées d'une Lettre de M. *J. A. Euler*.

Le 12 Janvier, le Sécretaire a présenté le Rapport d'un Cas de Médecine, envoyé de Prenzlau par le Docteur *Rehfeld*.

Le 19 Janvier, le Sécretaire a lu une Lettre de M. *Bourdet*, préposé aux Ouvrages hydrauliques de S. M, qui demande le jugement de l'Académie sur la Méridienne universelle qu'il lui a fait présenter le 13 Octobre de l'année précédente. Il a été répondu que M. le Professeur *de Castillon* qui s'étoit chargé d'examiner cette Méridienne & d'en faire rapport, n'en avoit pas encore eu le loisir.

— — une Lettre du Sr. *Rohberger de Vausenville*, au sujet d'un envoi qu'il a fait à S. M. & qu'il a remis à M. le Baron *de Goltze*, Ministre du Roi à Paris. Il a été répondu que cela n'étoit point venu à la connoissance de l'Académie.

— — une Lettre & une quadrature du cercle de M. *Hoecker*, d'Hervorden.

Le 26 Janvier. Voyez ci-dessus le récit de l'Assemblée publique.

Le 2 Février. Le Sécretaire a présenté de la part de M. le Lieutenant *Hennert*, Ingénieur de S. A. R. Monseigneur le Prince HENRI, un Ouvrage Allemand sur la Cavalerie des Anciens, en remontant aux tems d'Homere. Il sera remercié de cette attention.

— — divers morceaux imprimés & manuſcrits, relatifs à la quadrature du cercle, envoyés de Varſovie par M. le Lieutenant-Colonel *Corſonich*.

Le 9 Février, M. le Directeur *de la Grange* a fait un rapport des Écrits ſusdits de M. *Corſonich*, d'où il résulte que ce ſont de pures chimeres.

— — a communiqué la Lettre du Sr. *Baroſſio*, Architecte de Milan, qui prétend avoir trouvé le ſecret d'un chiffre indéchiffrable pour tout autre que celui à qui l'on écrit. Il offre d'en faire part à l'Académie; ce qui a été accepté.

Le 16 Février, M. le Profeſſeur *Sulzer* a rendu compte d'une Brochure qui lui a été envoyée par M. le Baron *van Swieten*, Miniſtre de de LL. MM. II. & Ap. à Berlin, & qui concerne la diſpute ſurvenue entre Mrs. *Hell* & *Meſmer* au ſujet des cures magnétiques.

Le Sécretaire a lu une Lettre de M. le Lieutenant *Henniert*, qui, après avoir remercié l'Académie de l'accueil favorable qu'elle a fait à ſon Ouvrage, offre de lui préſenter un Manuſcrit ſur les batailles du grand Électeur, qu'elle recevra avec plaiſir.

Le 23 Février, M. le Profeſſeur *de Caſtillon* a fait un rapport avantageux de la Méridienne propoſée par M. *Bourdet*. Mais l'Académie n'ayant pas d'emplacement convenable pour la tracer, ne ſauroit profiter des offres obligeantes de l'Inventeur, relativement à l'exécution.

Le 2 Mars, le Sécretaire a préſenté l'Ouvrage françois *in 4*. ſur la perfection des Lunettes, extrait de la *Dioptrique* de M. *L. Euler*, par M. *Fuſs*.

— — une Brochure de M. *Gordack*, Médecin à Memel, ſur l'uſage & l'abus des emplâtres véſicatoires.

Le 9 Mars, M. le Profeſſeur *Sulzer* a rapporté que M. le Baron *van Swieten* avoit déclaré que ſa Cour ſouhaitoit que l'Académie dît ſon avis ſur la controverſe de la vertu magnético-médicale, relativement aux expériences & aux découvertes réelles ou prétendues de M. *Hell*. L'Écrit préſenté le 16 Février à l'Académie a été mis en circulation parmi ſes Membres, afin que chacun diſe ce qu'il en penſe.

Le 23 Mars, le Sécretaire a présenté les avis des Membres de l'Académie sur les cures magnétiques. M. *Sulzer* en formera un résultat qui puisse être remis à M. *van Swieten*.

Le 30 Mars, le Sécretaire a lu le résultat susdit; & toutes les Pieces originales ont été réunies pour entrer aux Archives. Voyez ci-dessus.

— — a encore lu une Lettre Latine de M. *Hell* sur les mêmes cures, & a présenté les aciers tant magnétiques que non magnétiques qu'il envoie à l'Académie, avec les instructions nécessaires pour faire des expériences.

Le 6 Avril, le Sécretaire a lu une Lettre du Sr. *Barossio* (voyez le 9 Février,) & a présenté son secret cryptographique, qui a été jugé ne mériter aucune attention.

— — a remis l'*Essai sur les Cometes*, par M. *Du Séjour*, Membre de l'Académie des Sciences de Paris, qui le présente à la nôtre.

Le 27 Avril, M. le Directeur *Merian* a présenté quelques Exemplaires du Programme de M. *Meierotto*, promu au poste de Recteur du College de Joachim.

Le 11 Mai, le Sécretaire a présenté un Manuscrit sur la longitude du pendule à Greifswald, que M. le Professeur *André Mayer* offre à l'Académie. Voyez ci-dessus.

Le 18 Mai, le Sécretaire a lu une Lettre de M. *Du Séjour*, où, après avoir remercié l'Académie de l'accueil qu'elle a fait à son *Essai sur les Cometes*, annonce un autre Ouvrage *sur les phénomenes de l'anneau de Saturne*.

Le 15 Juin, le Sécretaire a remis le Programme de la Société des Sciences de Harlem.

Le 29 Juin, le Sécretaire a lu des Extraits de diverses Lettres dans lesquelles M. *Bernoulli* rend compte de son Voyage d'Italie.

Le 6 Juillet, le Sécretaire a lu une Lettre du Roi, qui ordonne de mettre S. E. M. le Baron *Waitz d'Eschen*, au nombre des Académiciens honoraires.

M. le Professeur *de Castillon* a rapporté qu'il avoit répété la plûpart des Expériences de M. *Laval* sur les couleurs, qu'elles lui avoient réussi, & qu'il offroit à ceux de Mrs. les Académiciens qui voudroient en juger, de les en rendre témoins.

Le 20 Juillet, M. *Grignon*, Maître des forges, en Champagne, a fait présenter à l'Académie deux Ouvrages de sa façon, l'un *in 4.* intitulé, *Mémoires de physique sur l'Art de fabriquer, de fondre & de forger des canons d'Artillerie; sur l'Histoire naturelle & sur divers sujets particuliers d'Histoire & d'Économie;* l'autre *in 8. sur la découverte d'une ville souterraine en Champagne.* Le Sécretaire a lu sa Lettre, à laquelle il répondra & le remerciera.

Le Sécretaire a lu un long morceau d'une Lettre de M. *d'Ansse de Villoison*, qui contient le plan de deux Ouvrages importans sur la Philosophie ancienne, auxquels cet Académicien travaille. Voyez ci-dessus.

Le 24 Août, le Sécretaire a lu l'ordre de S. M. en vertu duquel M. le Pasteur *Moulines* est aggrégé à l'Académie en qualité de Membre ordinaire, dans la Classe de Belles-Lettres.

—— —— a présenté un Volume *in folio* d'Observations astronomiques envoyées par la Société Royale de Londres à l'Académie.

—— —— —— une Lettre venue de Grenoble avec un Mémoire d'Optique par le Prêtre *Drojat*.

—— —— —— une Lettre du D. *Pauli* de Hambourg, avec quelques feuilles volantes imprimées en Allemand.

Le 31 Août, M. *Moulines* a fait son Discours de réception auquel le Sécretaire a répondu. Voyez ci-dessus.

Le 7 Septembre, M. le Directeur *Merian* a lu un Mémoire sur l'origine, les propriétés & les vertus du Sel de Canal, communiqué par M. le Conseiller privé *Cothénius*. Voyez ci-dessus.

Le Sécretaire a présenté un Programme Latin que la Fondation Polonoise pour l'Éducation nationale lui a fait adresser par M. l'Abbé *Pyramowicz*, Sécretaire de cette fondation.

Le 14 Septembre, M. le Directeur *Merian* a lu une Lettre du Roi, qui confere à M. le Professeur *Sulzer* la place de Directeur de la Classe de Philosophie spéculative vacante par la mort de M. le Docteur *Heinius*.

Le Sécretaire a présenté un Ouvrage Allemand, intitulé *Unmassgebliche Vorschläge durch Pflug und Zug-Maschinen, ohne Ochsen und Pferde zu pflügen*, & a lu la Lettre de l'Auteur, *Jean Fréderic Falck*, Candidat en droit & en philosophie.

Le 21 Septembre, le Sécretaire a remis une Quadrature du cercle envoyée par le Sieur *Stern*, de Peterswaldau en Silésie. Nous répétons ici ce que l'Académie a déjà déclaré plus d'une fois, que l'Académie met tout de suite au rebut ces sortes d'envois, sans y faire réponse.

Le 22 Septembre, le Sécretaire a présenté une Ode françoise de M. *Richter*, Pasteur dans la Prusse Orientale, qui ne valoit pas mieux qu'une Quadrature du Cercle.

M. le Professeur *de Castillon* a demandé la permission de prendre son titre d'Académicien à la tête de sa traduction des *Académiques de Cicéron*, & a choisi pour Examinateurs Mrs. *Merian*, *Borrelly* & *Moulines*.

M. le Professeur *Weguelin* a fait la même demande pour l'*Histoire universelle & diplomatique*, qu'il va publier, la soumettant à l'examen de M. *Merian*.

Le 5 Octobre, le Sécretaire a lu un Extrait d'une Lettre de M. *Bonnet*.

— — — l'annonce d'une Manufacture d'encre de la Chine établie à Amiens.

M. le Professeur *de Castillon* a présenté la premiere Partie des *Transactions philosophiques* pour l'année 1775, & l'Ouvrage de M. *Magellan*, Gentilhomme Portugais, résidant à Londres, intitulé *Description des Octants & des Sextants* &c.

Le 12 Octobre, le Sécretaire a présenté les *Freymüthige Gedanken über politische Sachen* de M. le Conseiller de Régence *Hess*.

M.

M. le Directeur *de la Grange* a lu l'Extrait d'une Lettre que M. *d'Alembert* lui a écrite, en date du 15 Septembre a. c. qui concerne le Mémoire de M. *de la Grange* sur l'attraction des sphéroïdes elliptiques.

Le 19 Octobre, M. le Directeur *Merian* a lu un Mémoire envoyé de Geneve par M. *Trembley*, fils, & intitulé *Essai sur la curiosité*. Voyez ci-dessus.

Le 26 Octobre, le Sécretaire a présenté le Programme de l'Académie des Sciences de Paris sur le salpetre.

— — — des Relations de Cas de Médecine envoyées de Stargard.

— — — deux Volumes de l'Ouvrage de M. l'Abbé *Jeannet*, *sur la connoissance de l'homme*, avec la Lettre de l'Auteur à l'Académie, qui le remerciera de cette attention.

— — — une Lettre du Sr. *Frischgesell*, datée de Sardam, le 14 Octobre, a. c. & accompagnée de quatre Médailles qui ont été trouvées dans les fouilles d'Alexandrie.

Le 2 Novembre, M. *Lambert* a présenté de la part de M. le Conseiller *Kæstner*, Professeur à Gœttingen, l'Ouvrage intitulé *Anmerckungen über die Markscheide-Kunst*.

Le 9 Novembre, M. le Directeur *de la Grange* a présenté le second Volume de l'Ouvrage cosmographique du Professeur *Frisi*.

— — a lu un morceau d'une Lettre de M. d'*Alembert* sur un théoreme de M. *Mac-Laurin*; & à cette occasion il a fourni une Addition à son Mémoire *sur les sphéroïdes elliptiques*, imprimé dans le Volume de 1773.

Le 23 Novembre, M. *Bernoulli* a remis un envoi de quelques Programmes de l'Académie des Sciences de Paris, qui lui ont été adressés par M. *de la Lande*.

Le 7 Décembre, M. le Directeur *Merian* a présenté de la part de M. le Prédicateur de la Cour *Scholz*, le *Lexicon Aegyptiaco-Latinum* de feu M. *la Croze*, imprimé à Oxford *in 4*. Le Sécretaire a été chargé de le remercier par écrit.

Le 14 Décembre, M. le Directeur *Merian* a lu un Réquisitoire du Grand Directoire, concernant l'examen à faire par les Chimistes de l'Académie d'une poudre qu'on prétend propre à fertiliser le grain. Cette poudre est déjà entre les mains de M. le Directeur *Marggraf*, à qui le Sécretaire a été chargé d'envoyer le Réquisitoire susdit.

M. *Bernoulli* a remis divers Ouvrages que quelques Savans d'Italie l'ont prié de présenter à l'Académie au retour de son voyage.



ÉLOGE

DE

M. MECKEL.

Je me trouve, (& ce n'eſt pas la premiere fois,) dans le cas de celui qui préſentoit au grand Condé l'épitaphe de Moliere, & à qui ce Prince dit: *J'aimerois mieux que ce fût Moliere qui me préſentât la tienne.* En effet j'ai déjà été obligé de rendre les derniers devoirs académiques à d'illuſtres Confreres, moins avancés dans leur carriere que moi, & dont la conſervation auroit été bien plus intéreſſante pour les Sciences & plus précieuſe à cette Compagnie que la mienne. Je ne ſaurois changer l'ordre des Deſtinées; mais c'eſt à regret que je fais le dû de ma charge dans de ſemblables occaſions. Je ne l'ai jamais mieux ſenti qu'aujourd'hui, où j'ai à parler d'un homme qui réuniſſoit dans un degré ſupérieur les connoiſſances les plus rares & leur uſage le plus ſalutaire à la ſociété. Attaché d'ailleurs à lui par une amitié qui a commencé dès ſon arrivée ici, & que toutes ſortes de liens ont fortifiée depuis, je me ſens plus propre à le pleurer qu'à le louer.

JEAN FRÉDERIC MECKEL, Docteur en Médecine, Profeſſeur ordinaire d'Anatomie, de Phyſique & de l'Art des accouchemens au College de Médecine & de Chirurgie de Berlin, aggrégé au College ſupreme de Médecine, Membre de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Berlin, de la Société Royale des Sciences de Gœttingen, & de l'Académie Royale de Suede, nâquit à Wetzlar le 31 Juillet 1724,

de *Philippe Meckel*, Docteur en Droit, & Conseiller de Cour du Roi de Dannemarc, & de *Marie Madelaine Mœller*, dont le pere avoit été Professeur en Médecine à Giessen. La mort priva M. *Meckel* de sa mere dès sa plus tendre jeunesse.

Il seroit superflu de rendre compte de ses premieres études pendant lesquelles il se destinoit au Droit; mais, heureusement pour le progrès des Sciences, il changea d'avis & embrassa la Médecine. En 1742 il vit à Francfort sur le Main le couronnement de l'Empereur CHARLES VII, circonstance qui n'est pas indifférente, puisque ce fut là qu'il fit connoissance avec Mr. *Richter*, Professeur de Médecine à Franeker, qui lui donna divers conseils pour ses études, dont le plus salutaire sans contredit fut de l'engager à les faire à Gœttingen sous M. *de Haller*. Ici l'éloge du disciple améneroit naturellement celui du Maître, si toutes les bouches de la Renommée ne l'avoient fait depuis longtems. M. *de Haller* est un des hommes qui ont fait le plus d'honneur au siecle par l'étendue & la profondeur de ses connoissances.

Le jeune *Meckel* joignant l'ardeur que nous lui avons connue au talent décidé qu'il tenoit de la Nature, fit bientôt connoître qu'il seroit du nombre de ces disciples qui joûtent ensuite avec leurs Maîtres; comme cela étoit arrivé à M. *de Haller* à l'égard du grand *Boerhaave*. Quand deux Génies semblables se rencontrent, il me semble voir un puissant aiman communiquer avec rapidité sa vertu au meilleur acier. D'autres Professeurs distingués concoururent à orner le jeune *Meckel* des connoissances qui font le Savant dans l'étendue de ce terme, & qui d'ailleurs ont toutes quelque degré d'affinité avec la Médecine.

Le pere de Mr. *Meckel* voulut qu'il vînt à Berlin en 1743 pour y faire un Cours d'Anatomie sous M. *Buddeus*; & feu M. *Eller*, notre célébre Directeur, Juge très compétent du mérite des enfans d'Esculape, découvrit sans peine celui de Mr. *Meckel*, & lui fit faire la fonction de Professeur pendant le second hyver de son séjour ici. En la quittant, il pro-

nonça un Discours sur le cerveau. Il avoit contracté des liaisons intéressantes & utiles avec feu Mrs. *Pallas* & *Sprögel*, & avec Mrs. *Pott*, *Marggraf*, *Gleditsch* & *Henkel*, encore pleins de vie.

De retour à Gœttingen, il s'y appliqua de nouveau sous M. *de Haller* à la Physiologie, à la Botanique, mais surtout à l'Anatomie; & en deux ans, après avoir eu à disséquer autant de cadavres qu'il en voulut, il fut en état, non seulement d'être reçu Docteur, mais de publier pour Dissertation inaugurale un vrai Traité *sur la cinquieme paire des nerfs du cerveau*, par lequel il se fit tout d'un coup une réputation à laquelle on ne parvient gueres d'aussi bonne heure. Ce n'est pas qu'on n'y vît bien que M. *Meckel* prenoit & reconnoissoit pour guide M. *de Haller;* mais, en honorant son Maître par sa gratitude, il l'honoroit encore plus par ses propres lumieres, & par les découvertes qui lui appartenoient incontestablement. Depuis ce tems-là, l'Europe anatomique, permettez-moi cette expression, a toujours eu les yeux attachés sur lui dans l'attente de nouvelles productions qui enchérissent sur la premiere; & son attente n'a pas été trompée.

Déjà sa célébrité lui attiroit des controverses: il en avoit eu avec M. *Schaarschmidt* pendant ses études à Berlin; il en eut avec M. *le Cat* au sujet de sa Dissertation inaugurale.

Notre Capitale a des attraits de divers genres; mais elle doit en avoir surtout pour ceux qui aiment à s'instruire. Vous les connoissez, MESSIEURS, & je parle dans un lieu qui en retrace bien vivement l'idée. M. *Meckel* y avoit été sensible; & leur impression le ramena au milieu de nous vers la fin de 1748. Il apportoit le meilleur de tous les passeports, la plus forte de toutes les recommandations, sa dissertation inaugurale. Il l'offrit à M. *de Maupertuis*, à qui le jeune Savant & le docte Écrit plurent également. Je parle de circonstances dont j'ai été témoin, & d'où datent mes liaisons avec M. *Meckel*. En me rappellant l'accueil

que M. *de Maupertuis* lui fit, je me ſens comme forcé de jetter encore quelques fleurs ſur la tombe de cet illuſtre Préſident, dont la mémoire me ſera toujours chere. Il étoit ami & protecteur né du ſavoir ſolide & du vrai mérite; je n'ai jamais vu de meilleures intentions pour le bien des lettres & pour l'honneur de l'Académie que les ſiennes; & malgré tous les outrages dont de vils adverſaires ont voulu l'accabler, il demeure conſtant qu'il avoit autant de grandeur d'ame & de nobleſſe de ſentiment qu'ils ont montré de baſſeſſe & de lâcheté. Je ne fais pas l'apologie de toutes ſes démarches; je n'en fais que la comparaiſon, & je crois cette comparaiſon victorieuſe pour lui.

Les portes de notre Académie furent ouvertes à M. *Meckel* le 8 Mai, 1749. Il fut fait, à peu près en même temps, Démonſtrateur de l'École des Accouchemens nouvellement fondée; il reprit la fonction de Profeсteur d'Anatomie, & il en obtint enfin la Profeſſion à la mort de M. *Buddeus*. Depuis ce temps-là nous avons été les témoins continuels de ſon application & de ſes ſuccès.

L'Anatomie & la Phyſiologie étoient les principaux objets de ſes travaux; & c'eſt auſſi dans ces deux genres qu'il s'eſt principalement diſtingué. Je regrette dans ce moment de n'être pas ſuffiſamment verſé dans les profondeurs de ces Sciences pour bien apprécier tout ce dont elles lui ſont redevables. Je dirai ſeulement, comme étant de notoriété publique, que M. *Meckel* s'eſt fort appliqué à la Neurologie, & qu'il a fait des diſſections, des deſcriptions & des découvertes ſur les nerfs, qui ſurpaſſent extrémement tout ce qu'on avoit auparavant. Il poſſédoit éminemment l'art des injections; & ſes préparations anatomiques étoient des chefs-d'œuvre qui excitoient la curioſité & fixoient l'attention de tous les connoiſſeurs. Il a donné des conjectures ſpécieuſes ſur le ſiege de la couleur des Negres; il a conſidérablement étendu la théorie des vaiſſeaux lymphatiques, & rétabli en particulier la communication de ces vaiſſeaux avec les veines: le célebre *Monro*, en s'occupant des mêmes objets, par-

vint en même tems aux mêmes résultats, sans ombre de plagiat de part & d'autre; singularité rare, & qui ressemble à celle de l'invention du Calcul de l'Infini. Je pourrois encore parler de ce que M. *Meckel* a donné sur la cause du petit calibre des veines pulmonaires, sur la pesanteur différente du cerveau qui diminue avec l'âge, sur l'endurcissement de cet organe au feu, sur les indices de la folie qu'on y trouve, & sur bien d'autres objets aussi nouveaux qu'intéressans.

Mais, quels que soient les monumens qui nous restent de son rare savoir, sa tête contenoit bien d'autres trésors qui ne demandoient qu'à se produire, mais que diverses circonstances y ont laissés enfouis. Nous en avons la preuve dans le grand nombre de Planches qu'il a fait graver, comme devant servir à des Ouvrages qu'il méditoit, & qui étoient déjà tout faits au dedans de lui, mais que la mort l'a empêché de mettre par écrit. Cette perte qui paroît d'abord irréparable, ne l'est peut-être pas entierement. L'aîné des fils de M. *Meckel*, qui marche à pas rapides sur ses traces, a formé le projet d'être l'interprête de son pere & de le représenter vis à vis du public. Aussi modeste qu'éclairé, il s'est assuré des secours qui achevent de faire bien augurer du succès d'une aussi louable entreprise. Voici les propres termes de la Lettre qu'il m'a écrite de Strasbourg, le 8 Novembre dernier: „Je serai, avec l'aide de Dieu, „l'éditeur des ouvrages de mon pere; & c'est ce qui m'a fait choisir „Strasbourg pour y passer cet hyver. M. *Lobstein* me mettra en état „d'exécuter une entreprise qui me feroit trembler, si je n'avois eu pour „guide en Anatomie feu mon pere, & si M. *Lobstein* lui-même n'étoit „consommé dans cette Science, au jugement du grand *Haller*." Ces espérances réjouissent & consolent en partie.

J'ai laissé entrevoir que diverses circonstances avoient apporté des obstacles aux travaux de Mr. *Meckel* & à leur publication. La principale est sans contredit la pratique de la Médecine dans laquelle il s'engagea presque aussitôt qu'il fut domicilié à Berlin. Il avoit certainement

une vocation décidée à cette pratique; il réunissoit toutes les parties qui font le grand Médecin, & il en a donné des preuves sans nombre pendant le cours de plus de vint années. J'ai cru, en le suivant de l'œil pendant cet espace de temps, remarquer qu'il étoit plus propre à la guérison des maladies aiguës, violentes, souvent désespérées, qu'à celle des maladies chroniques & lentes. Il avoit, dans les premieres, des idées heureuses & des ressources admirables: ce qui venoit peut-être de ce qu'il bandoit alors, pour ainsi dire, tous les ressorts de son esprit, extrémement vif, & qui n'aimoit pas à suivre en détail le cours de longues infirmités. Il ne perdoit point de vue un malade en danger; il réitéroit ses visites plusieurs fois par jour, & aux heures qui pouvoient offrir des momens critiques: on voyoit l'intérêt, l'inquiétude, l'affection, peintes sur son visage; & l'on pouvoit juger que le malade ne couroit plus les mêmes risques, lorsque M. *Meckel* diminuoit le nombre de ses visites, & ne paroissoit plus aussi affecté. De cette maniere, & quoique d'ailleurs il parût ordinairement sévere & même impérieux, il gagnoit la confiance, & il a possédé celle d'une infinité de personnes qui, en le perdant, ont cru tout perdre.

Un Médecin qui a une grande pratique, n'est plus à lui-même; il sort de sa maison le matin, il y rentre le soir, harassé de ses courses, & souvent troublé dans le sommeil qui devroit le restaurer. Sa tête est remplie des objets qu'il voit: les malades non seulement l'occupent, mais le harcelent par toutes les fantaisies que leur suggere un esprit affoibli & allarmé. Comment après cela rentrer dans un Cabinet d'étude, & y suivre paisiblement le fil des recherches les plus pénibles? Ce n'est pas tout: la pratique de la Médecine est une source d'amertumes, de chagrins cuisans. Les jugemens hazardés que le public porte sur les revers inévitables dans le traitement des maladies, les comparaisons & les préférences qu'on fait de Médecin à Médecin, disons tout, la jalousie de métier, l'envie, l'animosité; voilà une cohorte de maux qui vinrent fondre

sur

fur M. *Meckel* plus que fur aucun autre, peut-être parce qu'il avoit plus de mérite; peut-être auffi parce qu'il avoit plus de fenfibilité. Laiffons repofer fa cendre: & regrettons feulement qu'il ait fi peu connu le repos, la tranquillité, les douceurs d'une fatisfaction pure pendant fa vie.

Je le dis, fans croire que l'amitié me faffe illufion, & parce que je le penfe, j'ai vu en M. *Meckel* d'excellentes qualités; je n'y ai point vu de vices; & pour les foibleffes de l'humanité, perfonne n'en eft exempt: leur degré même ne dépend pas de nous; cela tient proprement au limon dont nous fommes pêtris. M. *Meckel* étoit droit, integre, généreux, bienfaifant, charitable; ces grandes attentions pour les malades périclitans, il les accordoit autant & plus aux pauvres qu'aux riches. En un mot, l'intérêt ne m'a jamais paru préfider à aucune de fes démarches. Il étoit bon ami, & n'a manqué à aucun des devoirs de l'amitié. Il prenoit de grands foins & n'épargnoit aucunes dépenfes pour l'éducation de fa famille. Il a été bon Académicien, & s'il ne pouvoit affifter à nos affemblées ordinaires, au moins apportoit-il régulierement fon *tribut.*

Sa carriere n'étoit pas fort avancée; & déjà fa conftitution naturellement robufte avoit éprouvé de très fortes fecouffes. L'ame d'abord ébranla le corps; & ces ébranlemens redoublés produifirent de violentes maladies, dont les guérifons ne furent qu'imparfaites. Le corps à fon tour & vers la fin paroît avoir répandu des nuages fur l'ame. On l'a vu dépérir à vue d'œil. Le fiege de fa derniere maladie étoit dans le poûmon; c'eft ce qui lui fit réfigner, quelques mois avant fa mort, la Profeffion d'Anatomie. Son art & celui de fes Confreres furent inutiles; il voyoit encore des malades, étant beaucoup plus malade qu'eux, & il ne s'eft arrêté que peu de jours avant fa mort. Sentant néanmoins fa fin approcher, il s'y prépara en faifant des actes de Religion qui acheverent de rompre fes liens avec le monde: & prefqu'auffitôt la mort vint terminer des fouffrances dont le fardeau l'accabloit. Le jour de fa délivrance fut le 18 Septembre, 1774.

M. *Meckel* étoit d'une ſtature au deſſous de la médiocre; ſes traits étoient réguliers, & ſa phyſionomie agréable, lorſque l'empreinte de quelque mal-aiſe n'y prédominoit pas.

Il avoit épouſé le 30 Décembre 1750, *Charlotte Louiſe Camman*, fille d'un Sécretaire privé, qui lui ſurvit avec deux fils & cinq filles.



NOUVEAUX

NOUVEAUX
MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE
DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.



EXPÉRIENCES CHYMIQUES *sur la Pierre de la Vessie.*

PAR Mr. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

J'AI eu le bonheur d'obtenir d'un ami une pierre d'une grandeur considérable, du poids de 7 onces, qui avoit été tirée de la vessie après la mort du malade. La surface de cette pierre étoit polie mais inégale, & couverte de petites élévations; je la sciai par le milieu, & je trouvai qu'elle étoit intérieurement blanche & unie, & qu'au dehors elle ressembloit à un morceau de pierre à chaux, partagé par le moyen de la scie.

II. Je mis un petit morceau de cette pierre sur un charbon ardent, & il rendit une odeur d'alkali volatil; ensuite j'en mis un autre qui pesoit un scrupule, dans une coupelle placée sous une mouffle rougie; elle répan-

dit une odeur urineuſe comme ſur le charbon, & ne brûla pas fort; ayant continué le feu pendant deux heures, je fus fort étonné de voir qu'il ne reſtoit pas de terre calcaire, mais que la pierre avoit tout à fait diſparu & s'étoit entierement volatiliſée, à l'exception d'une très-petite quantité de cendre fort légere qu'on ne pouvoit peſer. Ce phénomene ſingulier & inattendu me conduiſit aux expériences ſuivantes.

III. Pour découvrir la nature & la quantité des parties volatiles que contenoit cette pierre, j'en mis deux drachmes dans une cornue de verre garnie de lut, à laquelle j'adaptai un récipient, & je procédai à la diſtillation à feu nud, en l'augmentant par degrés juſqu'à faire rougir la cornue; il paſſa d'abord dans le récipient quelques gouttes d'un fluide blanc, qui par l'augmentation du feu fut ſuivi d'un ſel volatil urineux, qui s'attacha à la ſurface intérieure du récipient, & qui fut accompagné d'une petite quantité de matiere huileuſe empyreumatique. La diſtillation achevée & les vaiſſeaux refroidis, je caſſai la cornue, & y trouvai un réſidu charbonneux qui ſe réduiſoit facilement en poudre entre les doigts; & qui peſoit une demi-drachme; je mis ce réſidu dans un creuſet ouvert, & le calcinai pendant pluſieurs heures par un feu aſſez fort; il diminua de plus en plus & diſparut enfin entierement, à l'exception d'une très-petite quantité de cendre fort légere, qui ne peſoit tout au plus qu'un demi-grain. (§. I.)

IV. Pour obtenir une plus grande quantité des parties volatiles de cette pierre, j'en diſtillai encore une once, comme il a été dit dans le §. précédent; j'obtins les mêmes réſultats. Ayant ajoûté ce ſublimé à celui que j'avois obtenu (§. III.) j'eus $2\frac{1}{2}$ drachmes de ſublimé, que je mis dans une cornue de verre & que je diſtillai au bain de ſable, afin de le dégager des parties huileuſes ſurabondantes; d'abord il vint quelques gouttes de fluide, qui furent ſuivies d'un ſublimé blanc; par l'augmentation du feu il vint une matiere qui reſſembloit à une huile jaune & épaiſſe, qui reprit cependant d'abord la forme d'un ſublimé ſolide; cette matiere paroiſſoit acide, car elle faiſoit une forte efferveſcence avec le ſublimé qui étoit dans le col de la cornue. Après avoir ſéparé les vaiſſeaux, je trouvai que ce qui étoit dans le récipient avoit une très-forte odeur urineuſe; je fis diſſoudre le tout dans

de l'eau diſtillée, je filtrai la ſolution, & la fis évaporer lentement dans un bain de ſable. Au fond de la cornue il y avoit environ deux grains d'une matiere charbonneuſe, & dans le col il y avoit du ſublimé; celui qui venoit d'abord reſſembloit à une poudre; celui qui étoit au milieu paroiſſoit plus ſolide & comme s'il avoit été poudré de talc, & étoit de différentes couleurs; enfin le ſublimé qui étoit à l'extrémité du col de la cornue étoit bien plus impur, & mêlé d'huile; tous enſemble peſoient 24 grains; ils furent diſſous dans de l'eau diſtillée, & la ſolution verſée dans un filtre fut rincée à pluſieurs repriſes avec de l'eau diſtillée, afin d'enlever toutes les parties ſalines; dans le filtre il reſta environ 6 grains d'une huile épaiſſe; la ſolution qui paſſa par le filtre fut miſe en évaporation, & il ſe forma des cryſtaux à trois différentes repriſes; les premiers n'avoient aucun goût, les ſeconds étoient doux, & les troiſiemes avoient un goût un peu amer. Je mêlai 4 grains de chacune de ces ſortes de ſels dans un mortier de verre, en y ajoûtant 12 grains de ſel de tartre très-pur; pendant le mélange j'obſervai une odeur d'alkali volatil, qui cependant n'étoit pas bien forte, ce qui prouve la préſence d'un ſel ammoniacal; je mis ce mélange dans une petite cornue de verre, & procédai à la diſtillation; il ſe ſublima un ſel volatil en forme ſéche, qui mêlé avec l'acide nitreux répandit beaucoup de vapeurs blanches, & occaſionna une efferveſcence; ce qui prouve évidemment que ce ſel étoit de l'alkali volatil; dans le col de la cornue, il y avoit un peu de ſublimé qui probablement étoit un ſel ammoniacal. Le ſel qui étoit reſté dans la cornue fondit à un petit degré de chaleur, & devint fort fluide.

Je mêlai le ſublimé qui me reſtoit encore & qui peſoit 36 grains, avec $1\frac{1}{2}$ partie ou 48 grains de ſel de tartre bien pur, & procédai d'ailleurs comme il vient d'être dit; j'obtins les mêmes réſultats, c'eſt à dire du ſel urineux, & un peu de ſel ammoniacal, qui ſe ſublima dans le col de la cornue; le réſidu qui reſta au fond de la cornue, fondit aiſément, & devint auſſi fluide que le précédent.

Je fis diſſoudre le ſel qui reſtoit dans les cornues des deux opérations précédentes dans de l'eau diſtillée bouillante, & filtrai cette ſolution; par une évaporation lente & continuée pendant un tems ſuffiſant, il s'y forma

des cryſtaux, qui ſe diſſolvoient fort aiſément dans l'eau; jettés ſur des charbons ardens ils ne décrépitoient ni ne détonnoient; ils avoient un goût rafraîchiſſant. En ayant mis une partie ſur un charbon, j'y dirigeai au moyen d'un chalumeau la flamme d'une chandelle; il fondit d'abord comme le ſel fuſible d'urine de la ſeconde cryſtalliſation, & en continuant à ſouffler il entra entierement dans le charbon.

V. Pour obtenir une plus grande quantité de ce ſublimé ammoniacal, je haſardai de diſtiller encore deux onces cinq & une demi-drachme de la pierre de la veſſie, dans une cornue de verre, garnie d'un récipient & placée dans un bain de ſable; il paſſa, comme il a été dit au §. III, d'abord quelques gouttes de fluide, enſuite un ſel volatil urineux en forme ſéche, accompagné d'une portion de ſel ammoniacal; ayant mis enſuite la cornue dans les charbons afin de forcer la diſtillation, le fond s'en trouva percé, ce qui venoit peut-être de ce que le feu étoit trop fort, & de ce que la cornue étoit entrée en fuſion, en ſorte que je ne pus pouſſer plus loin la diſtillation.

VI. M'étant rappellé que pour ménager la grande pierre dont j'ai donné la deſcription dans le §. I, & dont il ne me reſtoit plus grand' choſe, j'avois ajoûté, pour ſuppléer au poids indiqué dans le §. V, une portion d'une autre ſorte de pierre de la veſſie qui étoit plus ſpongieuſe & moins dure que celle du §. I; j'eſſayai environ un ſcrupule du réſidu qui reſtoit dans la cornue, en le mettant ſous une mouffle rougie, & il y reſta une portion aſſez conſidérable d'une matiere blanche & fixe, qui reſſembloit aux os calcinés juſqu'à blancheur, d'où je conclus que la pierre que j'avois ajoûtée pour ſuppléer au poids n'étoit pas de même nature que la premiere & qu'il y a deux différentes ſortes de pierres de la veſſie, dont l'une ſe volatiliſe entierement par le feu, tandis que l'autre contient une quantité conſidérable de terre calcaire. Peut-être ſe trouve-t-il encore bien d'autres différences entre ces pierres. A la fin de ce Mémoire j'aurai encore occaſion de parler de cette ſorte de pierre ſpongieuſe, qui contient beaucoup de terre calcaire, & que j'avois ajoûtée à la premiere pour augmenter le poids. Maintenant je vais rapporter les expériences que j'ai faites avec la pierre dont j'ai donné la deſcription au §. I; & qui ne contient point de terre calcaire.

VII. Dans la vue de découvrir les altérations que subit cette pierre de la part de différens dissolvans, j'en réduisis d'abord une portion en assez petits morceaux, & la conservai pour l'usage suivant. Un scrupule de cette pierre mise dans un verre, avec une once d'esprit de vitriol composé d'une partie d'huile de vitriol & de trois parties d'eau distillée, ne reçut aucune altération de la part de l'acide tant que le mélange resta au froid, par une digestion modérée, & continuée pendant quelque tems; l'acide se colora de plus en plus; d'abord il devint jaune & ensuite brun, & quoique la pierre ne se soit pas entierement dissoute, il se forma des crystaux en longues aiguilles par le refroidissement du fluide, que la chaleur fit disparoître & qui se récrystallisoient par le refroidissement, sans qu'on y remarquât une augmentation ou diminution sensible; l'acide vitriolique, qui avoit été en digestion avec la pierre de la vessie, comme il vient d'être dit, ne se précipita ni par une solution d'alkali fixe, ni par l'alkali volatil. Je mis dans un filtre ce qui étoit resté dans le verre, en y ajoûtant l'eau distillée avec laquelle j'avois rincé le verre; après avoir bien édulcoré ce résidu avec de l'eau distillée bouillante, & l'avoir fait sécher, je trouvai que l'acide n'avoit pas dissous une quantité sensible de la pierre; car tout un scrupule n'avoit environ perdu qu'un demi-grain de son poids; aussi l'apparence extérieure de la pierre n'avoit pas changé, & elle ressembloit encore à tous égards à celle qui n'avoit pas encore été exposée à l'action de l'acide vitriolique.

Je répétai encore cette expérience en mettant un scrupule de la pierre en question dans un verre avec une once d'acide vitriolique, & en plaçant ce mélange dans une digestion plus forte & plus longtems continuée que dans l'expérience précédente; au bout de quelques jours il se forma des crystaux semblables à ceux dont je viens de parler; je fis encore une fois chauffer ce mélange, & tandis qu'il étoit encore bien chaud, je le versai dans un filtre, & après avoir bien édulcoré avec de l'eau distillée la pierre qui étoit restée dans le filtre, je la fis sécher, & je trouvai qu'elle avoit perdu deux grains de son poids par cette opération. Je mis une portion des crystaux que formoit l'acide vitriolique avec cette pierre sur un charbon, en y dirigeant la flamme d'une chandelle au moyen d'un chalumeau; mais ils

étoient si légers qu'ils s'envolerent d'abord. Je mis dans une cornue de verre les crystaux qui me restoient encore, & les distillai par un feu assez fort; ils ne fondirent pas, & ne subirent aucun autre changement sensible.

VIII. Je passe maintenant aux expériences faites avec l'acide nitreux. Je mis un scrupule de cette pierre réduite en petits morceaux comme dans le §. précédent, dans un verre avec une once d'acide nitreux; cet acide fut de tous les menstrues celui qui agit avec le plus de force sur cette pierre; il commença même à la dissoudre à froid, & par la digestion il acheva de la dissoudre. Cette solution ressembloit à une solution d'or dans l'eau régale; je la filtrai, & il ne resta dans le filtre après l'édulcoration faite avec de l'eau distillée, qu'un grain de pierre qui n'avoit pas été dissoute; l'alkali fixe ajoûté à cette solution jaune occasionna un précipité blanc assez abondant; elle se précipita aussi par l'addition de l'acide vitriolique & de l'alkali volatil. Je filtrai la solution qui avoit été précipitée par l'alkali fixe; le fluide qui passa par le filtre fut encore jaune comme une solution d'or dans l'eau régale, & le précipité étant édulcoré & séché ne fondit pas lorsque je le mis sur un charbon & que j'y dirigeai la flamme d'une chandelle avec un chalumeau; ce précipité se dissolvoit dans l'acide nitreux, & cette solution se troubloit de nouveau lorsqu'on y ajoûtoit de l'acide vitriolique. Je répétai cette expérience en ajoûtant successivement une drachme de la pierre dont j'ai donné la description au §. I. à une once d'acide nitreux; ce mélange fut mis en digestion, & dans peu de tems toute la pierre fut dissoute. Quand j'ajoûtois encore quelques grains de la pierre à l'acide pendant qu'il étoit chaud, elle se dissolvoit avec une forte effervescence; le lendemain j'ajoûtai encore peu à peu une drachme de pierre à l'acide qui étoit en digestion, & la dissolution fut complette aussi.

Pour étendre cette solution bien saturée, j'y ajoûtai un peu d'eau distillée & il se précipita une poudre blanche, indissoluble dans l'eau; je décantai le fluide transparent qui surnageoit & dans peu de tems il s'y forma des crystaux, ce qui arriva aussi à la solution de la poudre blanche qui s'étoit précipitée, & que j'avois dissoute une seconde fois dans de l'acide nitreux que j'y avois ajoûté après avoir décanté le fluide qui surnageoit. J'essayai ces

ces cryſtaux en les mettant ſur un charbon & en y dirigeant la flamme d'une chandelle au moyen d'un chalumeau; ils ſe fondirent & entrerent entierement dans le charbon, ſans que je puſſe remarquer aucune odeur d'acide nitreux. Je mis encore 7 à 8 grains de ces cryſtaux dans une cornue de verre, & les diſtillai par un feu bien fort; ils fondirent très-aiſément, & il paſſa quelques gouttes de fluide dans le récipient; dans le col de la cornue il s'attacha un peu de ſublimé, qui à l'extrémité étoit blanchâtre, tandis que celui qui étoit plus près du ventre de la cornue étoit brunâtre; dans la cornue il reſta une petite quantité de poudre noire. J'ajoûtai au fluide qui étoit paſſé dans le récipient quelques gouttes d'alkali fixe en liqueur, mais il ne ſe fit aucune effervaſcence, & en peu de tems ce mélange prit une odeur d'alkali volatil.

IX. Je mêlai encore un ſcrupule de la pierre ſusdite réduite en petits morceaux, avec une once d'eſprit de ſel qui fumoit un peu; tant que ce mélange fut au froid, l'acide n'agit pas ſur la pierre; mais lorſqu'il fut mis en digeſtion, il ſe teignit de plus en plus, & devint enfin tout à fait brun; mais il ne ſe forma pas de cryſtaux comme dans les expériences faites avec les acides précédens, & en particulier avec l'acide nitreux; ce mélange étant mis dans un filtre & le réſidu étant bien édulcoré, je trouvai ſon poids de 14½ grains, en ſorte que l'acide marin avoit diſſous 5½ grains; la couleur de ce réſidu différoit de celle de la pierre qui avoit été en digeſtion avec de l'acide vitriolique, en ce qu'elle étoit un peu plus griſe. La ſolution qui paſſa par le filtre, ſe précipita, tant par l'alkali fixe, que par l'alkali volatil, & le précipité étoit blanc; celui qui avoit été fait avec l'alkali fixe bien édulcoré & ſéché, expoſé ſur un charbon à l'action de la flamme d'une chandelle réunie en pointe par le moyen d'un chalumeau, ne fondit pas; il ſe diſſolvoit tant dans l'acide nitreux que dans l'acide marin, & ces ſolutions ſe précipitoient par l'acide vitriolique; ce précipité reſſembloit aux cryſtaux dont j'ai parlé plus haut, qui ſe formoient dans l'acide vitriolique mis en digeſtion avec la pierre décrite au §. I.

X. Je verſai une once de vinaigre diſtillé fort concentré, ſur un ſcrupule de la pierre en queſtion réduite en petits morceaux, & mis ce mélange

en digeſtion; l'acide ne ſe colora pas ſenſiblement. Cette ſolution, après avoir été filtrée, ne ſe précipita que très-peu, tant avec l'alkali fixe qu'avec l'alkali volatil, mais pourtant plus avec la ſolution du ſel de tartre qu'avec l'alkali urineux; la pierre n'avoit pas perdu beaucoup plus d'un grain de ſon poids.

XI. Un ſcrupule de cette pierre traitée avec une once d'acide des fourmis concentré, comme avec le vinaigre au §. X, ne parut pas en être beaucoup altérée, & elle ne perdit qu'un grain de ſon poids; la ſolution, après avoir été filtrée, ſembla ſe troubler un peu plus par l'alkali fixe & l'alkali volatil, que la ſolution du §. précédent faite avec le vinaigre.

XII. L'acide du phoſphore n'a preſque aucune action ſur la pierre en queſtion; car en ayant mis un morceau de quelques grains dans cet acide, il ne changea pas de couleur & ne perdit rien de ſon poids.

XIII. Une ſolution d'une & demi-drachme de ſel de tartre dans une & demi-once d'eau diſtillée, avoit un peu attaqué un ſcrupule de la pierre en queſtion; cette ſolution devint jaunâtre, mais elle ne ſe précipita, ni avec l'acide nitreux affoibli, ni avec le vinaigre; le réſidu peſa, après avoir été édulcoré & ſéché, $15\frac{1}{2}$ grains, en ſorte qu'il y avoit eu $4\frac{1}{2}$ grains de diſſous; il y avoit des morceaux de pierre tout blancs, & d'autres brunâtres, ſuivant qu'ils avoient été plus ou moins attaqués par le menſtrue.

XIV. Je verſai ſur un ſcrupule de cette pierre une ſolution d'alkali natif, compoſée d'une demi-drachme d'alkali, & d'une & demi-once d'eau diſtillée & mis ce mélange en digeſtion comme les précédens; la ſolution alkaline devint plus jaune que la précédente, & elle agit ſenſiblement ſur la pierre; mais elle ne ſe précipita ni par l'acide nitreux, ni par le vinaigre diſtillé; le réſidu, après avoir été bien édulcoré avec de l'eau diſtillée, & ſéché, peſoit 13 grains, en ſorte qu'il y avoit eu 7 grains de diſſous; les morceaux de pierre étoient blancs avec des points gris. Il paroit donc que l'alkali natif a plus d'action ſur cette pierre, que l'alkali fixe végétal.

XV. Une ſolution d'alkali natif calciné avec du ſang, miſe en digeſtion avec un ſcrupule de la pierre décrite au §. I. réduite en petits morceaux, devint ſemblable à la ſolution du ſel de tartre du §. XIII; la pierre

sembloit cependant avoir été un peu plus détruite; cette solution ne se précipita pas avec les acides susdits, & le résidu, après avoir été édulcoré & séché, pesoit $12\frac{1}{2}$ grains, en sorte qu'il s'en étoit dissous $7\frac{1}{2}$ grains, & sa couleur étoit semblable à celle du résidu du §. XIV.

XVI. La même quantité de cette pierre mise en digestion avec de l'esprit de sel ammoniac aqueux, ne le colora que très-peu; après l'édulcoration du résidu je trouvai son poids de 18 grains, en sorte que l'esprit de sel ammoniac en avoit dissous 2 grains.

XVII. Une solution d'une & demi-drachme de sel ammoniac, dans une once & demie d'eau distillée, mise en digestion avec un scrupule de notre pierre, ne se colora pas sensiblement; cette solution ne se précipita point par l'alkali fixe; le résidu, après avoir été édulcoré & séché, étoit jaunâtre & pesoit 17 grains, en sorte qu'il y avoit 3 grains de dissous.

XVIII. Environ une ou une & demi-once d'esprit de vin très-rectifié, mis en digestion avec un scrupule de cette pierre, ne se colora pas du tout; la pierre ne perdit rien de son poids, & ne parut changée en aucune maniere.

XIX. La même quantité de cette pierre mise en digestion avec une & demie à deux onces d'eau distillée, ne la colora pas du tout; cette extraction, après avoir été filtrée, ne se précipita que très-peu par une solution d'argent dans l'acide nitreux, & un peu plus par les solutions de mercure & de plomb dans le même acide; la couleur du résidu n'étoit pas changée, & après qu'il fut séché je trouvai son poids de 18 grains, par conséquent la pierre avoit perdu deux grains.

XX. Au §. VI. j'ai parlé d'une sorte de pierre de la vessie qui étant calcinée laissa un résidu fixe, que je pris pour de la terre calcaire; dans la vue d'en déterminer la quantité, aussi bien que pour m'assurer si cette terre avoit tous les caracteres d'une véritable terre calcaire, j'en mis une once dans une cornue de verre & après y avoir adapté un récipient je procédai à la distillation en augmentant le feu vers la fin de l'opération jusqu'à faire bien rougir la cornue; il passa dans le récipient de l'esprit urineux & un sel ammoniacal, à peu près comme dans la distillation de la pierre dont j'ai

donné la description au §. I. Le sel ammoniacal dissous dans de l'eau & saturé avec de l'huile de tartre par défaillance, présenta les mêmes phénomenes que celui dont il est parlé au §. IV. Le résidu de la cornue pesoit 3 drachmes, 2 scrupules, & 9 grains; je le calcinai sous une mouffle jusqu'à ce qu'il fut très-blanc, & par cette opération il perdit encore quelques grains de son poids.

Pour m'assurer de quelle nature étoit ce résidu terreux, j'en mis une partie dans un verre avec de l'esprit de nitre; la dissolution s'en fit tranquillement & sans effervescence, comme cela a lieu à l'égard de la terre des os calcinés; ayant ajoûté de l'acide vitriolique à cette solution, il se forma sur le champ un précipité séléniteux; au reste de cette solution j'ajoûtai de l'alkali fixe en liqueur; il se forma un précipité qui, après avoir été édulcoré & séché, éprouva la dissolution avec effervescence dans l'acide nitreux comme les terres calcaires.

OBSERVATIONS
sur les Flûtes.
PAR MR. LAMBERT.

I.

Les modifications des sons, qui dépendent des trous des flûtes, sont encore ce qui a le moins été examiné par les géometres. M. *Euler* s'est contenté de déterminer le rapport qu'il y a entre le son d'un tuyau cylindrique & d'une corde vibrante. Il trouve que si la corde est d'une même longueur, son poids égal à celui de l'air renfermé dans le tuyau, & si elle est tendue par un poids égal à la pression de l'air sur le fond du tuyau, la corde & le tuyau rendront un même son. Je n'ai pas vu la these que Mr. *Euler* a publiée sur ce sujet en 1727, mais cette même théorie se trouve dans son *Tentamen novæ theoriæ musicæ*, imprimé à St. Pétersbourg en 1739. Il en résulte que le ton ne dépend que de la longueur du tuyau. Il faut cependant convenir qu'un tuyau fort mince & fort long donnera plutôt l'octave, ou la quinte de l'octave, que le son dû à la longueur entiere. Ensuite dans cette théorie on suppose que l'onde qui se forme dans le tuyau est d'une longueur égale à celle du tuyau, ou d'une de ses parties aliquotes. Cette supposition donne des résultats conformes à l'expérience; mais il n'est pas démontré que ce soit la seule qu'on puisse faire. De plus Mr. *Euler* suppose un tuyau ouvert par les deux bouts; or on en peut concevoir qui soient fermés d'un côté, ou même des deux côtés, soit entierement, soit en partie, & cela change à certains égards la comparaison entre les tuyaux & les cordes vibrantes. Enfin Mr. *Euler* fait cette comparaison de maniere qu'elle roule sur le nombre des vibrations qui se font en une seconde. Il donne la formule pour les tuyaux & la compare à ce que lui donne l'expérience faite sur une corde. De sa formule on déduit sans

peine *que le nombre des vibrations pour un tuyau se trouve en divisant la vitesse du son par la longueur du tuyau.* Or on sait que l'expérience donne la vitesse du son beaucoup plus grande que ne l'a donnée une théorie bonne en elle-même, mais assez mal appliquée. C'est à la vitesse réelle qu'il faut avoir égard dans ces sortes de comparaisons.

II.

Mr. *Daniel Bernoulli* a fait quelques grands pas de plus. Dans un Mémoire qui se trouve parmi ceux de l'Acad. R. des Sciences de Paris de l'année 1762, il étendit la théorie aux tuyaux bouchés d'un côté ou des deux côtés, de même qu'aux tuyaux d'orgues qu'on appelle *à cheminée*, & aux tuyaux coniques. Les ondes sonores dans l'air se forment de telle sorte que dans les points des plus grandes excursions des particules d'air la densité ou la distance entre deux particules voisines est égale à la densité naturelle de l'air, au dehors du tuyau. Si donc dans un tuyau l'onde sonore se forme de maniere que les plus grandes excursions répondent au bout ouvert du tuyau, cette onde se forme d'une maniere qui paroit la plus naturelle de toutes. Réciproquement si le tuyau est bouché, l'état le plus naturel de l'onde sonore paroit être celui où l'excursion des ondes près du bout bouché est nulle & la densité ou la compression des particules la plus grande. Si le tuyau est ouvert par les deux bouts, la plus grande densité sera vers le milieu de la longueur du tuyau, & l'effet le même que si le tuyau étoit fermé au milieu par quelque diaphragme, de sorte qu'un tuyau ouvert par les deux bouts rendra le même ton qu'un tuyau bouché d'un côté & qui n'a que la moitié de la longueur de l'autre. Mais si un tuyau est fermé par les deux bouts, c'est au milieu que les excursions seront les plus grandes, & les plus grandes densités seront aux bouts bouchés. Ce tuyau rendra le même son qu'un tuyau de même longueur ouvert par les deux bouts, ou qu'un tuyau de la moitié de la longueur ouvert par un bout. Ce qui étant admis, on en déduit sans peine quels seront les sons lorsqu'en enflant le tuyau avec plus de force, la longueur de l'onde est réduite à une partie aliquote de celle du tuyau. Supposons ces tuyaux d'une même longueur, les sons dans celui qui est bouché d'un côté répondront aux nombres impairs 1, 3, 5, 7 &c. & ceux des deux autres tuyaux aux nom-

bres pairs 2, 4, 6, 8 &c. Les expériences paroissent en général assez conformes à cette théorie. Mr. *Bernoulli* ne la donne d'ailleurs que comme fondée sur des hypotheses. Elle sert tout au moins pour les cas où les ondes sonores se forment de la maniere la plus naturelle. Les sons déterminés par cette théorie sont nécessairement possibles, & si outre ces sons il s'en forme encore d'autres, ce sera à des circonstances particulieres non comprises dans la théorie qu'il faudra avoir recours. Ainsi p. ex. si dans un tuyau bouché l'écho étoit assez fort & d'assez de durée pour qu'on dût y avoir égard, il est clair qu'au bout bouché la densité n'auroit pas besoin d'être la plus grande, & que les excursions n'auroient pas besoin d'y être nulles. Et si d'un autre côté on suppose que le mouvement des particules se fait suivant l'axe du tuyau, il semble qu'il n'est pas absolument nécessaire que la largeur de l'onde finisse précisément au bout ouvert du tuyau. Avec tout cela il doit être possible de faire qu'elle finisse là.

III.

Quant aux tuyaux composés de deux autres de différente grosseur, M. *Bernoulli* se sert des mêmes principes. J'avoue que j'ai eu quelque peine à suivre son raisonnement. Outre que la lettre *G* marquée dans la 10me Figure appartient à la 11me Figure, où elle doit être placée entre *D*, *F*, Mr. *Bernoulli* représente par cette 11me Figure un tuyau simple à cheminée, représenté dans la 10me Figure. Mais ce tuyau simple, quoique rendant le même son, est censé le rendre avec deux degrés différens de force. C'est une distinction à faire, qui ne m'a pas paru assez expressément indiquée, mais à laquelle il faut avoir recours, quand on veut bien saisir le raisonnement. Je vais l'exposer dans l'ordre qui me paroit le plus méthodique & le plus simple.

IV.

Soit *ABC* un tuyau composé de deux autres *AB*, *BC*, fermé en *A* & enflé par l'ouverture *C*. Les excursions des particules d'air en *CB* se feront comme dans un tuyau simple, parce que le changement qui peut résulter de la différente amplitude de la partie *AB*, ne commence qu'à la séparation *B*. Ce changement ne peut regarder que les excursions des particules d'air. Ces excursions diminuent subitement en *B*, & cela en Pl. I. Fig. 1.

raiſon réciproque des amplitudes. C'eſt dans ce rapport que diminuent les viteſſes & par-là même les excurſions. Mais les denſités ou bien la compreſſion des particules doit reſter la même en B, parce qu'il ne peut pas y avoir de ſaut. Tout cela fait que le tuyau composé ABC doit être comparé à deux tuyaux ſimples DF, GI, qui rendent le même ton quoiqu'avec des degrés différens de force, & qui par conſéquent ſont d'une même longueur, & bouchés d'un côté en D, G. Les excurſions initiales en C, F ſeront les mêmes & je les déſignerai par g. Faiſant de plus $FE = CB$, le mouvement de l'air ſera le même dans ces deux parties des tuyaux, & les excurſions aux points B, E ſeront

$$= c \,.\, \sin\left(\frac{DE}{DF}\,.\,\frac{\pi}{2}\right) = c \,.\, \cos\left(\frac{BC}{DF}\,.\,\frac{\pi}{2}\right).$$

Soit $1 : nn$ le rapport des amplitudes des tuyaux CB, BA, cette excurſion dans le grand tuyau en B ſera réduite à la valeur

$$\frac{c}{nn}\,.\,\cos\left(\frac{BC}{DF}\,.\,\frac{\pi}{2}\right),$$

où π eſt la circonférence d'un demi-cercle dont le rayon eſt $= 1$. La partie du tuyau AB ayant donc des excurſions différentes, on la comparera avec une partie égale GH du tuyau GI. Soit f l'excurſion initiale en I, l'excurſion au point H ſera

$$= f \,.\, \sin\left(\frac{GH}{GI}\,.\,\frac{\pi}{2}\right) = f \,.\, \sin\left(\frac{AB}{DF}\,.\,\frac{\pi}{2}\right),$$

& cette excurſion eſt la même que l'excurſion réduite que nous venons de trouver. On aura donc la première équation

$$\frac{c}{nn}\,.\,\cos\left(\frac{BC}{DF}\,.\,\frac{\pi}{2}\right) = f \,.\, \sin\left(\frac{AB}{DF}\,.\,\frac{\pi}{2}\right).$$

De plus la denſité naturelle de l'air étant $= \delta$, on aura

$$\text{la denſité en } E, B = \delta\left(1 + \frac{c}{DF}\,.\,\frac{\pi}{2}\right).\,\sin\left(\frac{BC}{DF}\,.\,\frac{\pi}{2}\right),$$

$$\text{la denſité en } H, B = \delta\left(1 + \frac{f}{DF}\,.\,\frac{\pi}{2}\right).\,\cos\left(\frac{AB}{DF}\,.\,\frac{\pi}{2}\right).$$

Ces denſités doivent être égales entr'elles. Cela donne la ſeconde équation

c.

$$c \cdot \sin\left(\frac{BC}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = f \cdot \cos\left(\frac{AB}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right).$$

De ces deux équations on déduit

$$\frac{f}{c} = \frac{\cos(BC \cdot \pi : 2DF)}{nn \cdot \sin(AB \cdot \pi : 2DF)} = \frac{\sin(BC \cdot \pi : 2DF)}{\cos(AB \cdot \pi : 2DF)},$$

d'où résulte

$$\cot\left(\frac{AB}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = nn \cdot \operatorname{tang}\left(\frac{BC}{DF} \cdot \frac{\pi}{2}\right).$$

De cette maniere la longueur du tuyau simple $DF = GI$ qu'il s'agissoit de trouver, est déterminée par n, AB, BC, c'est à dire par les dimensions du tuyau composé AC. Ce tuyau simple sera donc plus long que le tuyau AC, toutes les fois que $n > 1$. Soit cet allongement $= eE = Hh$, on aura

$$\cot \frac{\pi \cdot AB}{2(AB + BC + eE)} = nn \operatorname{tang} \frac{\pi \cdot BC}{2(AB + BC + eE)}$$

ou ce qui revient au même

$$\operatorname{tang} \frac{\pi(BC + eE)}{2(AB + BC + eE)} = nn \operatorname{tang} \frac{\pi \cdot BC}{2(AB + BC + eE)}.$$

Ces formules reviennent à celles de Mr. *Bernoulli.* Voici maintenant quelques corollaires qui pourront nous servir dans la suite.

V.

Si le tuyau BC est supposé très court relativement à AB, en sorte que dans la derniere formule on puisse sans erreur considérable substituer les arcs à leurs tangentes, on aura fort brievement

$$BC + eE = nn \cdot BC,$$

ou bien

$$eC = (nn - 1)\, BC,$$

de sorte que tant que BC est fort petite l'allongement du tuyau simple croît en même raison que BC, & la longueur entiere sera à très peu près

$$AB + BC + eC = AB + nn \cdot BC.$$

On voit encore que l'allongement eC sera négatif toutes les fois que $n < 1$, ou que le tuyau BC sera plus gros que AB.

VI.

En faisant $nn = 1 + \nu$, on aura

$$\text{tang}\,\frac{\pi(BC+eE)}{2(AB+BC+eE)} - \text{t}\,\frac{\pi . BC}{2(AB+BC+eE)} = \nu . \text{t}\,\frac{\pi . BC}{2(AB+BC+eE)},$$

ce qui donne

$$\sin\frac{\pi . eE}{2(AB+BC+eE)} = \nu . \sin\frac{\pi . BC}{2(AB+BC+eE)} . \cos\frac{\pi(BC+eE)}{2(AB+BC+eE)}$$

$$= \tfrac{1}{2}\nu . \left[\sin\frac{\pi(2BC+eE)}{2(AB+BC+eE)} - \sin\frac{\pi . eE}{2(AB+BC+eE)}\right],$$

ou bien

$$(1+\tfrac{1}{2}\nu) . \sin\frac{\pi . eE}{2(AB+BC+eE)} = \tfrac{1}{2}\nu . \sin\frac{\pi . (2BC+eE)}{2(AB+BC+eE)}.$$

VII.

Si donc ν est une quantité fort petite, on aura à très peu près

$$(1+\tfrac{1}{2}\nu) . \frac{\pi . eE}{2(AB+BC)} = \tfrac{1}{2}\nu . \sin\frac{\pi . BC}{AB+BC},$$

ou bien

$$eE = \frac{2\nu}{2+\nu} . \frac{AB+BC}{\pi} . \sin\frac{\pi . BC}{AB+BC}.$$

Regardant donc la longueur $AB + BC$ comme constante, & BC comme variable, l'allongement eE est un *maximum* lorsque $AB = BC$, & on a à très peu près

$$eE = \frac{4\nu}{2+\nu} . \frac{AB}{\pi},$$

ou bien

$$eE = \nu . AC : \pi.$$

VIII.

Si le tuyau est composé de 3, 4 ou plusieurs tuyaux de différente grosseur, on le comparera de la même maniere à autant de tuyaux simples, qui

rendent le même son, quoiqu'avec des degrés différens de force. La longueur de ces tuyaux simples se détermine par la somme de la longueur de toutes les parties dont le tuyau est composé & la somme des allongemens produits par chaque différence d'amplitude.

Soit la longueur des parties - - - - - - a, b, c, d, e &c. Fig. 4.
les amplitudes - - - - - - - - 1, m^2, n^2, p^2, q^2 &c.
l'allongement dû aux changemens d'amplitude - - - - - - α, β, γ, δ, &c.
la longueur du tuyau simple qui rend le même son $= \lambda$.

On aura d'abord

$$\lambda = a + b + c + d + e + \text{\&c.} + \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon + \text{\&c.}$$

Ensuite on aura encore les équations suivantes

$$m^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi a}{2\lambda} = \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha)}{2\lambda},$$

$$n^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha+b)}{2\lambda} = m^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha+b+\beta)}{2\lambda},$$

$$p^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha+b+\beta+c)}{2\lambda} = n^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha+b+\beta+c+\gamma)}{2\lambda},$$

$$q^2 . \operatorname{tang} \frac{\pi(a+\alpha+b+\beta+c+\gamma+d)}{2\lambda} = p^2 . \operatorname{t} \frac{\pi(a+\alpha+b+\beta+c+\gamma+d+\delta)}{2\lambda},$$

ou réciproquement

$$q^2 . \cot \frac{\pi(e+\delta)}{2\lambda} = p^2 . \cot \frac{\pi e}{2\lambda},$$

$$p^2 . \cot \frac{\pi(e+\delta+d+\gamma)}{2\lambda} = n^2 . \cot \frac{\pi(e+\delta+d)}{2\lambda}.$$

&c.

Ces équations suffisent toujours pour déterminer tant la longueur λ que les allongemens α, β, δ, ε &c; parce que leur nombre est toujours égal au nombre de ces inconnues.

IX.

Ces formules font voir sans peine que les arcs de cercle dont on emploie les tangentes croissent dans l'ordre

$$\begin{array}{ll}
1) & a \\
 & a + \alpha \\
\hline
2) & a + \alpha + b \\
 & a + \alpha + b + \beta \\
\hline
3) & a + \alpha + b + \beta + c \\
 & a + \alpha + b + \beta + c + \gamma \\
 & \&c. \\
\hline
 & Z \\
\hline
 & Z + \Delta X \\
 & Z + \Delta Z \\
\hline
\end{array}$$

où X dénote la somme de la longueur des parties du tuyau composé $a + b + c + d +$ &c, & Z la somme $a + \alpha + b + \beta +$ &c. de sorte que $Z = X + \alpha + \beta + \gamma +$ &c. On aura donc $\Delta Z - \Delta X$ l'allongement dû à la différence des amplitudes du tuyau ΔX & de celui qui le suit immédiatement. Soit l'amplitude du tuyau $\Delta X = Y$, celle du tuyau suivant $= Y + \Delta Y$, on aura en général

$$\frac{Y + \Delta Y}{Y} \cdot \text{tang}\left(\frac{Z + \Delta X}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \text{tang}\left(\frac{Z + \Delta Z}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2}\right).$$

Et en faisant

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta X}{\theta},$$

on obtient

$$\frac{\Delta X}{\theta} \cdot \text{tang}\, \frac{Z + \Delta X}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\text{sin}\,(\Delta Z - \Delta X)\pi : 2\lambda}{\text{cos}[(Z + \Delta X)\pi : 2\lambda] \cdot \text{cos}[(Z + \Delta Z)\pi : 2\lambda]},$$

ou bien

$$\frac{\Delta X}{\theta} \cdot \text{sin}\left(\frac{Z + \Delta X}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \text{cos}\left(\frac{Z + \Delta Z}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \text{sin}\left(\frac{\Delta Z - \Delta X}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2}\right).$$

X.

Si les différences ΔX, ΔZ sont infiniment petites, on leur substituera les différentielles dx, dz, & on aura en faisant $Z = z$, $X = x$, après toutes les réductions faites

$$\frac{dx}{2\theta} \cdot \sin \frac{\pi z}{\lambda} = \frac{dz - dx}{\lambda} \cdot \frac{\pi}{2},$$

ou bien

$$dx = \frac{\pi \theta \, dz}{\lambda \cdot \sin(\pi z : \lambda) + \pi \theta}.$$

Voilà donc la formule générale pour les cas où l'amplitude du tuyau croît en raison des ordonnées y d'une ligne courbe dont les abscisses sont $= x$. Et comme

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{\theta}$$

on voit que θ est la soutangente de cette courbe.

XI.

Cette soutangente θ étant regardée comme une fonction de x, la formule différentielle ne sera pas généralement intégrable, ou bien les variables ne pourront pas être généralement séparées. Mais elles le sont dès qu'on regarde θ comme une fonction de z, de sorte que $\theta = \Phi z$. Il est clair qu'après l'intégration faite on aura une équation entre x & z, d'où l'on déduira la valeur de z exprimée par x, & en substituant cette valeur dans la fonction Φz, on aura la valeur de θ exprimée par x, c'est à dire θ égale à une fonction de x. De cette maniere on trouvera pour θ une infinité de fonctions de x, qui rendent l'équation proposée intégrable.

XII.

Lorsque $x = 0$, on aura $z = 0$, & lorsque $z = \lambda$, l'abscisse x exprimera la longueur entiere du tuyau, depuis l'embouchure jusqu'au bout opposé, qui est censé fermé. Pour ces deux cas la formule donne $\sin \frac{\pi z}{\lambda} = 0$, & par conséquent $dx = dz$, c'est à dire, tant à l'embouchure qu'au bout fermé du tuyau l'accroissement dx est égal à l'accrois-

ſement dz, du moins toutes les fois que θ eſt une quantité finie. La même égalité entre dx, dz a lieu dans les points où θ eſt infinie. Et ſi θ eſt infinie pour tous les points, le tuyau ſera cylindrique, & on aura $dx = dz$, & par conſéquent $x = z$.

XIII.

Quand les amplitudes y vont en croiſſant comme les ordonnées d'une logarithmique, la ſoutangente θ ſera une quantité conſtante, & l'équation différentielle devient intégrable. Faiſons

$$\text{tang}\,\frac{\pi z}{2\lambda} = \text{tang}\,\psi$$

& nous aurons

$$\frac{\pi\,dx}{\lambda\theta} = \frac{d\,\text{tang}\,\psi}{\text{tang}\,\psi^2 + \frac{2\lambda}{\theta\pi}\,.\,\text{tang}\,\psi + 1}$$

ce qui pour les cas où $\theta\pi > \lambda$, que je conſidererai ici principalement, donne l'intégrale

$$x = \frac{2\theta\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}\,.\left[\text{arc. tang}\,\frac{\theta\pi\,.\,\text{tang}\,\psi + \lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}} - \text{arc. tang}\,\frac{\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}\right].$$

Soit L la longueur entiere du tuyau, en faiſant $\psi = 90°$ on aura $z = \lambda$, &

$$L = \frac{2\theta\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}\,.\left[\tfrac{1}{2}\pi - \text{arc. tang}\,\frac{\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}\right]$$

XIV.

Cette équation eſt pour les cas où l'amplitude du tuyau depuis l'embouchure va en croiſſant. Mais ſi c'eſt par le bout large qu'on l'enfle & qu'il ſoit fermé par le bout étroit, il faut prendre θ négative, & on aura

$$L' = \frac{2\theta\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}\,.\left[\tfrac{1}{2}\pi + \text{arc. tang}\,\frac{\lambda}{\sqrt{(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)}}\right].$$

Si donc pour l'un & l'autre cas la ſoutangente θ & la longueur λ ſont les mêmes, on aura $L' > L$.

XV.

Si le tuyau eſt ouvert par les deux bouts, c'eſt tout comme s'il étoit fermé vers le milieu où les excurſions deviennent nulles, & qu'on l'enflât par les deux bouts. La longueur entiere ſera

$$L + L' = \frac{2\theta\lambda\pi}{V(\theta^2\pi^2 - \lambda^2)} = \frac{2\lambda}{V(1 - \lambda^2 : \theta^2\pi^2)}.$$

Quoique donc chacune des longueurs L, L' differe aſſez conſidérablement de la longueur λ, cela ſe compenſe de telle ſorte que la ſomme $L + L'$ differe d'autant moins de la longueur 2λ, que θ ſera plus grande que λ.

XVI.

Je ne m'arrêterai pas à chercher d'autres cas où la formule différentielle

$$dx = \frac{\pi\theta\ dz}{\lambda\,\text{ſin}(\pi z : \lambda) + \pi\theta}$$

eſt intégrable. Les amplitudes des flûtes changent aſſez peu pour que la courbe qui les repréſente puiſſe être regardée comme une portion d'une logarithmique ſans erreur conſidérable, en donnant à la ſoutangente une valeur moyenne entre celles que donneront les dimenſions de la flûte. Ces dimenſions ſont en elles-mêmes aſſez peu régulieres. Les flûtes ſont faites au tour, & le tourneur, faute de ſavoir au juſte à quoi s'en tenir, s'en tient à des à-peu-près plus ou moins vagues. Cela fait que je donnerai les dimenſions de ma flûte traverſiere auſſi exactement qu'il ſera poſſible, afin qu'on puiſſe juger d'autant mieux des expériences que j'ai faites. Mais avant que de les rapporter il conviendra de diſcuter encore quelques points préliminaires. Les différens tons de la flûte doivent être comparés à des tuyaux ſimples cylindriques, qui rendent les mêmes tons. Il ſera bon de déterminer au juſte la longueur de ces tuyaux & de les comparer aux cordes vibrantes.

XVII.

A l'imitation de ma flûte je me ſuis fait faire un tuyau cylindrique AC avec un piſton DE, dont le bout D bouchoit exactement le tuyau. M eſt l'embouchure; en B il y a un bouchon que je pouvois rapprocher Fig. 2.

& éloigner de l'embouchure & le faire fortir entierement en ôtant le couvercle *A*. La figure eft réduite à la moitié de la grandeur réelle de l'inftrument. La longueur entiere du tuyau eft à très peu près d'un pié de Rhin, ou plus exactement de 143,9 lignes fans le couvercle. L'échelle, également réduite à la moitié, fe trouve tout au haut de la Planche. Ses divifions vont jufqu'à 280 parties, dont chacune repréfente une ligne du pié de Rhin. C'eft fur cette échelle que j'ai pris les dimenfions de la flûte repréfentée dans la 3me Figure, & qui par conféquent eft également réduite à la moitié de fa grandeur naturelle. L'embouchure dans l'un & l'autre de ces inftrumens eft de la même forme & de la même grandeur, & le diametre intérieur eft à très peu près le même. Il eft de 8,6 lignes dans le tuyau cylindrique, & c'eft auffi fa grandeur dans la flûte près de l'embouchure. Le pifton *DE* eft divifé en parties, dont chacune exprime une ligne du pié de Rhin. On voit que ces parties font numérotées de deux manieres, ce qui fait une double échelle. Celle qui eft marquée au-deffous des divifions indique de combien de lignes du pié de Rhin eft l'intervalle entre l'extrémité du pifton *D* & le bouchon placé comme on le voit dans la Figure, c'eft à dire près de l'embouchure. En faifant entrer le pifton *DE* dans le tuyau *AC* à volonté, la longueur de l'intervalle fe trouve indiquée par le point de l'échelle placé à l'entrée *C*.

XVIII.

Cet inftrument étant ainfi ajufté je fis entrer le pifton jufqu'au point requis pour qu'étant enflé par l'embouchure il rendît un ton quelconque donné par la flûte enflée pareillement par l'embouchure. On fait qu'à mefure que l'embouchure eft plus ou moins couverte par les levres, le ton devient plus aigu; mais dans l'un & l'autre cas le ton a moins de force & moins de clarté. Je me fuis fervi de ce moyen pour reconnoître quelle eft l'application des levres néceffaire pour que le ton ait le plus de force, & le plus de clarté, & c'eft fur ce pié que j'ai comparé les tons du tuyau à ceux de la flûte. Le tuyau n'étoit pas affez long pour rendre le ton *D*, le plus grave de la flûte. Ainfi je commençai par le ton *E*. Je me fervis encore d'un monochorde, qui rendoit le fon *D* lorfque la longueur de la corde vibrante

vibrante étoit de 240 parties de son échelle. Voici les résultats de ces comparaisons.

Tons de la flûte.	Longueur de la corde.	Longueur du tuyau.	La même pour l'octave.
E	210	112''',0	47''',3
F✱	$192\frac{1}{2}$	102, 6	42, 2
G	180	94, 6	38, 3
A	157	78, 4	31, 0
H	143	71, 3	28, 0
C✱	130	63, 3	23, 0
D	120	56, 6	20, 2

XIX.

Si le tuyau pouvoit être regardé comme un tuyau simple bouché par un bout, les nombres de la quatrieme colonne seroient la moitié de ceux de la troisieme. On voit qu'il s'en faut de beaucoup. La raison en doit être cherchée dans l'embouchure & dans l'application des levres. L'embouchure peut être regardée comme un petit tuyau, & ce petit tuyau rend le ton plus grave, de sorte que la longueur d'un tuyau cylindrique vraiment simple en doit être d'autant plus grande. Nous avons vu ci-dessus (§. V.) que cette longueur est (Fig. 1)

$$AB + BC + eC = AB + nn . BC.$$

Or dans notre tuyau je trouve $nn = 4$, $BC = 2''', 25$, c'est à dire égale à l'épaisseur du bois de la flûte. Cela donne

$$AB + 2''', 25 + eC = AB + 9'''.$$

AB dénote un nombre quelconque de la Table précédente. Pour avoir donc la longueur d'un tuyau vraiment simple, qui rende le même ton, ces nombres doivent être augmentés de 9 lignes. Ce n'est pas cependant que par-là les nombres de la troisieme colonne augmentés de 9''' deviennent doubles de ceux de la quatrieme colonne. Il faut encore tenir compte de l'application des levres, par laquelle l'embouchure est considérablement rétrécie. En effet on trouve que les nombres de la troisieme colonne ne sont le double de ceux de la quatrieme colonne que lorsque tous ces nom-

bres sont augmentés environ de 17‴. Ajoûtant ces 17‴, ces nombres deviennent

E	129, 0	64, 3
F✻	119, 6	59, 2
G	111, 6	55, 3
A	95, 4	48, 0
H	88, 3	45, 0
C✻	80, 3	40, 0
D	73, 6	37, 2

où le rapport de 2 à 1 a lieu à quelques petites différences près. On voit donc que l'application des levres rétrécit l'embouchure environ de la moitié.

XX.

Pour m'en assurer encore d'une autre maniere je pris un petit tuyau, par lequel je soufflai obliquement contre l'embouchure *M*, en sorte que les tons avoient & le plus de force & le plus de clarté. En faisant entrer le piston jusqu'aux points où le tuyau rendoit les mêmes tons que dans l'expérience précédente, je trouvai que la longueur intérieure du tuyau en devint environ de 5 lignes plus grande. Ces 5 lignes étant ajoûtées aux 9 lignes que donnoit le calcul précédent, font 14 lignes, au lieu de 17. La différence n'est donc que de 3 lignes, & fait voir que moyennant ce petit tuyau l'embouchure est moins rétrécie que par l'application des levres, mais que néanmoins le rétrécissement n'en est pas entierement réduit à zéro. Aussi n'est-ce pas dans toute la circonférence de l'embouchure que se forment les vibrations des particules de l'air dont le son dépend, de sorte qu'au lieu de toute l'embouchure, ce n'est qu'un de ses segmens qu'il faut mettre en ligne de compte.

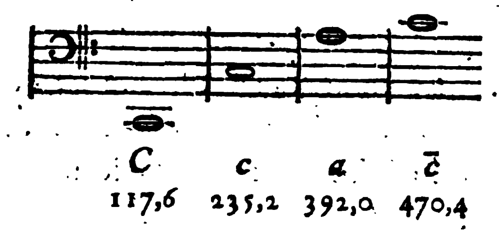
XXI.

Il reste encore un autre moyen; c'est de comparer le tuyau avec une corde vibrante relativement au nombre des vibrations. Mrs. *Euler* & *Bernoulli* ont fait ces sortes de comparaisons. Le premier trouva qu'une corde de 151 lignes du pié de Rhin, pesant $6\frac{1}{5}$ grains, étant tendue par

un poids de 46080 grains, rendoit le ton *a*. Cette corde fit 392 vibrations par seconde. C'est ce qu'on trouve moyennant la formule

$$N = \sqrt{\left(\frac{2Pg}{M\lambda}\right)}$$

où *P* est le poids tendant, *M* celui de la corde ou pour mieux dire de sa partie vibrante, λ la longueur de cette corde, *g* la hauteur de la chûte des corps dans la premiere seconde $= 15\frac{5}{8}$ piés $= 2250$ lignes du pié de Rhin, *N* le nombre des vibrations. Augmentant ce nombre de 392 vibrations de sa cinquieme partie, on aura 470, 4 vibrations pour la tierce mineure qui est $\bar{c}$. La moitié 235, 2 sera pour le ton *c*, & le quart 117, 6 pour le ton *C*, de sorte que



Mr. *Bernoulli* prend pour le ton *C* 116 vibrations, ce qui ne differe pas beaucoup des 117, 6 que donne l'expérience de Mr. *Euler*. Mais comme ces tons pourront ne pas répondre exactement à ceux de ma flûte, cela m'a engagé à la comparer immédiatement aux cordes vibrantes.

XXII.

Je pris une corde de cuivre jaune, de la longueur de $26\frac{1}{4}$ pouces du pié de Rhin. Elle pesoit $10\frac{1}{5}$ grains poids de Berlin. Ayant tendu une portion de cette corde par un poids de $7\frac{9}{16}$ livres ou 58080 grains, je trouvai que pour qu'elle rendît le ton $\bar{a}$ de ma flûte, l'éloignement des deux chevalets sur lesquels la corde étoit tendue dans une position presque verticale, étoit de $108\frac{2}{3}$ lignes. Par-là je trouvai que la partie vibrante de cette corde pesoit 3,487 grains. Faisant donc $M = 3{,}487$, $P = 58080$, $\lambda = 108\frac{2}{3}$, $g = 2250$, on trouve $N = 830{,}5$ pour le ton $\bar{a}$. D'où suit

$\frac{6}{5}N = 996,6$ pour le ton $\bar{\bar{c}}$

$\frac{3}{5}N = 498,3$ pour le ton $\bar{c}$

$\frac{3}{10}N = 249,2$ pour le ton c

$\frac{3}{20}N = 124,6$ pour le ton C

de sorte qu'au lieu de 117,6 ou de 116 vibrations, je trouvai 124,6; ce ce qui fait que les tons de ma flûte sont plus aigus d'environ un demi-ton, que ceux des instrumens qui ont servi de terme de comparaison dans les expériences de Mrs. *Euler* & *Bernoulli*.

XXIII.

Ces sortes de différences se rencontrent fréquemment dans les instrumens faits en différens pays & par différens artistes. Aussi n'est-ce pas ce qui doit nous arrêter. La plus grande difficulté est de comparer les résultats de la théorie des cordes vibrantes avec celle des tuyaux resonnans. Cette derniere théorie a été assez mal appliquée lorsqu'il s'agissoit de la faire servir à déterminer la vitesse du son. C'est ce que j'ai fait voir autre part. On l'a appliquée tout aussi mal à la détermination du nombre des vibrations des particules d'air. L'une & l'autre application doit être corrigée de la même maniere. Cette correction se trouve sans peine pour le nombre des vibrations des particules d'air par seconde. *Ce nombre se trouve en divisant la vitesse du son par la longueur du tuyau.* Et réciproquement *on trouve la longueur du tuyau en divisant la vitesse du son par le nombre des vibrations.*

XXIV.

Je prendrai donc la vitesse du son telle que l'expérience la donne, savoir d'environ 1050 piés de Paris ou 1087 piés de Rhin. Prenant de plus pour le ton $\bar{a}$ de ma flûte les $830\frac{1}{2}$ vibrations que m'a donnés l'expérience, je trouve la longueur répondante d'un tuyau simple ouvert par les deux bouts

$$= \frac{1087}{830,5} = 1,309 \text{ piés} = 188,5 \text{ lignes}.$$

Cette longueur varie tout comme la vitesse du son, de sorte qu'il ne faut regarder cette évaluation que comme un terme moyen, la vitesse du son

pouvant être & plus & moins grande que de 1087 piés de Rhin par seconde.

XXV.

La longueur de 188,5 lignes, qui répond au ton $\bar{a}$ de ma flûte, étant diminuée de sa quatrieme partie, donne la longueur 141,4 répondante au ton $\bar{d}$, & on aura en doublant ce nombre la longueur 282,8 lignes pour le ton *d*, qui est le ton le plus grave de ma flûte. La longueur intérieure de ma flûte n'est que de 275,0 lignes. La différence provient tant de l'embouchure que de la diminution de sa largeur intérieure.

XXVI.

Retenant la longueur de 188,5 lignes pour le ton $\bar{a}$ de ma flûte, la moitié de cette longueur 94,3 est pour un tuyau bouché par un bout. Or les expériences rapportées ci-dessus (§. XVIII.) donnent, moyennant la réduction indiquée (§. XIX.) pour ce même ton, la longueur d'un tuyau vraiment simple & bouché par un bout, = 95,4 lignes. Ce qui supposeroit la vitesse du son d'une $\frac{1}{87}$ partie plus petite que celle que j'ai mise pour base. Voilà donc tout ce que cette comparaison des tuyaux & des cordes vibrantes a pu nous apprendre.

XXVII.

Je m'en suis donc tenu aux 17 lignes trouvées au §. XIX. & j'ai numéroté les parties marquées sur le piston *DE* en sorte que les nombres de l'échelle supérieure se trouvent de ces 17 parties plus reculés que ceux de l'échelle inférieure. De cette maniere l'échelle supérieure marque la longueur d'un tuyau vraiment simple bouché par un bout & rendant les mêmes sons que le tuyau *AC*, qui à cause de l'embouchure *M* cesse d'être simple.

XXVIII.

En retirant le bouchon *B* & le piston *DE*, le tuyau tout seul fournira encore quelques expériences. D'abord on comprend sans peine qu'en fermant l'embouchure *M* on a un tuyau simple ouvert par les deux bouts. En enflant ce tuyau par l'un de ces deux bouts & d'un peu loin on n'entend qu'un son sourd, mais qui néanmoins peut très bien être comparé avec le monochorde. J'ai trouvé qu'il répond à 122 ou 124 de ses parties, de

ſorte que ce ſon paroit être tant ſoit peu plus grave que le ſecond *d* de la flûte (§. XVIII). Or en écartant des nombres du §. XIX. les petites irrégularités qui s'y trouvent, ce ton *d* pour un tuyau fermé par un bout ſuppoſe une longueur de 72 lignes, de ſorte que la longueur d'un tuyau ouvert par les deux bouts doit être de 144 lignes. Or c'eſt préciſément la longueur du tuyau *AC*. Ce tuyau ouvert par les deux bouts doit donc rendre le ſecond *d* de la flûte. L'expérience donne un ton tant ſoit peu plus grave, probablement parce qu'en l'enflant même d'un peu loin il reſte une partie de l'ouverture, qui ne contribue en rien à l'enflement.

XXIX.

En fermant l'embouchure *M* & l'un des des deux bouts du tuyau, & en l'enflant par l'autre bout, le ſon ſera encore ſourd. J'ai trouvé qu'il répond à environ 242 parties du monochorde, ce qui revient à très peu près au *d* le plus grave de la flûte, ou à l'octave du ton de l'expérience précédente.

XXX.

Laiſſant les deux bouts du tuyau ouverts & enflant le tuyau par l'embouchure *M* de maniere qu'on en tire un ſon clair & fort, j'ai trouvé que ce ton répond à 112 ou 113 parties du monochorde. En l'enflant avec plus de force, le ton répondit à environ 57 parties. Et en augmentant encore la force, mais en rétréciſſant l'embouchure, le ton répondit à environ 40 parties. Or comme 120 parties du monochorde répondent à un tuyau de 144 lignes ouvert par les deux bouts, l'un & l'autre rendant le ſecond *d* de la flûte, on n'aura qu'à augmenter les parties du monochorde d'une cinquieme partie ou dans le rapport de 5 à 6, pour avoir en lignes du pié de Rhin la longueur répondante des tuyaux ſimples ouverts par les deux bouts & rendant les mêmes tons. Ainſi les nombres 113, 57, 40, que cette expérience donne, étant augmentés d'une cinquieme partie, donnent 135,6; 68,4; 48 lignes pour la longueur des tuyaux ſimples qui rendent les mêmes tons. En conſidérant cette expérience & ces nombres de plus près il ſemble que l'onde ſonore ne s'étendoit que depuis l'ouverture *C* juſqu'à l'embouchure *M*. Cette longueur eſt de 119 lignes. Ajoûtant à

ces 119 les 17 lignes que demande le petit tuyau formé par l'embouchure (§. XIX), la somme = 136 lignes est la longueur d'un tuyau simple qui rend le même son. L'expérience donne 135,6 lignes, ce qui ne differe presque point. Prenant la moitié des 136 lignes, elle est = 68 lignes pour le second ton ou l'octave. L'expérience donna 68,4, ce qui encore fait une très petite différence. Ainsi les deux premiers tons que donna cette expérience s'expliquent très bien par la supposition que l'onde ne s'étendoit que jusqu'à l'embouchure. Quant au troisieme ton il ne se trouva pas être l'octave de la quinte du premier ton, ni la quinte du second. La raison en est que l'embouchure devoit être très considérablement rétrécie. Cela fait qu'au lieu d'ajoûter 17 lignes aux 119, il faut ajoûter 25. La somme sera 144, dont le tiers donne 48, ce qui répond à l'expérience; ou pour mieux dire c'est l'expérience qui exige qu'au lieu de 17 on ajoûte 25. Car comme il n'y a gueres moyen d'évaluer le rétrécissement de l'embouchure qui dépend de l'application des levres, par des observations immédiates, il ne reste d'autre moyen que de l'évaluer par les effets. Et à cet égard il suffit de savoir que cette embouchure doit être regardée comme un petit tuyau, qui rend le son d'autant plus grave qu'il a moins d'amplitude. C'est ce que la formule du §. V. demande, comme nous l'avons vu au §. XIX.

XXXI.

Le tuyau étant fermé par les deux bouts & enflé par l'embouchure rendit les sons répondans à 228; 85; 57 parties du monochorde. Prenant de ces nombres les $\frac{3}{5}$ parties on aura 136,8; 51,0; 34,2 pour la longueur des tuyaux simples bouchés par un bout & rendans les mêmes tons. Le premier de ces nombres 136,8 revient aux 136 que donne le premier ton de l'expérience du §. précédent. Il faudra donc également en inférer que l'onde ne s'étendit que jusqu'à l'embouchure. Mais il n'en est pas de même des deux autres tons, où la force avec laquelle le tuyau devoit être enflé pouvoit très bien pousser l'onde jusqu'au bout fermé *A*. En effet ajoûtant à la longueur entiere du tuyau = 144 les 17 lignes que demande l'embouchure & son rétrécissement (§. XIX), on aura 161, dont

le tiers eſt $53\frac{2}{3}$, & la cinquieme partie $32\frac{1}{5}$. On voit que ces deux quotiens different très peu des nombres 51,0 & 34,2 que donne l'expérience. Et cela ſuffit, parce qu'en appliquant les levres à l'embouchure pour tirer du tuyau un ſon clair & fort, il n'y a gueres moyen de le faire en ſorte que l'embouchure puiſſe toujours être conſidérée comme un petit tuyau ayant toujours les mêmes dimenſions. Ce que je puis dire, c'eſt que dans cette expérience l'application des levres m'a paru ſenſiblement la même pour tous les trois tons. Il n'en étoit pas ainſi dans l'expérience précédente.

XXXII.

Ce changement de l'application des levres n'a ſouvent d'autre effet que de hauſſer ou de baiſſer le ton, de ſorte qu'il reſte également clair & également fort. Mais il y a bien des cas où le ſon devient entierement ſourd pour peu qu'on change l'application des levres, & où par conſéquent cette application demande un degré bien déterminé. Cela arrive encore dans l'expérience que voici. En fermant de la main le bout *C*, & en enflant le tuyau par l'embouchure *M*, le bout *A* reſtant ouvert, j'en tirai trois tons qui répondoient à 212; 73; 46 parties du monochorde, & qui par conſéquent répondent à des tuyaux ſimples fermés par un bout, dont la longueur eſt de 127,2; 43,8; 27,6 lignes. Quant au premier de ces tons je ne pouvois le tirer du tuyau qu'en laiſſant l'embouchure fort ouverte & qu'en preſſant le bout du tuyau *C* fortement contre la paume de la main, ce qui dans beaucoup d'autres cas n'eſt pas ſi néceſſaire, & ne l'étoit pas même dans cette expérience à l'égard des deux autres tons. L'onde dans cette expérience ne s'étendit que depuis le bout fermé *C* jusqu'à l'embouchure *M*. Car un tuyau ſimple fermé par un bout & rendant le même ton, doit néceſſairement être plus long que ne l'eſt l'onde formée dans le tuyau *AC* enflé par l'embouchure *M*, & fermé par le bout *C*. Or le premier ton ne ſuppoſe pour le tuyau ſimple qu'une longueur de 127,2 lignes telle que l'expérience la donne. Or 127,2 lignes ſont une longueur moindre que celle du tuyau entier *AC*. Donc l'onde ne pouvoit pas s'étendre juſqu'en *A*. Or en ſuppoſant qu'elle s'étendoit jusqu'en *M*, ſa longueur n'eſt que de 119 lignes. Souſtrayant ces 119

de

de 127,2 lignes, le reste est = 8,2 lignes, au lieu des 17 lignes que demanderoit une ouverture plus étroite de l'embouchure *M*. Cela répond à l'expérience, parce qu'en effet pour tirer du tuyau ce ton il falloit laisser l'ouverture *M* beaucoup plus grande que dans la plûpart des autres cas. Quant au second ton, qui répond à un tuyau simple de la longueur de 43,8 lignes, en triplant cette longueur elle devient = 131,4 lignes, dont soustrayant 119 lignes le reste est = 12,4, ce qui approche d'avantage des 17 lignes que donnoient les expériences rapportées ci-dessus (§. XVIII). Enfin quant au troisieme son, en multipliant la longueur répondante du tuyau simple = 27,6 lignes par 5, on obtient 138 lignes, dont soustrayant 119, il reste 19 lignes, au lieu de 17, ce qui fait voir que l'ouverture *M* étoit plus rétrécie qu'à l'ordinaire.

XXXIII.

En fermant le tuyau de la main par le bout *A*, l'autre bout *C* restant ouvert, & en l'enflant par l'embouchure *M*, j'en tirai deux tons qui répondoient à 123 & 70 parties du monochorde. Ces nombres étant augmentés dans le rapport de 5 à 6, donnent 147,6 & 84 lignes pour la longueur des tuyaux simples ouverts par les deux bouts & rendant les mêmes tons. Cette expérience est bien plus problématique que les précédentes. On voit que la longueur du tuyau simple qui rend le même ton que le premier des deux que je viens de rapporter, est = 147,6 lignes. Cette longueur ne surpasse la longueur entiere *AC* que de 3,6 lignes. Si donc l'onde s'étendoit depuis *C* jusqu'en *A*, cela supposeroit l'ouverture *M* beaucoup plus grande que ce qu'elle est en elle-même & indépendamment de l'application des levres. A cet égard donc l'onde ne sauroit s'étendre jusqu'en *A*. Si au contraire elle ne s'étendoit que jusqu'en *M*, la longueur *MC* n'étant que de 119 lignes, en la soustrayant de 147,6 on aura pour reste 28,6 lignes, ce qui supposeroit un rétrécissement de l'embouchure beaucoup plus grand qu'il n'a été en effet. Il faudra donc établir que l'onde se terminoit quelque part entre *M*, *A*. Il convient de remarquer que l'onde du côté *A* se termine par les plus grandes excursions, & ces excursions ne sauroient avoir lieu près du bout bouché *A*, à moins

qu'on n'admette que les particules sont réfléchies en *A*. Mais il y a plus d'apparence que près de *A* il se forme une petite onde fort courte & que le tuyau n'est pas enflé de telle sorte que cette onde puisse faire entendre quelque son. Ce son étant extrémement aigu demanderoit une ouverture *M* extrémement petite. Il y a une anomalie assez semblable par rapport au second ton. Ce ton répond à celui d'un tuyau simple ouvert par les deux bouts & long de 84 lignes. En doublant ce nombre on aura 168 lignes. Or en supposant même que par la force du souffle la double onde formée par ce ton fût poussée jusqu'en *A*, en soustrayant de ces 168 lignes la longueur entiere $AC = 144$ lignes, on aura pour reste 24 lignes pour l'allongement dû au rétrécissement de l'embouchure *M*. Mais je n'ai pas trouvé que le rétrécissement ait été si fort. Je dois dire encore que dans ce cas le changement d'embouchure ne fit pas fort varier le ton. Il semble donc que l'onde s'étendit jusqu'au dehors du bout ouvert *C*, en quoi je ne vois aucune impossibilité (§. I). Il faut toujours que les vibrations produites dans le tuyau se communiquent à l'air extérieur. Et quoique le son qui en résulte se répande à la ronde, on sait cependant que sa propagation se fait avec le plus de force le long de l'axe du tuyau. Or dans le cas présent c'est au bout ouvert *C* que les excursions sont les plus grandes; mais il n'est pas démontré que ce *maximum* doit se trouver exactement à l'ouverture *C*.

XXXIV.

En fermant le tuyau par le bout *A*, & l'enflant par le bout *C*, le trou *M* restant ouvert on n'en tire qu'un ton sourd, & ce ton répond à 111 parties du monochorde, ce qui suppose un tuyau simple ouvert par les deux bouts, dont la longueur est de 133, 2 lignes. Ce ton doit être le même que celui qu'on obtiendroit en enflant le tuyau par le trou *M* sans le rétrécir par l'application des levres, c'est à dire d'un peu loin. Aussi j'ai trouvé que la différence est très petite ou même nulle. Si donc l'onde ne s'étend que jusqu'en *M* ou un peu au delà, de sorte que sa longueur soit $= 119 + x$ lignes, en soustrayant cette longueur de celle du tuyau simple $= 133, 2$, le reste $= 14, 2 - x$ lignes est dû tant à l'em-

bouchure *M* considérée comme un petit tuyau, qu'à l'allongement de l'onde au delà de *M*. L'effet dû à l'embouchure *M* ne va gueres au delà de 9 lignes (§. XIX); on aura donc $x = 4'', 2$.

XXXV.

Enfin en fermant le bout *C*, & enflant le tuyau par l'autre bout *A*, le trou *M* restant ouvert, on obtient un ton sourd que j'ai trouvé répondre à 106 ou 107 parties du monochorde, quoiqu'avec l'incertitude si ce ton ne répondoit pas plutôt à 214 parties. Car il n'y avoit gueres moyen de démêler si c'étoit le ton ou son octave que le tuyau rendoit. Aussi ne peut-on gueres dire si le tuyau ouvert en *A* & en *M*, mais fermé en *C*, doit être regardé comme un tuyau ouvert par un bout ou par les deux bouts. Il faudra cependant se décider pour le premier de ces deux cas, le trou *M* étant de beaucoup trop éloigné du bout *C*. Les 214 parties répondent à un tuyau simple fermé par un bout, dont la longueur est de 128,4 lignes. Cela fait voir que quoiqu'on enfle le tuyau par le bout *A*, l'onde cependant ne commence qu'en *M*, & que l'effet doit être le même que lorsqu'on enfle le tuyau par *M* sans rétrécir cette ouverture. Or la distance *MC* étant = 119 lignes, on voit qu'en ajoûtant les 9 lignes dues au petit tuyau représenté par l'ouverture *M*, on aura 128 lignes pour la longueur du tuyau simple fermé par un bout & rendant le même ton. L'expérience donne 128,4 lignes, ce qui differe très peu.

XXXVI.

Les expériences que je viens de rapporter depuis le §. XXVIII jusqu'ici comprennent toutes les variations qu'admettent les trois ouvertures *A*, *M*, *C*, entant qu'on peut les laisser ouvertes, ou en fermer une ou deux, & les enfler par une ouverture quelconque qu'on n'aura pas fermée. Dans la plupart de ces expériences le rétrécissement de l'ouverture *M* suffit pour en rendre raison. Il n'y en a que deux où il semble qu'il faut avoir recours à l'allongement de l'onde au delà du trou *M* ou au delà de l'ouverture *C*. Et si les nombres calculés ne répondent pas à toute rigueur aux nombres que donnent les expériences, les différences sont si petites qu'on a plutôt lieu d'être surpris de ce qu'elles ne sont pas beaucoup plus grandes.

Car il y a des cas où en couvrant de plus en plus l'embouchure *M* des levres, on peut rendre le ton plus grave d'une tierce majeure ou même d'une quarte. Mais comme ces tons ne sont pas également clairs, j'ai déjà remarqué ci-dessus que la clarté & la force du son doivent décider de la maniere dont il faut appliquer les levres. Mais on comprend sans peine que dès qu'il s'agit de le faire au point de ne pas manquer d'un *comma*, c'est pousser l'exactitude au delà de ce qu'on peut raisonnablement attendre. On comprend aussi d'où vient qu'encore que les flûtes soient faites sans une théorie bien exacte, un habile joueur de flûte peut par un simple changement de l'embouchure en modifier les tons tout aussi exactement que peut le faire un chantre bien exercé. Mais une bonne théorie aidera toujours à construire les flûtes de telle sorte que ce changement ne soit nécessaire que tout au plus en passant d'une octave à l'autre.

XXXVII.

Le tuyau *ABC* nous offre encore une autre expérience, qui regarde la distance du bouchon *B* de l'embouchure *M*. La Figure représente ce bouchon comme il étoit dans les expériences du §. XVIII. Je l'ai reculé de 12 lignes de plus, afin de voir quels seroient les tons répondans aux différens raccourcissemens du tuyau, qu'on obtient en faisant entrer le piston *DE* de plus en plus. Voici le résultat.

Parties du monochorde.	longueur intér. du tuyau.	la même pour l'octave.
218	125‴	56‴
200	115	51
$182\frac{1}{2}$	105	45 —
$168\frac{1}{2}$	95	42 —
152	85	36
137	75	$30\frac{1}{2}$
128	67	$26\frac{1}{2}$

Or afin que les longueurs pour l'octave soient la moitié de celles pour les tons, il faudra les augmenter toutes d'environ 13 lignes. Mais au lieu de 13 lignes nous avons trouvé ci-dessus 17 (§. XIX). Je laisserai indécis si la différence de 4 lignes, qui est celle de 13 à 17, doit être attribuée à ce

que l'embouchure *M* dans l'expérience présente étoit moins couverte par les levres, ou si l'onde ne s'étendoit pas tout à fait jusqu'au bouchon *B*, mais qu'il y manquât 4 lignes. L'un & l'autre cas est également possible. Il est même assez vraisemblable qu'ils ont eu lieu tout à la fois. L'onde près de l'embouchure *M* paroit se diviser en deux branches, dont l'une monte par le trou *M* comme par un petit tuyau, & dont l'autre s'étend vers le bouchon *B*, & il n'est pas nécessaire qu'elle s'étende entierement jusques-là. Elle peut rester de quelques lignes en arriere, & en ce cas il se formera entr'elle & le bouchon une petite onde, qui ne forme aucun son qu'on puisse entendre. Exceptons cependant le cas où cette petite onde s'étend depuis le bouchon *B* jusqu'à l'embouchure *M*. Ce cas a lieu lorsqu'on fait entrer le piston autant qu'il faut pour que l'embouchure *M* se trouve précisément au milieu entre le bouchon & le piston. Il est clair que dans ce cas le tuyau peut être considéré comme composé de deux autres ouverts par un bout. Les plus grandes excursions se feront dans l'embouchure, & les plus grandes densités seront aux extrémités près du bouchon & du piston. Je dois encore dire que dans cette expérience il étoit très difficile de trouver jusqu'à quel point il falloit faire entrer le piston pour que le tuyau enflé par l'embouchure *M* rendît un ton égal à celui du monochorde. En répétant l'expérience je trouvai des différences de plusieurs lignes, sans que j'en eusse pu attribuer la cause uniquement à la différence de l'application des levres, quoique du reste elle y influât beaucoup. Cette variabilité étoit plus grande à mesure que les tons étoient moins graves, ou bien à mesure que le piston étoit plus près de l'embouchure.

XXXVIII.

Je passe aux expériences faites avec la flûte. J'ai dit ci-dessus que la troisieme Figure la représente réduite à la moitié de sa grandeur. J'ai marqué aux jointures de ses différentes parties les diametres intérieurs en lignes du pié de Rhin & leurs parties décimales. Chaque partie est un conoïde tronqué. On voit que dans la premiere piece l'amplitude décroit assez peu, qu'elle décroit beaucoup plus dans la seconde piece, qu'ensuite elle diminue assez peu dans la troisieme, & qu'enfin dans la quatrieme elle va en augmen-

tant. J'ai encore marqué au dessus de chaque trou sa distance depuis le bouchon *B*. Au dessous de ces trous j'ai marqué les tons *d*, *d*×, *e*, *f*×, *g*, *a*, *h*, *c*×; qui sont ceux que la flûte rend lorsque les trous sont ouverts de suite. C'est à dire

les trous ouverts	donnent le ton & l'octave du ton
nul	*d*
e	*e*
e, *f*×	*f*×
e, *f*×, *g*	*g*
e, *f*×, *g*, *a*	*a*
e, *f*×, *g*, *a*, *h*	*h*
e, *f*×, *g*, *a*, *h*, *c*×	*c*×

A cet égard donc il semble que la flûte est faite le plus immédiatement pour le ton fondamental *d* dur. Car quant aux autres tons & demi-tons *f*, *g*×, *a*×, *c*, les trous ouverts ne se suivent pas immédiatement, & se suivent d'une autre maniere lorsqu'il s'agit des octaves.

XXXIX.

On peut laisser ces sept trous ouverts un à un, deux à deux, trois à trois &c. Cela donne 128 variations ou combinaisons différentes. Il y en a bien d'avantage si on veut les étendre aux cas où les trous ne sont ouverts qu'en partie. J'ai essayé la plus grande partie de ces combinaisons, afin de déterminer au moyen du monochorde la valeur des tons qu'elles donnent, & la longueur d'un tuyau simple ouvert par un bout qui rend le même ton. Je désignerai par • les trous fermés, & par ○ les trous ouverts, de même que l'embouchure, & je placerai ces signes suivant l'ordre des trous.

I. Cas.

○ • • • • • • •

Ce cas est unique, les sept trous étant fermés tous ensemble. La flûte donne d'abord le ton *d*, le plus grave qu'elle puisse donner. Ce ton répond à

celui d'un tuyau simple bouché par un bout, dont la longueur est de 144 lignes, plus ou moins suivant la différente élasticité de l'air. Je m'en tiendrai aux 144 lignes, comme à un nombre rond & en même tems harmonique. En enflant la flûte successivement avec plus de force j'en tirai encore les tons 72, 48, 36, qui sont l'octave, la quinte de l'octave, & la double octave. Je ne puis dire que l'embouchure ait été également ouverte pour ces tons. Elle alla en diminuant. La flûte dans ce cas est un tuyau ouvert par les deux bouts, & l'embouchure tient lieu d'un petit tuyau, dont l'effet est le même que si la flûte étoit allongée de 17 & même de plus de lignes, lorsque l'embouchure est rétrécie d'avantage. A cet égard il reste ordinairement une incertitude de quelques lignes de plus & de moins. Or quant au ton 144, les excursions sont les plus grandes à l'embouchure & à l'extrémité de la flûte, & la plus grande densité se trouve vers le milieu aux environs du trou cx. Depuis l'embouchure jusques vers ce point de la plus grande densité l'amplitude intérieure va en décroissant. Cela rend la longueur de cette partie de la flûte plus grande que si elle étoit cylindrique. Au contraire depuis l'extrémité *C* jusques vers le point de la plus grande densité, l'amplitude décroissant d'abord un peu s'agrandit ensuite assez considérablement. Cela rend cette partie de la flûte moins longue que si elle étoit cylindrique. Il y a là à très peu près une compensation, de sorte que la longueur entiere de la flûte reste à peu près la même que si elle étoit cylindrique. Cette longueur depuis *B* jusqu'en *C* est de 275 lignes. Il faudra en rabattre quelques lignes, parce que les plus grandes excursions tombent entre *B* & *M* (§. XXXIII); ensuite il faut ajoûter environ 17 lignes à cause du rétrécissement de l'embouchure. Par là la longueur d'un tuyau simple ouvert par les deux bouts & rendant le même ton, sera à très peu près de 288 lignes, c'est à dire le double de la longueur = 144 lignes, qui répond au même ton *d*, lorsque le tuyau n'est ouvert que par un bout.

XL.

Le second cas est celui où on laisse un trou ouvert, ce qui peut se faire de 7 manieres, comme il suit.

1	○	●	●	●	●	●	●	○	136, 68, 45
2	○	●	●	●	●	●	○	●	128, 64, 43, 25
3	○	●	●	●	●	○	●	●	120, 60, 30
4	○	●	●	●	○	●	●	●	111, 59, 37
7	○	●	●	○	●	●	●	●	99, 46
8	○	●	○	●	●	●	●	●	90, 44, 29
9	○	○	●	●	●	●	●	●	72, 36

Les nombres à la fin de chacune de ces lignes marquent les tons que j'ai pu tirer de la flûte en l'enflant par l'embouchure *M* avec différens degrés de force, ou bien ces nombres indiquent la longueur d'un tuyau simple ouvert par un bout & rendant le même ton. Le premier nombre de chaque ligne étant posé $= N$, les nombres suivans semblent devoir être $\frac{1}{2}N$, $\frac{1}{3}N$, $\frac{1}{4}N$, $\frac{1}{5}N$ &c. du moins à très peu près. Cela n'a pas généralement lieu. Par exemple dans la seconde ligne il manque le nombre $\frac{1}{4}N = 32$, qui est la double octave du ton *e* indiqué par $N = 128$. Dans la quatrieme ligne le ton 59 est plus grave que l'octave du ton $N = 111$, & ne se produit qu'avec peine & fort foiblement.

XLI.

Dans tous ces 7 cas particuliers le trou qu'on laisse ouvert doit être considéré comme un petit tuyau, de même que l'embouchure *M*. L'effet de l'un & de l'autre est, que le tuyau simple qui rend le même ton, en devient plus long à mesure que l'ouverture du trou est moins grande. Ensuite si d'un côté les plus grandes excursions tombent entre l'embouchure *M* & le bouchon *B*, elles tomberont tout de même de l'autre côté un peu au delà du trou qu'on laisse ouvert. On ne peut gueres évaluer tout cela que par les effets. Quant au trou *dx*, lorsqu'il est ouvert, le ton le plus grave est $= 136$. En doublant ce nombre on a 272 lignes. Or la distance depuis *B* jusqu'à ce trou est $= 246$ lignes. Cela donne un allongement $= 272 - 246 = 26$ lignes. De ces 26 lignes il y en

en a environ 17 qui sont dues à l'embouchure, & il en reste encore 9 qui sont dues tant au trou *d*✱ qu'à ce que l'onde ne s'étend pas entierement jusqu'en *B* & qu'elle va au delà du trou *d*✱.

En laissant le trou *e* ouvert, le ton le plus grave est = 128, & en doublant ce nombre on a 256 lignes. Or la distance de ce trou depuis le bouchon *B* est = 220 lignes. Ce qui donne un allongement de 36 lignes, plus grand de 10 lignes que celui que nous venons de trouver pour le trou *d*✱. En calculant de la même maniere les allongemens dus aux autres trous on les trouve

pour le trou	*d*✱ - - - -	26 lignes
	e - - - -	36
	f✱ - - - -	38
	g - - - -	37
	a - - - -	41
	h - - - -	40
	c✱ - - - -	22.

On voit par là que l'allongement de l'onde pour les 5 trous intermédiaires est considérablement plus grand que pour les trous *d*✱, *c*✱, qui sont les deux extrêmes. On peut remarquer à cet égard que le trou *c*✱ donne l'octave du ton *d*, qu'on tire de la flûte lorsque tous les trous sont fermés. Dans ce dernier cas il se forme deux ondes dans toute la longueur de la flûte, en sorte que les plus grandes excursions ont lieu non seulement en *M* & *C*, mais aussi quelque part vers le trou *c*✱. Comme pour le ton le plus grave *d* l'embouchure est le moins fermée, je poserai l'allongement qui lui est dû = 13 lignes. Ces 13 lignes étant ajoûtées à la longueur de la flûte *BC* = 275 lignes, on a la somme 288, qui désigne la longueur d'un tuyau simple ouvert par les deux bouts. La moitié 144 est pour l'octave. Or cette octave se tire de la flûte, soit qu'on l'enfle avec plus de force, soit qu'on ouvre le trou *c*✱. Or la distance *B c*✱ étant = 122 lignes, on ajoûtera environ 13 lignes pour l'allongement dû à l'embouchure;

on ajoûtera encore environ 9 lignes, parce que le trou *cx* produit l'effet d'un petit tuyau. Et la somme sera 122 + 13 + 9 = 144, ce qui répond au ton *d*, octave du ton *d*, qui est le ton le plus grave que la flûte puisse rendre. On auroit même dû ajoûter d'avantage; mais je ne l'ai pas fait, d'un côté parce que l'onde ne s'étend pas entierement jusqu'au bouchon, quoiqu'il ne puisse gueres s'en falloir au delà d'une ou de deux lignes; de l'autre côté parce que les allongemens 13 + 9 lignes ne sauroient être déterminés à toute rigueur. Il suffit de remarquer que ces allongemens ont entr'eux un rapport assez juste. Le trou *cx* est un peu plus petit que l'embouchure *M*. Mais cette embouchure est rétrécie par l'application des levres, tandis que le trou *cx* reste pleinement ouvert. Voilà donc comment j'ai cru pouvoir rendre raison de la petitesse de l'allongement dû au trou *cx*. Quant aux autres trous on ne sauroit établir qu'ils produisent dans la flûte une double onde. Celle qui s'y forme s'étend depuis le bouchon *B* ou environ jusqu'au trou qu'on laisse ouvert, & même un peu au delà. A la suite de cette onde il doit bien s'en former une autre; mais cette autre onde s'étend jusqu'au dehors du bout ouvert de la flûte *C*, comme si elle étoit en plein air. On sait que le son se propage avec le plus de force le long de l'axe du tuyau, c'est à dire dans la direction suivant laquelle les excursions se font dans le tuyau. J'observerai encore que ce n'est pas la grandeur absolue des trous, mais leur rapport à l'amplitude intérieure de la flûte près de chaque trou, qui entre en considération. Dans ma flûte les trous sont en grande partie de figure ovale, & décroissent comme l'amplitude de la flûte, quoique pas tout à fait dans le même rapport. Voici les dimensions en lignes du pié de Rhin & leurs parties décimales.

Trou.	Diametre intér. de la flûte.	Diametres extérieurs des trous.		Rapport des amplitudes *nn*	Epaisseur du bois.	Allongement.
M	9''',0	4''',1	3''',9	5, 1	2, 3	7, 8
C✱	7, 8	3, 2	3, 0	6, 3	2, 0	8, 4
h	7, 4	3, 0	3, 0	5, 9	2, 0	7, 9
a	7, 0	3, 0	3, 0	5, 4	2, 0	7, 2
g	6, 6	3, 0	3, 0	4, 8	2, 7	8, 6
f✱	6, 3	3, 0	3, 0	4, 4	2, 7	7, 9
e	6, 1	2, 8	2, 7	5, 0	2, 7	9, 0
d✱	6, 0	2, 9	2, 9	4, 3	2, 7	7, 7

Les diametres des trous sont ceux que les trous ont extérieurement. Ils s'élargissent en dedans, en sorte que l'amplitude intérieure est environ double de l'amplitude extérieure. Les nombres nn de la cinquieme colonne se trouvent en divisant les quarrés des diametres intérieurs de la flûte par le produit des deux diametres des trous. Entant qu'on veut prendre un terme moyen entre l'amplitude extérieure & intérieure des trous, il faudra diminuer les nombres nn environ d'un tiers, ou bien n'en prendre que les deux tiers. L'épaisseur du bois marquée dans la sixieme colonne exprime la longueur de l'axe de chaque tuyau. Multipliant cette longueur par les $\frac{2}{3}nn$, on aura l'allongement répondant d'un tuyau simple qui rend le même ton (§. V. XIX). Cet allongement est en général d'environ 8 lignes. Mais il devient plus grand à mesure que les trous sont moins ouverts, quoique du reste à l'égard des flûtes traversieres ce ne soit que l'embouchure *M* dont on fasse varier l'ouverture par la différente application des levres.

XLII.

Le troisieme cas général est celui où on laisse deux trous ouverts. Cela peut se faire de 21 manieres. Je les ai toutes examinées. En voici la liste.

1	○	○	○	●	●	●	●	●	80, 40, 27
2	○	○	●	○	●	●	●	●	80, 40
3	○	○	●	●	○	●	●	●	80, 36
4	○	○	●	●	●	○	●	●	81, 36
5	○	○	●	●	●	●	○	●	81½, 39, 25
6	○	○	●	●	●	●	●	○	86, 70, 41, 35
7	○	●	○	○	●	●	●	●	88, 44, 29
8	○	●	○	●	○	●	●	●	86, 43, 29
9	○	●	○	●	●	○	●	●	88, 42, 29
10	○	●	○	●	●	●	○	●	89, 44, 29
11	○	●	○	●	●	●	●	○	91, 43
12	○	●	●	○	○	●	●	●	98, 49, 33
13	○	●	●	○	●	○	●	●	97, 50, 29
14	○	●	●	○	●	●	○	●	97, 52, 43, 23
15	○	●	●	○	●	●	●	○	98, 46, 33
16	○	●	●	●	○	○	●	●	111, 56, 37
17	○	●	●	●	○	●	○	●	107, 63, 28
18	○	●	●	●	○	●	●	○	102, 56, 35
19	○	●	●	●	●	○	○	●	119, 59, 40
20	○	●	●	●	●	○	●	○	119½, 59, 41
21	○	●	●	●	●	●	○	○	127½, 64, 43

XLIII.

En comparant cette Table avec celle du §. XL, à l'égard des tons les plus graves, on trouvera ſans peine que des deux trous ouverts celui qui eſt plus éloigné de l'embouchure ne contribue que très peu à varier le ton. Il faut cependant en excepter le cas où les trous *cx*, *h* ſont ouverts. Le ton le plus grave que la flûte rend alors eſt = 80, tandis que ſi on ne laiſſe ou-

vert que le trou $c*$ le ton est $= 72$, & par conséquent plus aigu d'un ton entier. Cette singularité s'explique également, parce que dans ce dernier cas il se forme une double onde dans la flûte. Ce même trou $c*$ offre encore une autre singularité dans le cas où il est ouvert conjointement avec le trou $d*$. Car dans ce cas la flûte non seulement rend le ton 86 avec le ton 41 qui est, ou peu s'en faut, son octave, mais elle rend encore le ton 70 avec son octave 35. Ces deux derniers sont plus aigus que les deux premiers, & la différence est environ d'une tierce mineure. Les tons 70, 35 sont, ou peu s'en faut, les mêmes que ceux que donne le trou $c*$ lorsqu'il est ouvert tout seul, de sorte que dans ces cas le trou $d*$ n'entre que peu ou point du tout en ligne de compte, & qu'il se forme une double onde tout de même que lorsque le trou $d*$ est fermé. Il ne paroit pas en être de même par rapport aux tons 86, 41. Ces tons different de plus d'une octave. En doublant 86 on a 172, qui est la longueur d'un tuyau simple ouvert par les deux bouts & rendant le même ton. Or la distance $Bc*$ est $= 122$, & la distance $c*d* = 124$. Soustrayant ces nombres de 172 on aura les restes 50 & 48, qu'on pourroit regarder comme les allongemens dus aux trous. Or ces allongemens ne vont gueres au delà de $17 + 8 = 25$. Il resteroit donc 25 lignes de trop tant pour l'onde $Bc*$ que pour l'onde $c*d*$. Donc les deux ondes s'étendroient de 50 lignes au delà du trou $d*$. Or la distance $d*d$ n'est que de 29 lignes. Donc la seconde onde doit s'étendre en dehors de la flûte. Peut-être même n'y a-t-il qu'une seule onde qui se fasse entendre. Car les tons 86, 41 m'ont toujours paru avoir beaucoup moins de force, & la flûte ne les rendoit que lorsque je l'enflois avec moins de force & en rétrécissant l'embouchure un peu d'avantage. Je dis *un peu;* car il s'en faut de beaucoup qu'il eût fallu la rétrécir au point de faire baisser le ton d'une tierce mineure. J'ajoûterai encore que je n'ai jamais pu tirer de la flûte les deux tons 86, 70, ou les deux tons 70, 35 tout à la fois.

XLIV.

Il y a une autre singularité dans le cas où on laisse ouverts les trous *a*, *e*. La flûte rend alors les tons 97, 52, 43, 23. L'octave du ton 97 se-

roit $48\frac{1}{2}$; mais au lieu de ce ton la flûte en rend deux, qui sont 52 & 43, qui different entr'eux environ d'une tierce mineure. Ces deux tons ne peuvent être tirés de la flûte tout à la fois. Du moins je n'y ai jamais pu réussir. Il faut donc qu'encore dans ce cas les ondes puissent se former de deux manieres. Pour tirer de la flûte le ton 52 il faut l'enfler avec beaucoup moins de force que lorsqu'on en veut tirer le ton 43. Aussi ce dernier a-t-il plus de clarté & de force que l'autre.

XLV.

Quant aux autres cas, la liste fait voir que dans tous ceux où les trous ouverts se suivent immédiatement, les tons qu'on tire de la flûte en l'enflant avec différens degrés de force, suivent d'assez près les rapports $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$; mais qu'ils different d'avantage de ces rapports lorsque les deux trous ouverts sont plus éloignés l'un de l'autre. Il y a cependant des cas qu'il faut excepter, où ce rapport se soutient assez. Mais il y en a d'autres où il n'a pas lieu du tout. Tel est le 17me cas, qui donne les tons 107, 63, 28, au lieu de 107, $53\frac{1}{2}$, $35\frac{2}{3}$. Le ton 63, au lieu d'être l'octave de 107, n'en est que la sixieme majeure. Et le ton 28, au lieu d'être la quinte de l'octave de 107, en est la double octave.

XLVI.

Le quatrieme cas en général est celui où on laisse ouverts trois trous, ce qui peut se faire de 35 manieres. En faisant l'essai j'ai trouvé qu'il est assez indifférent de laisser le troisieme trou ouvert ou non. J'entends par ce troisieme trou celui qui d'entre les trois qu'on laisse ouverts, est le plus éloigné de l'embouchure *M*. Il en est de même lorsqu'on laisse ouverts 4, 5, 6 trous. Dans chaque cas particulier les deux trous qui entre ceux qu'on laisse ouverts sont les plus proches de l'embouchure, déterminent le ton de telle sorte que les trous suivans ne le font varier que très peu ou point du tout. Et s'ils produisent quelque petite différence, c'est qu'ils rendent le ton un peu plus aigu & quelquefois aussi plus clair. Je me dispenserai de rapporter ici tout le détail. On voit en général que l'onde s'étend un peu au delà du premier trou ouvert, & que les trous suivans achevent d'en déterminer la longueur & la raccourcissent, à l'exception du cas où on ne

laiſſe ouverts que les trous *c*✠, *h*; car alors le ton eſt beaucoup plus grave que lorſqu'on laiſſe ouvert le trou *c*✠ tout ſeul.

XLVII.

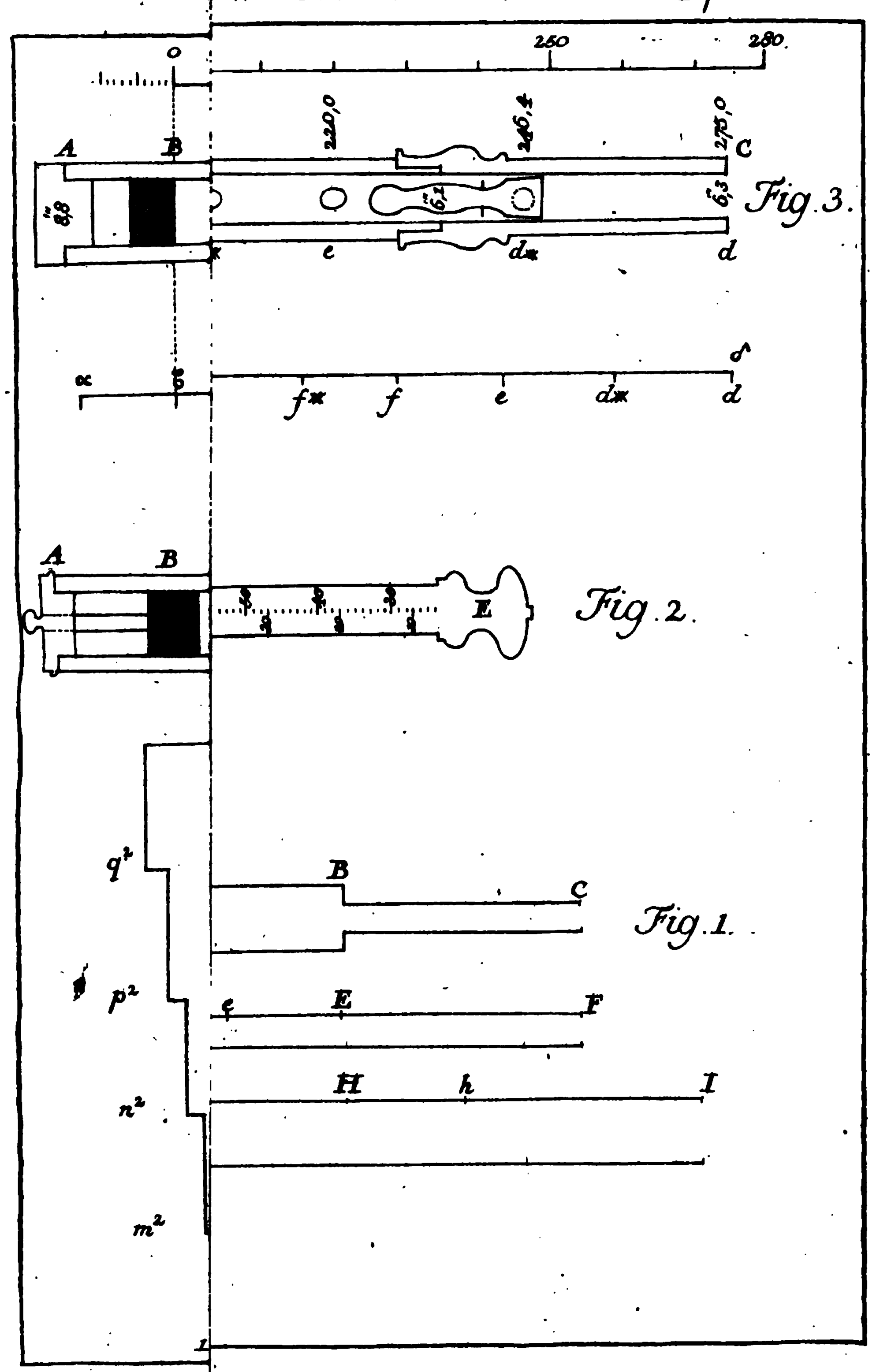
J'ai deſſiné au bas de la troiſieme Figure l'échelle *αϐδ*, afin d'y marquer la longueur des tuyaux ſimples ouverts par les deux bouts, qui rendent les douze demi-tons de la premiere octave. Cette longueur ſe compte depuis le point *α* juſqu'aux points où ſont marquées les lettres qui dénotent ces tons. Pour marquer ces points j'ai calculé les longueurs conformément au tempérament moyen. Voici comment. Je mets pour baſe que l'embouchure produit un allongement de 17 lignes, & que la plus grande excurſion eſt éloignée du bouchon *B* d'environ trois lignes. La différence $17 - 3 = 14$ lignes priſe ſur l'échelle qui eſt au haut de la Planche étant tranſportée de *ϐ* vers *α*, donne le commencement de l'échelle *αϐδ*. Et en faiſant $\alpha\delta = 288$ lignes, priſes ſur la même échelle, le point *δ* marquera l'autre bout d'un tuyau ſimple ouvert par les deux bouts, & rendant le ton *d*, qui eſt le plus grave de la flûte. Or les longueurs réponſdantes aux autres demi-tons, ſuivant le tempérament moyen, de même que leurs octaves, ſe déterminent d'après les nombres de la Table ſuivante.

Tons.	Tons.	I. Octaves.	II. Octaves.	III. Octaves.	IV. Octaves.	V. Octaves.
d	288,0000	144,0000	72,0000	36,0000	18,0000	9,0000
d✠	271,8359	135,9180	67,9590	33,9795	16,9894	8,4949
e	256,5788	128,2894	64,1447	32,0723	16,0361	8,0181
f	242,1782	121,0891	60,5445	30,2723	15,1311	7,5656
f✠	228,5857	114,2928	57,1464	28,5732	14,2866	7,1433
g	215,7562	107,8781	53,9395	26,9698	13,4849	6,7424
g✠	203,6468	101,8234	50,9117	25,4558	12,7279	6,3640
a	192,2170	96,1085	48,0542	24,0271	12,0135	6,0068
a✠	181,4286	90,7143	45,3571	22,6786	11,3393	5,6696
h	171,2058	85,6028	42,8014	21,4007	10,7003	5,3502
c	161,1635	80,5817	40,2908	20,1454	10,0727	5,0364
c✠	152,5627	76,2813	38,1406	19,0703	9,5351	4,7676
d	144,0000	72,0000	36,0000	18,0000	9,0000	4,5000

Si le tuyau eſt ſuppoſé bouché par un bout, ce ſeront les nombres de la troiſieme colonne qui en indiquent la longueur, & les nombres des colon-

nes suivantes en marqueront les octaves. C'est ce que j'observe ici, parce que dans les expériences précédentes j'ai presque toujours supposé des tuyaux simples fermés par un bout. Du reste j'ai fait usage du tempérament égal, parce que c'est le plus uniforme, & non parce que les tons de la flûte y répondent exactement. La variabilité qui dépend de l'embouchure, fait qu'il n'y a gueres moyen d'évaluer au juste les tons de la flûte. C'est aussi la grande raison pourquoi dans les expériences précédentes l'évaluation de la longueur des tuyaux simples laisse une incertitude d'une ou de deux lignes. Ainsi l'échelle *aδ* sert simplement pour voir en gros, de combien les trous marqués par *c**, *h*, *a* &c. (§. XXXVIII.) sont moins éloignés du bouchon *B*, que ne le sont les points répondans *c**, *h*, *a* &c. de l'échelle du point ϵ. J'avertirai encore que les trous *f**, *e*, & même encore le trou *d**, étant ouverts, le ton que la flûte rend est très sensiblement plus grave qu'il ne devroit être comparativement aux autres tons.

EXPÉ-



0
250
280
220,0
246,4
275,0
A
B
C
8,8
6,1
6,3
e
d
Fig. 3.
f
α
β
δ
A
B
E
Fig. 2.
q²
p²
n²
m²
B
C
Fig. 1.
e
E
F
H
h
I

EXPÉRIENCES ET REMARQUES
sur les moulins que l'eau meut par en bas dans une direction horisontale.

PAR MR. LAMBERT.

I.

Parmi les machines qui sont mues par l'eau il n'y en a gueres de plus nombreuses que les moulins. Cependant on n'a encore que très peu d'expériences faites dans le dessein d'en examiner la théorie & de la rendre plus complette & en partie aussi plus exacte qu'elle n'a été jusqu'à présent. Mr. *Bélidor* s'est donné à cet égard quelque peine. Il donne tout le détail des mesures d'un moulin qu'il y a à *la Fere*, il y applique le calcul & le pousse au point de déterminer quel est le poids qu'on peut supposer égal à la résistance tant de la meule tournante que du broiement du blé. Cette expérience est isolée. Car quoique Mr. *Bélidor* dise avoir examiné plusieurs autres moulins, il n'en donne aucun détail, & il y a grande apparence que ces moulins différoient fort peu entr'eux. Ses calculs sont fondés sur des principes dont l'application aux moulins peut être contestée. J'ai vu sans peine que cela demandoit encore beaucoup d'expériences, qu'il falloit varier ces expériences pour un même moulin, & les répéter pour d'autres moulins d'une structure plus ou moins différente. C'est pour cela que je n'attendois que des occasions favorables.

II.

Mr. *Siebike*, fils de l'Inspecteur des moulins, très versé dans la théorie de Mr. *Bélidor*, me fournit la premiere de ces occasions. Le moulin royal confié à ses soins est arrangé de maniere qu'en laissant à l'ajutoir constamment la même ouverture on peut hausser & baisser la roue que l'eau fait aller par dessous, en sorte que les aubes s'y enfoncent d'autant de pouces & de lignes

qu'on voudra. Je priai donc Mr. *Siebike* de faire hausser la roue de deux en deux pouces, pour que l'eau eût successivement moins de prise sur les aubes, & que le mouvement de la roue fût de plus en plus rallenti. Dans chacune de ces expériences on laissa à la roue le tems de parvenir à l'état de permanence, & on compta le nombre des secondes requises pour chaque tour de la roue & même pour un assez grand nombre de tours successifs. Mr. *Guillaume*, Professeur d'Artillerie, m'aida dans ces expériences en comptant les secondes de tems, pendant que je les marquois sur mes tablettes. On comprend sans peine que ces expériences avoient pour but de comparer la force de l'eau avec la vitesse qu'elle communiquoit à la roue & par conséquent aux deux meules qu'elle fait tourner, & quelle loi il peut y avoir entre les différens degrés de force & de vitesse.

III.

Ces expériences se firent le 2 Février 1775 après midi. Le tems étoit beau & les eaux fort hautes. Mais avant que d'en rapporter le détail, il convient de donner les mesures néceffaires, pour en déduire ensuite les conséquences. Je donnerai ces mesures comme je les ai reçues de Mr. *Siebike*, c'est à dire en piés de Rhin.

1. La vitesse de la surface de l'eau sous la roue est due à la hauteur de 3 piés 2 pouces 6 lignes. Cette vitesse est donc = 14,1605 piés de Rhin.
2. Le diametre extérieur de la roue est de 15 piés.
3. Les aubes ont 1 pié de largeur & $8\frac{1}{3}$ piés de longueur.
4. Sur la flèche de la roue est fixée une roue qui a 60 dents; elle engrene de chaque côté dans un tambour qui porte 8 fuseaux.
5. Sur la fléche ou l'axe de chacun de ces tambours est fixée une roue en couteau de 60 dents, qui engrene dans le tourillon de la meule. Ce tourillon a 8 dents.
6. Moyennant ce rouage la meule tourne 25 fois pendant que la roue à eau fait deux tours.
7. Le diametre de la meule tournante est de 3 piés 8 p. ou de 44 pouces. Elle a 15 pouces de hauteur & pese 1650 livres, de sorte que le poids

des deux meules tournantes est de 3300 livres. Les meules dormantes n'ont point été mesurées, parce qu'il importe peu d'en connoître la hauteur & le poids.

8. Le canal, de même que l'ajutoir, a une largeur plus que double de celle de la roue, & l'eau au dessous de la roue a plus de deux piés de profondeur, parce que l'eau, après avoir passé au dessous & à côté de la roue, est encore destinée à mettre en mouvement trois autres roues.

IV.

Voici maintenant les expériences faites le 2 Février 1775.

Tours de la roue.	Expériences.		1	2	3	4	5	6	
	Enfoncement des aubes.		12	10	8	6	4	3	pouces.
1		Nombres de secondes de tems observés.	4½	6	7	10½	29½	84	
2			9½	11½	14	21	58	224	
3			14	17	20½	32	87½	325	
4			19½	22	27½	43	118½	412	
5			25	28	34½	54	147½	&c.	
6			30	33½	43	66	179½		
7			35½	39	50	78	210½		
8			40	45	56½	89	241½		
9			46	50½	63½	100	&c.		
10			51	56½	70½	111			
11			56	62	78	123			
12			61	68	85	&c.			
13			66	74	91				
14			71	80	98				
15			76	85½	106½				
16			81	91	114				
17			86	97	121				
18			&c.	103	128½				
19				108	135½				
20				114	141				
21				119½	148½				
22				125	156½				
&c.				&c.	&c.				
	Tems pour un tour.		5″, 06	5″, 68	7″, 11	11″, 17	29″, 83	103″ ±	

V.

Les nombres des ſecondes marqués dans cette Table croiſſent aſſez régulierement dans chaque expérience à l'exception de la derniere, où les aubes n'étoient dans l'eau qu'à la profondeur de 3 pouces. Auſſi il s'en falloit peu que cette profondeur ne fût inſuffiſante pour mettre la roue en mouvement. La roue s'arrêtoit même quelquefois pendant pluſieurs ſecondes, probablement par quelque cauſe accidentelle, & lorſqu'elle recommençoit à ſe mouvoir, c'étoit comme ſi cela ſe faiſoit par quelque choc, & même en continuant ſon mouvement elle avoit une viteſſe fort variable, de ſorte qu'on peut en inférer que pour peu qu'on eût encore hauſſé la roue, elle n'auroit point tourné du tout. Je ferai abſtraction de cette derniere expérience, parce qu'elle eſt de beaucoup trop anomale pour que la viteſſe de la roue puiſſe être déterminée avec aſſez de juſteſſe. Les tems requis pour chacune des quatre révolutions de la roue ſont de 84, 160, 241, 328 ſecondes. Ces tems vont en augmentant, de ſorte que le mouvement de la roue ſe rallentiſſoit de plus en plus. Peut-être qu'à la longue il auroit ceſſé entierement.

VI.

Soit maintenant le tems pour chaque tour $= \tau''$,
le rayon extérieur de la roue $= r$ piés de Rhin,
la longueur des aubes $= \lambda$,
leur largeur totale $= \mathfrak{b}$,
on aura
la diſtance du centre d'impulſion $= r - \frac{1}{2} b$,
la circonférence décrite par ce centre $= \pi(2r - b)$,
la viteſſe $= \pi \,.\, (2r - b) : \tau$,
l'aire de la partie mouillée de chaque aube $= b\lambda$.
Ici π dénote le rapport du diametre à la circonférence.

Soit de plus
la hauteur de la chûte de la ſurface de l'eau $= a$,
& en faiſant $g = \frac{1000}{64} = 5\frac{5}{8}$ piés de Rhin, on aura

la hauteur jusqu'au centre de l'impression $= a + \frac{1}{2}b$,

la viteſſe due à cette hauteur $= 2\sqrt{g(a + \frac{1}{2}b)}$.

Donc

la viteſſe relative de l'eau $= 2\sqrt{g(a + \frac{1}{2}b)} - \frac{\pi(2r - b)}{\tau}$,

la hauteur due à cette viteſſe

$$= \frac{1}{4g}\left[2\sqrt{g(a + \tfrac{1}{2}b)} - \frac{\pi(2r-b)}{\tau}\right]^2.$$

Multipliant cette hauteur par l'aire $b\lambda$, on aura en piés cubiques la maſſe d'eau dont le poids eſt égal à la force de l'eau, appliquée au centre d'impulſion,

$$= \frac{b\lambda}{4g} \cdot \left[2\sqrt{g(a + \tfrac{1}{2}b)} - \frac{\pi(2r-b)}{\tau}\right]^2.$$

On n'aura qu'à multiplier cette quantité par $65\frac{1}{2}$ pour avoir cette même force en livres, poids de Berlin.

VII.

Il s'agit donc ſimplement de ſubſtituer à ces expreſſions les valeurs numériques pour avoir les réſultats ſuivans.

Expériences.	1	2	3	4	5	6	
Tems de chaque tour τ	5, 06	5″, 68	7″, 11	11″, 17	29″, 83	103″ ±	
b	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	
$r - \frac{1}{2}b$	7	$7\frac{1}{12}$	$7\frac{1}{6}$	$7\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{3}$	$7\frac{3}{8}$	
$2\pi(r - \frac{1}{2}b) = \frac{44}{7}(r - \frac{1}{2}b)$	44	$44\frac{11}{21}$	$45\frac{1}{21}$	$45\frac{4}{7}$	$46\frac{2}{21}$	$46\frac{5}{14}$	
$C =$ viteſſe du centre d'impulſion	8, 70	7, 84	6, 34	4, 08	1, 54	0, 44 ±	
λb	$8\frac{1}{3}$	$6\frac{17}{18}$	$5\frac{5}{9}$	$4\frac{1}{4}$	$2\frac{7}{9}$	$2\frac{1}{12}$	
Hauteur $a + \frac{1}{2}b$	$3\frac{17}{24}$	$3\frac{5}{8}$	$3\frac{13}{24}$	$3\frac{11}{24}$	$3\frac{3}{8}$	$3\frac{1}{3}$	
$V =$ Viteſſe répondante	15, 22	15, 08	14, 88	14, 70	14, 52	14, 43	
$V - C =$ viteſſe relative	6, 52	7, 24	8, 54	10, 62	12, 98	13, 99 ±	
Hauteur répondante	0,680	0,839	1,167	1,805	2,694	3,132 ±	
Force de l'eau en p. cubiques	5, 67	5, 82	6, 48	7, 67	7, 48	6, 52 ±	
En livres de poids, $P =$	371	381	425	502	490	427 ±	
La même force réduite à un point de la circonférence de la roue comme à un point fixe	346	360	406	485	497	420 ±	livres.
La même réduite aux $\frac{2}{3}$ du rayon de la meule - - p - -	171	177	219	262	258	227 ±	livres.
Viteſſe de ce point de la meule	18, 99	17, 06	13, 52	8, 60	3, 21	0, 90 ±	piés.

VIII.

Ce calcul fait voir que la viteſſe de la roue va en augmentant à meſure que les aubes ſont plus enfoncées dans l'eau, mais qu'il n'en eſt pas de même de la force P avec laquelle l'eau frappe les aubes. Cette force eſt moins grande quand la viteſſe augmente. Comme elle eſt requiſe pour faire équilibre à la réſiſtance qui provient tant du frottement des parties de la machine que du broiement du blé, il eſt évident que cette réſiſtance eſt moins grande lorſque la roue, & par conſéquent auſſi la meule, tourne avec plus de viteſſe, & qu'ainſi du moins la ſomme du frottement & du broiement ne ſauroit être regardée comme une quantité conſtante. Et ſi un plus grand degré de viteſſe produiſoit un frottement plus fort, comme d'autres expériences le font voir, il s'enſuivroit que le broiement demanderoit d'autant moins de force que la meule tourneroit avec plus de viteſſe. Car en ſouſtrayant d'une quantité qui déja par elle-même va en diminuant, une autre qui va en augmentant, il eſt clair que les reſtes iront encore plus en diminuant. Le broiement du blé a cependant certaines limites, qui déterminent la viteſſe qu'on doit donner à la circonférence d'une meule, pour que le blé ne s'échauffe pas trop, & que tant la qualité que la quantité de la farine ſoit un *maximum* pour un tems donné.

IX.

Il eſt aſſez difficile de ſéparer la force de l'eau requiſe pour faire équilibre au frottement, d'avec celle que demande le broiement, parce que ces deux parties dépendent fort différemment de la viteſſe, & que le frottement dépend en partie du plus ou du moins de force requiſe pour le broiement, entant qu'il en naît une plus grande preſſion ſur les parties qui ſe frottent. En attendant qu'on puiſſe voir plus clair dans tout cela, je n'ai pas laiſſé de faire ſur le même moulin quelques expériences qui s'y rapportent. Les voici.

Septieme Expérience.

Les aubes étant enfoncées de 10 pouces, je fis ôter les meules tournantes, pour laiſſer aller le rouage tout ſeul. Après que tout fut parvenu à l'état de permanence, il ſe trouva que la roue fit 19 tours par minute. Cela donne pour le centre d'impulſion des aubes une viteſſe de 14 piés, celle de

l'eau étant de 15. La vitesse relative n'étoit donc que d'un pié. Ainsi la force requise pour vaincre le frottement du rouage tout seul est égale à un poids de 4 livres appliqué au centre d'impulsion, lorsque ce centre tourne avec une vitesse de 14 piés par seconde.

Huitieme Expérience.

Les meules tournantes étant remises, mais sans qu'on y versât du blé, de sorte qu'elles tournoient toutes seules sans moudre, on ne laissa aux aubes que $\frac{3}{4}$ pouce d'enfoncement dans l'eau. Le mouvement étant parvenu à son état de permanence, la roue fit un tour en $10\frac{1}{2}$ secondes.

Neuvieme Expérience.

Je fis baisser la roue d'un pouce de plus, de sorte que l'enfoncement des aubes étoit de $1\frac{3}{4}$ pouce. Dans l'état de permanence la roue fit un tour en $7\frac{1}{2}$ secondes.

Dixieme Expérience.

Après avoir enfoncé les aubes de $6\frac{1}{2}$ pouces dans l'eau, il se trouva que dans l'état de permanence la roue fit 14 tours par minute.

X.

Dans ces trois dernieres expériences il n'y avoit que le frottement du rouage & celui des axes de fer qui portassent les meules tournantes. Ces meules ne touchoient pas les meules dormantes, mais le trémoussement du moulin & du support de l'axe de fer pouvoit peut-être les faire choquer les unes contre les autres.

XI.

Comme les six premieres expériences peuvent nous faire voir quel devoit être l'enfoncement des aubes, pour que la roue eût la même vitesse que celle qu'elle avoit dans ces trois dernieres expériences, cette même vitesse facilite la comparaison que nous pourrons faire, du moins en gros, entre le moulin moulant & le moulin allant à vuide.

1°. Dans la huitieme expérience la roue fit un tour en $10\frac{1}{2}$ secondes. Or le moulin moulant, cette vitesse demande que les aubes soient enfoncées de $6\frac{1}{4}$ de pouces, & la force de l'eau est $=$ 493 livres. Or la vitesse dans l'un & l'autre cas étant la même, la force de l'eau est en raison de

l'enfoncement des aubes, par conséquent comme $6\frac{1}{4}$ à $\frac{3}{4}$, ou comme 25 à 3. Diminuant donc la force totale 493 dans ce rapport, on aura 59 livres pour la force de l'eau, le moulin allant à vuide.

2°. Dans la neuvieme expérience l'enfoncement des aubes étoit de $1\frac{3}{4}$ pouce, & la roue fit un tour en $7\frac{1}{2}$ secondes, ce qui, le moulin moulant, exige que les aubes soient enfoncées de $7\frac{3}{4}$ pouces, & la force de l'eau est alors $=$ 435 livres. On aura donc

$$7\tfrac{3}{4} : 1\tfrac{3}{4} = 435 : 98$$

de sorte que le moulin allant à vuide la force est de 98 livres.

3°. Dans la dixieme expérience, les aubes étant de $6\frac{1}{2}$ pouces dans l'eau, la roue fit 14 tours par minute, de sorte qu'elle employa $4\frac{2}{7}$ secondes de tems pour faire un tour. Les expériences faites, le moulin moulant, ne nous offrent point de vitesses aussi grandes. Mais on peut en conclure que les aubes auroient dû être extrémement enfoncées, & avoir beaucoup plus de largeur. Et comme alors la force de l'eau ne croîtroit plus assez exactement en raison de la largeur des aubes, il n'y a gueres moyen de faire ici une comparaison analogue à celle que nous avons faite pour les deux autres expériences.

XII.

Voyons cependant comment nous pourrons procéder d'une autre maniere. La force de l'eau dans la dixieme expérience peut être calculée directement, parce qu'on connoit la vitesse de l'eau, celle de la roue & la partie enfoncée des aubes. Je trouve que cette force n'est que de 81 livres. Comme donc elle est très petite, j'ai calculé encore de la même maniere la force de l'eau dans les deux autres expériences. Le calcul me donna pour la huitieme expérience 72 livres, & pour la neuvieme 83 livres. Ces nombres different assez considérablement de 59 & 98 que la comparaison des expériences nous a fait trouver. La raison en paroit être le peu d'enfoncement des aubes, qui rend fort sensibles les moindres irrégularités dans le mouvement de l'eau & dans la construction de la roue. Mais comme après tout les nombres 72, 83, 81, que donne le calcul direct, different assez peu entr'eux, je m'en tiendrai nombre rond à 80 livres, d'autant plus qu'il

qu'il n'y a gueres moyen d'estimer la partie variable qui dépend de la différente vitesse. Soustrayant ce poids de la force totale P que donnent les six premieres expériences, on aura la force requise pour le broiement

Exp.	1	2	3	4	5	6
	291	301	345	422	410	347 ±

On voit donc que le broiement demande une force variable, & qui devient plus petite lorsque la meule a plus de vitesse. Comme le frottement du rouage n'est que de 4 livres ou environ, on voit que les 80 livres sont presque toutes pour le frottement de la meule, & que le broiement demande $3\frac{1}{2}$ jusqu'à 5 fois plus de force. Il est probable que la meule en tournant avec plus de vitesse chasse la farine avec plus de force & qu'étant par-là même plus débarrassée elle souffre moins de résistance de la part du broiement.

XIII.

Il n'est pas démontré que le moulin qui nous a servi dans les expériences rapportées ci-dessus, soit le mieux arrangé à tous égards. Mais on a lieu de croire que l'enfoncement des aubes & leur largeur est du moins ce qu'il y a de mieux, & que ces aubes étant enfoncées de 12 pouces donnent aux meules la vitesse la plus avantageuse pour moudre le blé. Je crois encore qu'il en est de même du moulin de *la Fere* que Mr. *Bélidor* a examiné. Mr. *Bélidor* juge que deux meules produiront le même effet, lorsque leurs masses sont en raison réciproque de leur vitesse. Cela m'engage à comparer notre moulin avec celui de *la Fere*.

Dans le nôtre les meules tournantes pesent 3300 livres poids de Berlin, & la vitesse de leur circonférence est $=$ 28,5 piés. Le produit de ces deux nombres est 94050.

La meule à *la Fere* pesoit 4350 livres poids de marc, qui reviennent à 4552 livres poids de Berlin. La vitesse de la circonférence est 16,76 piés de Paris ou 17,35 piés de Rhin. D'où suit $4552 \cdot 17{,}35 =$ 78978. Ainsi les effets de ces moulins seroient comme 94505 à 78978. Or le premier moud 10000 livres de farine par jour & l'autre 9000 livres poids de marc, ce qui fait environ 9420 livres poids de Berlin. Or quoi-

que le rapport 10000 : 9420 soit moins grand que 94504 : 78978, la différence ne laisse pas d'être assez petite pour pouvoir être attribuée à la différence du blé, de la farine, de la dureté des meules &c.

XIV.

Dans la premiere expérience la force totale de l'eau étoit 371 livres. Soustrayant 80 livres pour le frottement, il reste 291 livres pour le broiement du blé. Cette force étant réduite aux $\frac{2}{3}$ du rayon de la meule devient 135 livres. Divisant par ces 135 livres le poids des deux meules tournantes, qui est de 3300 livres, on aura pour quotient 24 +, de sorte que la force requise pour le broiement appliquée aux deux tiers du rayon de chaque meule est environ la $\frac{1}{24}$ partie de son poids. Mr. *Bélidor* trouva au moulin de *la Fere*, que cette force étoit la $\frac{1}{35}$ partie du poids de la meule. Il paroit donc que la force requise pour moudre ne se regle pas tout simplement sur le poids de la meule. La différence des diametres paroit y influer, & nous avons vu ci-dessus que cette force dépend assez considérablement de la vitesse de la meule (§. XII).

XV.

En attendant que tout cela puisse être mieux éclairci par d'autres expériences, nous pourrons mettre ces moulins pour base, entant que la masse, la grandeur & la vitesse des meules restant les mêmes, la dépense d'eau, la chûte & le rouage peuvent être variés suivant les circonstances locales, & comment on peut ménager l'eau autant qu'il est possible.

XVI.

Dans les cas où l'eau est assez peu abondante pour qu'il faille la resserrer dans un canal qui n'est gueres plus large & plus profond que les aubes, il faut avoir égard à la quantité d'eau qui passe tant au-dessus qu'à côté des aubes. Pour ménager l'eau autant qu'il est possible, cette quantité d'eau doit être diminuée tant qu'on pourra. Une roue bien arrondie & les aubes bien ajustées peuvent y contribuer beaucoup. Mais on ne peut pas faire en sorte que la roue quadre aussi exactement dans le canal que le piston dans le cylindre d'une machine pneumatique. Il faut laisser tant à côté qu'au-dessous de la roue un espace libre, dont je désignerai la largeur par *c*. Or

entant que, la surface des aubes étant donnée, on peut varier le rapport entre leur longueur & leur largeur, ce rapport peut être déterminé par la condition, que l'eau qui se perd entre la roue & le canal doit être un *minimum*. Soit $\beta\lambda = \text{const.} = A$; on aura la largeur de l'ajutoir $\lambda + 2c$, sa hauteur $\beta + c$, donc l'aire sera $= \beta\lambda + (\lambda + 2\beta)c + 2cc$. Cette aire surpassera donc la surface des aubes de la quantité $(\lambda + 2\beta)c + cc = \left(\lambda + \frac{2A}{\lambda}\right)c + cc$, qui doit être un *minimum*. Différentiant donc & faisant la différentielle $= 0$, on aura

$$d\lambda - \frac{2A\,d\lambda}{\lambda\lambda} = 0,$$

$$\lambda\lambda = 2A = 2\lambda\beta,$$

$$\lambda = 2\beta,$$

de sorte que la longueur des aubes doit être deux fois plus grande que leur largeur. Cette regle donne le *minimum* pour l'aire de l'espace qu'on laisse entre le canal & les aubes. On voit qu'elle est très simple; mais elle n'est pas indifféremment applicable, parce que la largeur des aubes dépend très considérablement de la chûte qu'on peut donner à l'eau. En augmentant la largeur des aubes on hausse le centre d'impulsion, & par là on diminue la hauteur due à la vitesse & la force de l'eau ne croît pas en même raison que la largeur des aubes. Voyons quel sera le résultat lorsqu'on a égard à cette circonstance.

XVII.

Soit h la hauteur de l'eau stagnante au dessus du fond du canal ou de la base de l'ajutoir; on aura la quantité d'eau qui s'écoule par l'ajutoir par seconde

$$\mu = \tfrac{4}{3} \cdot \sqrt{g} \cdot [h^{3:2} - (h - \beta - c)^{3:2}] \cdot (\lambda + 2c)$$

la quantité qui frappe les aubes

$$M = \tfrac{4}{3} \sqrt{g} \cdot [(h - c)^{3:2} - (h - \beta - c)^{3:2}] \cdot \lambda.$$

La différence $\mu - M$ doit être un *minimum*, lorsque μ ou M est une quantité donnée. Or comme c est très petite, nous aurons à très peu près

$$\frac{3\mu}{4\sqrt{g}} = (\lambda + 2c)\left[h^{3:2} - (h-\epsilon)^{3:2} + \frac{3c\sqrt{(h-\epsilon)}}{2} - \frac{3cc}{8\sqrt{(h-\epsilon)}}\right]$$
$$= \frac{3M}{4\sqrt{g}} + 2c\left[h^{3:2} - (h-\epsilon)^{3:2}\right] + \tfrac{3}{2}\lambda c\sqrt{(h-\epsilon)}$$
$$- \tfrac{3}{2}cc\sqrt{(h-\epsilon)} - \frac{3cc\lambda}{8\sqrt{(h-\epsilon)}}.$$

Donc

$$\frac{3}{4\sqrt{g}}(\mu - M) = 2c\left[h^{3:2} - (h-\epsilon)^{3:2}\right] + \tfrac{3}{2}\lambda c\sqrt{(h-\epsilon)}$$
$$- \tfrac{3}{2}cc\sqrt{(h-\epsilon)} - \frac{3cc\lambda}{8\sqrt{(h-\epsilon)}}$$
$$= \textit{minimum}.$$

D'où ſuit en différentiant

$$0 = c\sqrt{(h-\epsilon)} - \frac{\lambda c}{4\sqrt{(h-\epsilon)}} + \frac{cc}{4\sqrt{(h-\epsilon)}} - \frac{cc\lambda}{16(h-\epsilon)^{3:2}},$$

& après toute réduction faite

$$0 = (h - \epsilon + \tfrac{1}{4}c).(h - \epsilon - \tfrac{1}{4}\lambda),$$

ce qui donne

$$0 = h - \epsilon - \tfrac{1}{4}\lambda,$$
$$\lambda = 4(h-\epsilon).$$

Mais on a auſſi

$$\lambda = \frac{3M}{4\sqrt{g}.\left[h^{3:2} - (h-\epsilon)^{3:2}\right]}.$$

Donc

$$h^{3:2}(h-\epsilon) - (h-\epsilon)^{5:2} = \frac{3M}{16.\sqrt{g}}.$$

Par là on détermine $h - \epsilon$ par h, M, g. Cette équation peut avoir trois racines réelles. Ainſi dans les cas particuliers il faut voir laquelle donne pour $\mu - M$ un *minimum*. Je ne m'y arrêterai pas d'avantage. Car la quantité $\mu - M$ eſt ordinairement ſi petite, que ſi pour la réduire à ſon *minimum*, le rapport entre ϵ, λ devient trop diſproportionné à l'égard des autres circonſtances, ſurtout de la force de l'eau, il faut en faire abſtraction.

XVIII.

Je passe donc aux autres remarques qui restent à faire. En retenant la signification des lettres employées dans les calculs précédens, on aura la vitesse moyenne de l'eau

$$V = \frac{4\sqrt{g}\,.\,[(h-c)^{3:2} - (h-\beta-c)^{3:2}]}{3\beta}$$

& la vitesse de la roue

$$C = \frac{G(r-\frac{1}{2}\beta)}{n\rho},$$

où j'entens par ρ le rayon de la meule, par G la vitesse d'un point de sa circonférence, & enfin n indique le nombre des révolutions de la meule répondant à un tour de la roue à eau. Les valeurs G, ρ sont données, mais la lettre n dépend de l'arrangement du rouage. Je poserai $C = mV$, pour abréger le calcul. On aura donc la vitesse relative de l'eau

$$V - C = V(1-m) = \frac{4\sqrt{g}\,.\,[(h-c)^{3:2} - (h-\beta-c)^{3:2}]}{3\beta} - \frac{G(r-\frac{1}{2}\beta)}{n\rho}.$$

D'où suit la force de l'eau contre les aubes

$$P = \frac{V^2(1-m)^2}{4g}\,.\,\beta\lambda\,.\,\frac{131}{2}\text{ livr.}$$

Cette force peut encore être exprimée autrement. Soit p la force qu'il faut appliquer aux $\frac{2}{3}$ du rayon de la meule, pour la faire tourner avec la vitesse qu'elle a dans celle des expériences rapportées ci-dessus, qu'on voudra mettre pour base. Cette valeur de p se trouve déterminée dans le VIme article; du moins entant que l'effet du frottement & celui du broiement du blé peuvent être regardées comme les mêmes, lorsque la même meule tourne avec la même vitesse quand les proportions du rouage ne seroient pas les mêmes. Il n'y aura donc qu'à réduire cette force au centre d'impression de la roue, & elle deviendra

$$P = \frac{2\rho\,.\,np}{3\,.\,(r-\frac{1}{2}\beta)}\text{ livres.}$$

Égalant donc ces deux expressions de P nous aurons

$$\frac{131}{8g} \cdot V^2 (1 - m)^2 \cdot \mathfrak{C}\lambda = \frac{2\varrho n p}{3(r - \frac{1}{2}\mathfrak{C})}.$$

Or comme

$$\frac{n\varrho}{r - \frac{1}{2}\mathfrak{C}} = \frac{G}{c} = \frac{G}{mV},$$

substituant cette valeur nous aurons

$$\frac{131}{8g} \cdot V^2 (1 - m)^2 \mathfrak{C}\lambda = \frac{2Gp}{3mV},$$

d'où suit

$$m(1 - m)^2 = \frac{16\,Ggp}{393\,\mathfrak{C}\lambda V^3}.$$

XIX.

Or la moindre dépense d'eau exige que le produit $\mathfrak{C}\lambda V$ soit aussi petit qu'il est possible. Donc la quantité $m(1 - m)^2$ doit être aussi grande qu'il est possible. Faisant donc

$$m(1 - m)^2 = maximum,$$

on trouve qu'il faut faire $m = \frac{1}{3}$. Cela donne

$$\frac{4}{27} = \frac{16\,Ggp}{393\,\mathfrak{C}\lambda V^3}$$

ou bien

$$V^3 \mathfrak{C}\lambda = \frac{36}{131} \cdot Ggp.$$

Et c'est la *moindre* valeur qu'on puisse donner à $V^3\mathfrak{C}\lambda$, pour obtenir l'effet qu'on se propose, de sorte qu'on a encore la condition

$$V^3 \mathfrak{C}\lambda > \frac{36}{131} \cdot Ggp,$$

c'est à dire que $V^3\mathfrak{C}\lambda$ ne doit pas être $< \frac{36}{131} \cdot Ggp$. Supposant p. ex. qu'en employant les mêmes meules tournantes avec les mêmes vitesses, comme dans la premiere expérience, on ait

$$p = 171 \text{ livres.}$$

$$G = 8{,}70 \cdot \frac{25}{8} \cdot \frac{11}{6} \cdot \frac{1}{7} = 28{,}48 \text{ piés,}$$

d'où suit

$$V^3 6 \lambda \geqq 14618,$$

c'est à dire que s'il y a trop peu d'eau ou trop peu de chûte pour que le produit $V^3 6 \lambda$ surpasse ou du moins égale 14618, le moulin ne produira pas l'effet de la première expérience.

XX.

Le *maximum* $m(1 - m)^2 = \frac{4}{27}$ revient à celui qu'a trouvé Mr. *Parent*, quoique d'une autre maniere. Mr. *Parent* s'en tint uniquement aux vitesses V, C. La force de l'eau, entant qu'elle dépend de ces vitesses, s'exprime par $(V - C)^2$, & si cette force doit agir avec le plus de vitesse, il faut que

$$C \cdot (V - C)^2 = maximum.$$

Cela donne $C = \frac{1}{3} V$. Cette maniere de procéder suppose que la longueur & la largeur des aubes sont données, & qu'on cherche simplement le plus grand effet. Mais ici c'est l'effet qui est donné, & cela fait que λ, 6, V, C peuvent être regardées comme variables, tandis que Mr. *Parent* n'avoit d'autre variable que la vitesse C. Or la moindre dépense d'eau exigeroit $V 6 \lambda = minimum$. La moindre force de l'eau demanderoit que $(V - C)^2 6 \lambda = minimum$. Mais l'équation

$$m(1 - m)^2 = \frac{16\, Ggp}{393\, 6 \lambda V^3}$$

demande que $V^3 6 \lambda$ soit $= minimum$. Ce *minimum* n'est pas le produit des deux *minimum* que nous venons de nommer & qui sont $V 6 \lambda$, $(V - C)^2 6 \lambda$, mais le produit de $V 6 \lambda$ multiplié par la force absolue de l'eau V^2. Voilà donc ce que cette équation renferme de plus que celle de Mr. *Parent*. Non seulement elle nous donne sa regle pour le rapport des vitesses V, C, mais elle fait encore voir de quelle maniere les valeurs V, 6, λ influent dans le *maximum* qu'il avoit cherché.

XXI.

L'équation $\frac{4}{27} = \frac{16 \cdot Ggp}{393 \cdot 6 \lambda V^3}$, qui en faisant $C = \frac{1}{3} V$, devient

$$\frac{131}{2} \cdot C^2 6 \lambda \cdot C = \frac{2}{3} G \cdot p$$

veut ſimplement dire qu'il y a équilibre lorſque la force $\frac{131}{2} . C^2 \text{ϐ} \lambda$ multipliée par ſa viteſſe C eſt égale à la réſiſtance p multipliée par ſa viteſſe $\frac{2}{3} G$. Comme c'eſt une des premieres loix de la ſtatique, on voit que cette équation auroit pu être trouvée fort brievement, ſi nous n'avions pas voulu faire voir comment elle eſt liée au *maximum* $m(1 - m)^2 = \frac{4}{27}$.

XXII.

Paſſons maintenant en revue les données & les équations que nous avons pour la ſolution du probleme propoſé (§. XV).

1°. D'abord donc nous avons la dépenſe d'eau

$$\mu = \frac{4}{3} . \sqrt{g} . (\lambda + 2c) . [h^{3:2} - (h - \text{ϐ} - c)^{3:2}].$$

Cette dépenſe μ eſt cenſée donnée par la viteſſe moyenne de l'eau multipliée par l'aire de la ſection tranſverſale de la riviere ou du canal. La valeur de c ne doit être tout au plus que d'un demi-pouce, lorſque l'eau doit être extrêmement ménagée. Ainſi il ne reſte ici d'autre indéterminée que la longueur λ & la largeur ϐ des aubes.

2°. Enſuite nous avons

$$M = \frac{4}{3} . \sqrt{g} . \lambda . [(h - c)^{3:2} - (h - \text{ϐ} - c)^{3:2}]$$

$$M = \text{ϐ} \lambda V$$

$$V = \frac{(h - c)^{3:2} - (h - \text{ϐ} - c)^{3:2}}{3 \text{ϐ}} . 4 \sqrt{g}.$$

3°. De plus nous avons pour le *maximum* de l'effet ou plutôt pour le *minimum* de $V^3 \lambda \text{ϐ}$,

$$V^3 \lambda \text{ϐ} = \frac{36}{131} . Ggp.$$

Cette équation jointe à celle que nous avons pour μ, achevera de déterminer ϐ, λ. Et s'il arrivoit que ces valeurs de ϐ, λ fuſſent trop diſproportionnées, il faudroit y remédier entant qu'on pourra faire

$$V^3 \lambda \text{ϐ} > \frac{36}{131} . Ggp.$$

Et comme en ce cas on n'aura plus $m = \frac{1}{3}$, l'équation

$$m(1 - m)^2 = \frac{16\, Ggp}{393 . V^3 \text{ϐ} \lambda}$$

aidera

aidera à trouver les racines m. Il convient de prendre celle qui sera $> \frac{1}{3}$ & < 1, & qui donnera $C = mV$.

4°. Enfin on aura

$$\frac{n}{r - \frac{1}{2}\mathfrak{C}} = \frac{G}{\varrho C}.$$

Cette équation ne donne que le rapport entre n & $r - \frac{1}{2}\mathfrak{C}$. On fait r beaucoup plus grande que $\mathfrak{C}$, afin que l'eau frappe les aubes moins obliquement. Il est encore bon que n soit de plusieurs unités, parce qu'ordinairement la meule tourne avec beaucoup plus de vitesse que la roue à eau. Et comme n détermine l'arrangement du rouage & le rapport entre le nombre des dents & des fuseaux, il est clair que n doit être un nombre entier ou un rapport entre deux nombres entiers. Tout cela se détermine le plus commodément par les circonstances locales.

XXIII.

Suivant toutes ces équations la dépense d'eau $= \mu$ seroit toujours totale, c'est à dire égale à l'affluence, & on n'obtiendroit toujours que le même effet, c'est à dire, des meules données tourneroient avec des vitesses données. Il s'agit donc de trouver la moindre dépense d'eau nécessaire pour cet effet. Voici comment on pourra obtenir ce but. L'équation

$$V^3 \lambda \mathfrak{C} = \frac{36}{131} . Ggp$$

se change sans peine en

$$V^2 M = \frac{36}{131} . Ggp.$$

Or G, g, p étant données, il est clair que M sera d'autant plus petite, que la vitesse V, & par conséquent aussi la hauteur h, sera plus grande. Si donc il s'agit de ménager l'eau, on fera bien de se servir de toute la hauteur de la chûte que les circonstances permettent, à moins qu'elle ne donne trop peu de largeur aux aubes. La vitesse V ne passe pas certaines limites, qu'on trouve en faisant $\mathfrak{C} = 0$, & $\mathfrak{C} = h - c$. Ces limites sont

$$V > \frac{4}{3} \sqrt{(g(h - c))},$$
$$V < 2 \sqrt{(g(h - c))}.$$

Nous aurons donc

$$M < \frac{81 . Gp}{524(h-c)}.$$

Et

$$M > \frac{9}{131(h-c)}.$$

Il faudra faire à d'autant plus forte raison

$$\mu > \frac{9 . Gp}{131(h-c)}.$$

C'est ce qu'on obtiendra à mesure qu'on donnera plus de largeur aux aubes. Car le vrai *minimum* de M n'a lieu que lorsqu'on fait $\mathfrak{c} = 0$. Mais comme cela ne sauroit se faire, on voit du moins que pour diminuer autant qu'il est possible la dépense d'eau, on fait bien de donner aux aubes une largeur fort modique. Si en effet l'affluence de l'eau n'est gueres plus grande que ce *minimum* de la dépense, il vaudra tout autant l'employer toute entiere, afin de ne pas trop rétrécir la largeur des aubes. Mais si l'affluence est beaucoup plus grande que le *minimum* de la dépense, on cherche si le surplus peut être destiné à quelqu'autre usage. Dans ces cas on donne aux aubes une largeur modique de 8, 10, 12 &c. pouces. Par là on trouve V par l'équation

$$V = \frac{(h-c)^{3:2} - (h-\mathfrak{c}-c)^{3:2}}{3\mathfrak{c}} . 4\sqrt{g},$$

& ensuite λ par l'équation

$$\lambda = \frac{36\, Ggp}{131\, V^3 \mathfrak{c}}.$$

Et comme cette équation demande que $m = \frac{1}{3}$, on aura $C = \frac{1}{3}V$, de sorte qu'il ne reste plus qu'à accommoder les valeurs n, r aux circonstances & aux conditions rapportées ci-dessus en sorte que

$$\frac{n}{r - \frac{1}{2}\mathfrak{c}} = \frac{G}{gC}.$$

Enfin en déterminant μ, on saura quel est le surplus de l'eau dont on peut faire quelqu'autre usage. On comprend que ce surplus doit être évalué pour le cas où la riviere fournit le moins d'eau.

XXIV.

On voit sans peine que dans cette solution du probleme (§. XV.) j'ai fait un double usage du *maximum* de $m(1 - m)^2$. Car d'abord cela nous a donné l'équation

$$V^3\lambda\mathfrak{C} = V^2 M = \frac{36}{131} \cdot Ggp$$

& en même tems la condition que, si on veut obtenir l'effet du moulin qu'on s'est proposé, le produit $V^3\lambda\mathfrak{C}$, ou $V^2 M$ ne sauroit être moins grand que cette équation ne le demande. Ensuite cette même équation nous a fait entrevoir que pour avoir la moindre valeur de M & par conséquent de μ, il faut prendre la vitesse V aussi grande qu'il est possible. Mais comme la plus grande vitesse de V demanderoit $\mathfrak{C} = 0$, il en résulte que la moindre dépense d'eau exige que les aubes ayent une largeur fort modique. Observons encore que cette moindre dépense n'est pas un *minimum* proprement dit, parce que la condition

$$V < 2\sqrt{(g(h - c))}$$

ne dépend pas de quelque *maximum*, mais simplement des valeurs g, h, c, qui sont données.

XXV.

L'équation

$$V^3\lambda\mathfrak{C} = \frac{36}{131} Ggp$$

nous offre encore un autre *minimum*, qui regarde la longueur des aubes λ. Elle se transforme en

$$\lambda = \frac{36 \cdot Ggp}{131\; V^3\mathfrak{C}}$$

où il est évident que λ sera un *minimum* lorsque $V^3\mathfrak{C}$ est un *maximum*. Or nous avons

$$V = \frac{(h - c)^{3:2} - (h - c - \mathfrak{C})^{3:2}}{3\mathfrak{C}} \cdot 4\sqrt{g}.$$

Donc

$$\frac{[(h - c)^{3:2} - (h - c - \mathfrak{C})^{3:2}]^3}{\mathfrak{C}\mathfrak{C}} = maximum.$$

Regardant la hauteur $h - c$ comme donnée, & ε comme variable, on trouve que ce *maximum* demande que

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{105} - 3}{10} . (h - c)$$

ou bien

$$\varepsilon = 0,72469507 . (h - c).$$

Cette équation nous servira surtout dans les cas où la hauteur $h - c$ est petite, & où par conséquent il est nécessaire de réduire λ à sa moindre valeur. Employant donc cette équation, elle donne

$$V = 7,1213 . \sqrt{(h - c)}.$$

Et en faisant, comme ci-dessus (§. 19),

$$\frac{36}{73} \, ggp = 14618,$$

nous aurons

$$\lambda = \frac{55,8}{(h - c)^{5:2}},$$

où nous voyons d'abord que si $h - c$ n'étoit que d'un pié, la longueur des aubes λ seroit de près de 56 piés. Elle se réduit à 28 piés, si la roue ne doit faire aller qu'une meule. Mais c'est toujours une longueur démésurée, qui fait voir que la chûte d'un pié ne suffit gueres pour un moulin bien arrangé. Posons $h - c = 2$ piés, nous aurons

$$\lambda = 9,9;$$

cette longueur est passable. Si nous faisons $h - c = 3$ piés, nous aurons

$$\lambda = 3,63$$
$$\varepsilon = 2,17$$

ce qui approche fort du *minimum* (§. XVI), qui demande $\lambda = 2\varepsilon$. Si nous posons $h - c = 4$ piés, nous aurons

$$\lambda = 1,74.$$
$$\varepsilon = 2,90$$

Ici donc on pourra prendre β moins grande que l'équation

$$\beta = 0,7247 \cdot (h - c)$$

ne la donne; mais cela n'est pas nécessaire, parce que dans les cas où h va au delà de 3 piés, il vaudra mieux donner au canal la courbure de la roue afin que l'eau la fasse tourner non par le choc mais par la pression. Ainsi l'usage des roues, que l'eau frappe par dessous dans une direction horisontale, se borne au cas où la hauteur h ne va pas au delà de 3 piés. Et si $h < 2$, les aubes auront une longueur démésurée, à moins qu'on ne veuille employer des meules beaucoup plus petites & moudre d'autant moins de farine. Cependant en faisant $h = 1,44$ on aura pour le cas où il n'y a qu'une meule

$$\lambda = 11,25$$

ce qui est encore passable.

REMARQUES

sur les moulins & autres machines dont les roues prennent l'eau à une certaine hauteur.

PAR MR. LAMBERT.

I.

Pl. II. Fig. 1. Soit HN une partie de la roue, K son centre, $GDBbEg$ le canal qui amene l'eau. Ce canal est baissé du côté de la roue en sorte que l'eau tombe immédiatement dans les aubes. Depuis le point b les aubes tournent dans un canal concentrique jusqu'en L. Comme ce canal doit empêcher que l'eau ne sorte des aubes, avant qu'elles parviennent en H, il est clair qu'il ne doit excéder la largeur & la longueur des aubes, qu'autant qu'il faut pour qu'elles puissent tourner librement. Il est clair aussi que la circonférence intérieure doit être couverte & fermée.

II.

Ces sortes de roues exigent que l'affluence de l'eau soit assez grande pour que, la roue tournant, tout l'espace entre les aubes se remplisse. Si donc on pose la vitesse moyenne des aubes $= C$, leur longueur $= \lambda$ & $AB = \epsilon$, on aura $\lambda \epsilon C = M$, la quantité d'eau que le canal doit fournir par seconde pour que les aubes entre M & H soient toujours remplies. La dépense d'eau, que nous poserons $= \mu$, doit être un peu plus grande, pour suppléer encore à la partie de l'eau qui s'échappe entre le canal & les aubes. Cette partie d'eau qu'il faut de plus, contribue à retenir l'eau entre les aubes, & à lui conserver la pression qu'elle exerce contre les aubes.

III.

Soit SB une aube parvenue au point B. Il eſt clair que l'eſpace entre cette aube & celle qui la précede doit être rempli. Cela ne peut ſe faire à moins que les aubes n'ayent en SB une poſition horiſontale, ou qu'elles ne ſoient même en S plus baſſes qu'elles ne ſont en B. Car ſi les aubes avoient une poſition telle que AB, il eſt clair que l'eſpace SAB reſteroit vuide, ou que l'air n'en ſeroit chaſſé qu'à meſure que les aubes approcheroient de H.

IV.

Si l'eau ſortoit librement du canal en D, elle parcourroit une parabole DB, & tomberoit en B ſuivant la direction de la tangente UB; & avec une viteſſe conforme à la hauteur EF. On fait bien de donner au canal DB cette courbure parabolique, parce que l'eau coulera d'autant plus librement ſur les aubes.

V.

La roue tournant, les aubes ſe ſouſtraient au choc qu'elles recevroient ſi elles étoient en repos. Soit UB la viteſſe de l'eau en B; ſoit de plus BC celle du point B de la roue. Si donc on transfere la viteſſe de la roue ſur l'eau, l'eau frappera les aubes ſuivant la direction & la viteſſe UC. Il n'y aura donc point de choc, dès que les aubes en SB ont une poſition parallele à CU.

VI.

Or comme les aubes en SB doivent être ou horiſontales ou plus baſſes en S qu'en B, on voit que cela influe encore dans la poſition de la droite CU. Si le point C eſt plus bas que le point U, la différence entre les viteſſes BC, BU en devient d'autant plus grande, & c'eſt ce qu'il faut éviter. Car tout ce qu'on donne à la viteſſe de l'eau ſe fait aux dépens de la force avec laquelle elle doit preſſer les aubes. Il eſt vrai qu'en laiſſant aux aubes en SB une poſition horiſontale, & en faiſant BU plus grande, il en réſultera un choc contre les aubes. Mais ce choc ſera fort oblique & fort petit, de ſorte qu'il ne compenſera pas ce qu'on perd à l'égard de la force en prenant le point B plus bas. Le meilleur parti eſt donc de propor-

tionner les viteſſes CB, UB en ſorte que CU aît une poſition horiſontale de même que les aubes SB lorſqu'elles vont deſcendre au deſſous du point B.

VII.

La viteſſe de l'eau en B étant plus grande que celle de la roue, la largeur du fil d'eau BM ſera moins grande que BA, en raiſon réciproque de ces viteſſes. Mais on fera bien d'arranger le canal en ſorte que la viteſſe moyenne de l'eau qui paſſe par la ſection ED ſoit égale à celle de la roue, & que la hauteur ED ſoit $= AB$, dans le cas où l'affluence de l'eau eſt la moins grande, & où il faut laiſſer découler l'eau par toute la ſection DE.

VIII.

Ayant donc $ED = AB = \epsilon$, on aura pour la viteſſe moyenne

$$C = \tfrac{4}{3} \sqrt{(g\epsilon)},$$

& par conſéquent

$$M = \lambda \epsilon C = \tfrac{4}{3} \lambda \sqrt{g} \,.\, \epsilon^{3:2}.$$

IX.

Nommant de plus $DF = y$, $FB = x$, $LKB = \Phi$, $NBU = \psi$, $KB = r$, on aura

la viteſſe de l'eau en $D = 2\sqrt{(\epsilon g)}$,
le tems employé pour parcourir l'arc $DB = \sqrt{(y:g)}$.

Ce tems étant multiplié par cette viteſſe donne

$$x = 2\sqrt{\epsilon g} \,.\, \sqrt{(y:g)} = 2\sqrt{(\epsilon y)},$$

d'où l'on déduit

$$\operatorname{tang} \psi = \frac{dx}{dy} = \frac{x}{2y} = \sqrt{\frac{\epsilon}{y}}$$

$$\operatorname{coſ} \psi = \sqrt{\left(\frac{y}{\epsilon + y}\right)}.$$

X.

L'angle BNC étant droit, on aura

$$BC : BU = \operatorname{ſec} NBC : \operatorname{ſec} NBU$$

ce

ce qui, à cause de l'angle droit KBC, revient à

$$BC : BU = \text{cof}\,\psi : \text{fin}\,\phi.$$

Or on a

$$BC = \tfrac{4}{3}\sqrt{(g\varepsilon)} \cdot \frac{r}{(r - \frac{1}{2}\varepsilon)}$$

$$BU = 2\sqrt{g(\varepsilon + y)}.$$

Substituant donc ces valeurs on obtient

$$\tfrac{2}{3}\left(\frac{r}{r - \frac{1}{2}\varepsilon}\right)\sqrt{\varepsilon} : \sqrt{(\varepsilon + y)} = \text{cof}\,\psi : \text{fin}\,\phi,$$

ce qui donne

$$\text{cof}\,\psi = \frac{2r\,\text{fin}\,\phi\,\sqrt{\varepsilon}}{3(r - \frac{1}{2}\varepsilon) \cdot \sqrt{(\varepsilon + y)}}.$$

Mais nous venons de trouver

$$\text{cof}\,\psi = \sqrt{\frac{y}{\varepsilon + y}}.$$

Nous aurons donc

$$y = \frac{4\varepsilon r^2 \cdot \text{fin}\,\phi^2}{9(r - \frac{1}{2}\varepsilon)^2}.$$

Comme ε est ordinairement très petite en comparaison de r, cette équation revient à très peu près à

$$y = \tfrac{4}{9}\varepsilon\,\text{fin}\,\phi^2.$$

XI.

Faisons maintenant la hauteur totale $EP = h$, $HL = IP = \frac{1}{2}\varepsilon$, on aura

$$FI = h - b - y - \tfrac{1}{2}\varepsilon = h - \tfrac{3}{2}\varepsilon - \tfrac{4}{9}\varepsilon \cdot \text{fin}\,\phi^2$$
$$= h - \tfrac{35}{18}\varepsilon + \tfrac{8}{18}\varepsilon\,\text{cof}\,\phi^2.$$

C'est la hauteur répondante à la pression de l'eau contre les aubes. Il faudroit peut-être la prendre plus grande, parce qu'une aube étant parvenue en SB, l'espace $SsbB$ se trouve déja rempli d'une partie d'eau, & cette eau ne laisse pas de peser sur l'aube SB. Mais comme il vaut mieux avoir trop de force que pas assez, nous nous en tiendrons à la hauteur FI. En la

multipliant par $\beta\lambda$, on aura en piés cubiques d'eau la force avec laquelle l'eau fait équilibre à la résistance de la machine. Multipliant ce nombre de piés cubiques par $65\frac{1}{2}$, on aura cette force exprimée en livres, poids de Berlin,

$$P = \frac{131}{2} . (h - \frac{35 - 8 \operatorname{cof} \phi^2}{18} . \beta) . \lambda\beta . \sqrt{g}.$$

XII.

Suivant la maxime de Mr. *Parent* cette force multipliée par la vitesse moyenne de la roue $C = \frac{2}{3}\sqrt{(g\beta)}$ doit être un *maximum*. Mais ce *maximum* ne se détermine pas ici avec le même succès que dans le cas où l'eau frappe les aubes par en bas, & que j'ai examiné dans le Mémoire précédent. Nous avons ici trois variables, λ, ϕ, β, dont les deux premieres, & surtout la longueur des aubes λ, ne donnent ni un *maximum* ni un *minimum*. Cof ϕ^2 devient $= 1$, c'est à dire un *maximum*, si on fait $\phi = 0$ ou $\phi = 180$. Mais il faut éviter l'un & l'autre de ces deux extrêmes. Il ne reste donc que β, qui donne pour P un *maximum*, lorsqu'on fait

$$\beta = \frac{3}{5} . \frac{18h}{35 - 8 \operatorname{cof} \phi^2}.$$

C'est ce qu'on trouve en différentiant l'équation

$$PC = \frac{262}{3}(h - \frac{35 - 8 \operatorname{cof} \phi^2}{18} . \beta)\lambda\beta^{3:2}\sqrt{g}.$$

Substituant cette valeur de β dans l'équation

$$FI = h - \frac{35 - 8 \operatorname{cof} \phi^2}{18} . \beta$$

on a

$$FI = \frac{2}{5}h.$$

Cette quantité est très petite, & fait assez voir que cette maniere de procéder doit être changée en sorte qu'on tienne encore compte des deux autres variables, & surtout de la longueur des aubes λ. Voici donc comment nous pourrons nous y prendre, en supposant que l'effet ou le moment statique de la machine PC est donné.

XIII.

L'équation proposée se change sans peine en

$$\frac{PC}{\lambda \mathfrak{C}} = \frac{262}{3}\left(h - \frac{35 - 8 \cdot \cos\phi^2}{18} \cdot \mathfrak{C}\right) \cdot \sqrt{(g\mathfrak{C})}.$$

Si donc le facteur

$$\left(h - \frac{35 - 8 \cos\phi^2}{18}\mathfrak{C}\right)\sqrt{\mathfrak{C}}$$

devient un *maximum*, il est clair qu'alors $\lambda \mathfrak{C}$ sera un *minimum*, le produit PC étant donné. Or $\lambda \mathfrak{C}$ est l'aire de la section du canal en ED, & il est bon que cette aire soit aussi petite qu'il est possible. Faisant donc ce facteur

$$\left(h - \frac{35 - 8 \cos\phi^2}{18} \cdot \mathfrak{C}\right)\sqrt{\mathfrak{C}} = \textit{maximum}$$

en supposant $\mathfrak{C}$ variable, & ce *maximum* se trouve avoir lieu lorsque

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{3} \cdot \frac{18h}{35 - 8 \cos\phi^2}.$$

Par là on a

$$\frac{PC}{\lambda \mathfrak{C}} = \frac{262}{3} \cdot \frac{2}{3}h \cdot \sqrt{\mathfrak{C}g}$$

pour $\lambda \mathfrak{C} = \textit{minimum}$, entant que l'angle ϕ est censé donné. Il sera bon de rendre la valeur de $\mathfrak{C}$ aussi petite que la variable ϕ le permet. L'équation

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{3} \cdot \frac{18h}{35 - \cos\phi^2}$$

fait voir que cela arrive en faisant $\phi = 90°$. On aura donc

$$\mathfrak{C} = \frac{6}{35} \cdot h,$$

$$\frac{PC}{\lambda \mathfrak{C}} = 95,29 h^{3:2},$$

$$\lambda = \frac{0,06123 \cdot PC}{h^{5:2}}.$$

On a de plus $FI = \frac{2}{3}h$, de sorte que la hauteur FI, qui est destinée à faire équilibre à la résistance de la machine, fait les deux tiers de la hauteur totale EP. Voilà donc le meilleur parti qu'on puisse tirer de l'équation

qui donne PC, entant qu'elle offre quelque *maximum* ou *minimum*. La section du canal en ED est un *minimum* relativement à sa hauteur $\mathfrak{C} = ED$, & cette hauteur elle-même est un *minimum* relativement à l'angle Φ.

XIV.

Les valeurs que nous venons de trouver nous donnent encore

$$y = \frac{4\mathfrak{C}.\sin\Phi^2}{9} = \frac{4}{9}\mathfrak{C} = \frac{8}{105}h,$$

$$x = 2\sqrt{\mathfrak{C}y} = \frac{8}{35}.h,$$

$$r = FP = \frac{2}{3}h + \frac{1}{2}\mathfrak{C} = \frac{79}{105}h.$$

Ainsi toutes ces valeurs $\mathfrak{C}$, x, r, y sont en raison donnée de la hauteur h. Cela suffit pour construire la seconde Figure qui fait voir le profil de la roue & du canal, quelle que soit la hauteur h. Il n'y a donc que la longueur des aubes λ qui suive un autre rapport.

XV.

Appliquons tout ceci aux moulins. Je mettrai pour base celui que j'ai décrit dans le Mémoire précédent, & qui va bien lorsque $\frac{2}{3}pG = PC = 3247$. Nous aurons donc

$$\lambda = \frac{198,6}{h^{5:2}}.$$

$$C = \frac{4}{3}\sqrt{g\mathfrak{C}} = 2,1823\sqrt{h}.$$

La circonférence moyenne de la roue est $= \frac{44}{7}(r - \frac{1}{2}\mathfrak{C}) = \frac{88}{21}h$. Cette circonférence étant divisée par la vitesse C donne le tems d'une révolution de la roue en secondes

$$T = 1,9202.\sqrt{h}.$$

Et comme les meules tournent en $\frac{2}{5}$ secondes, on aura

$$n = \frac{5}{2}T = 4,800.\sqrt{h},$$

le nombre n indiquant les tours de la meule répondans à un tour de la roue à eau. Enfin on a $P = \frac{3247}{C}$ livres, & $M = \lambda\mathfrak{C}C = \frac{74,3}{h}$ piés cubiques d'eau.

XVI.

Il ne reste donc qu'à supposer h successivement $=$ 1, 2, 3 &c. piés de Rhin, pour avoir la Table suivante.

h	ζ	y	x	r	λ	C	P	T	n	M
piés.	piés.	p.	p.	p.	p.	p.	livr.	sec.		p. cub.
1	0, 17	0, 08	0, 23	0, 75	198, 6	2, 18	1488	1, 92	4, 80	74, 30
2	0, 34	0, 15	0, 46	1, 50	35, 1	3, 09	1050	2, 72	6, 80	37, 15
3	0, 51	0, 23	0, 68	2, 26	12, 7	3, 78	859	3, 33	8, 32	24, 77
4	0, 69	0, 30	0, 91	3, 01	6, 2	4, 36	744	3, 84	9, 60	18, 57
5	0, 86	0, 38	1, 14	3, 76	3,57	4, 88	665	4, 28	10, 70	14, 86
6	1, 03	0, 46	1, 37	4, 51	2,25	5, 35	607	4, 70	11, 76	12, 38
7	1, 20	0, 53	1, 60	5, 26	1,53	5, 77	563	5, 08	12, 70	10, 61
8	1, 37	0, 60	1, 83	6, 02	1,10	6, 17	526	5, 43	13, 58	9, 29
9	1, 54	0, 68	2, 05	6, 77	0,81	6, 55	496	5, 76	14, 40	8, 26
10	1, 71	0, 76	2, 28	7, 52	0,77	6, 90	471	6, 07	15, 18	7, 43

XVII.

On voit par cette Table que lorsque $h < 3$ piés la longueur des aubes λ devient si grande & leur largeur ζ si petite qu'il vaut mieux faire abstraction de ces cas. On voit encore que réciproquement la longueur devient petite & la largeur grande à mesure que h va en croissant, de sorte que cette hauteur ne doit gueres aller au delà de 10 piés. C'est donc la condition d'éviter la disproportion entre la longueur & la largeur des aubes, qui acheve de déterminer ce que nos formules laissoient encore indécis, & nommément les limites de la hauteur h. La colonne M indique la dépense d'eau requise pour faire aller le moulin. Mais la dépense totale μ est plus grande. Les aubes qui sont dans l'eau perdent de leur poids autant que pese l'eau dont elles occupent la place. Pour réparer cette perte il faut augmenter le poids P, ce qu'on obtient en faisant les aubes plus longues en raison du volume actuel de l'eau en $SBLT$ au volume qu'elle auroit si les aubes n'y étoient pas. Ensuite comme l'eau qui passe entre le canal & la roue doit être fournie par la riviere, cela demande que la section du canal en ED soit & plus haute & plus large que ne la donnent les valeurs de ζ, λ que nous venons de déterminer.

XVIII.

Toutes ces remarques répondent très bien à ce que les artiſans ont appris par routine & par expérience. Car lorſque l'eau n'a que tout au plus 3 ou 4 piés de hauteur ou de chûte, on ſe ſert des roues qui prennent l'eau par deſſous, & l'affluence doit être fort grande. J'ai examiné l'effet de ces roues dans le Mémoire précédent. Si au contraire la hauteur h va au delà de 10 piés, on préfere les roues où l'eau tombe en deſſus. Lorſqu'enfin la hauteur h va fort au delà de 10 piés, les roues ne ſont plus de grand uſage, à moins qu'on ne les arrange tout autrement.

XIX.

Quant aux roues que nous venons d'examiner, il y a encore quelques circonſtances auxquelles il convient d'avoir égard. J'ai dit ci-deſſus que le canal BL doit ſerrer d'aſſez près la roue pour qu'il s'échappe auſſi peu d'eau qu'il eſt poſſible. Cela doit s'entendre principalement de la partie inférieure du canal. L'eau qui eſt entre les aubes AB, TL agit par preſſion, & il eſt clair que ſi le canal en BL étoit bien bouché tant aux deux côtés de la roue qu'au deſſous de l'aube LT, cette aube auroit à ſoutenir une preſſion égale au poids d'un priſme d'eau, dont la hauteur ſeroit $= FI$ & la baſe égale à la ſurface de l'aube. Cette preſſion agit perpendiculairement ſur l'aube LT, de ſorte que ſi cette aube eſt inclinée comme dans la premiere Figure, la preſſion doit être réſolue en deux autres, dont les directions paralleles aux droites HK, IH. C'eſt cette derniere qui fait tourner la roue, & on trouve qu'elle eſt égale à celle qui auroit lieu ſi l'aube étoit dirigée vers le centre & n'avoit qu'une largeur égale à AB. Les aubes placées entre SB & TL ne ſouffriroient d'autre preſſion qu'en ce que l'eau les pouſſeroit plus fortement vers en haut que vers en bas. C'eſt là ce qui leur fait perdre dans l'eau une partie de leur poids. Mais le cas où le canal s'ajuſte ſi bien à la roue ne ſauroit avoir lieu. Il faut laiſſer au moins aſſez d'eſpace pour que la roue tourne librement. Ainſi une partie de l'eau paſſe entre la roue & le canal. J'ai dit ci-deſſus que cette eau doit être fournie directement par le canal, afin d'empêcher d'autant mieux que les aubes ne ſe vuident avant que de parvenir en LT. C'eſt donc, pour

ainsi dire, avec de l'eau qu'on bouche le canal, & cette eau tout en découlant ne laisse pas d'exercer contre l'eau qui est dans les aubes une pression un peu moins grande que dans le cas précédent. Mais il faut que la quantité d'eau qui s'échappe, soit fort petite. C'est surtout des deux côtés de la roue & vers en bas en *L* que le canal doit la serrer de près. On peut par en haut lui donner plus de profondeur, parce que par-là les aubes se remplissent plus facilement, lorsqu'on commence à faire aller la roue, & la pression conserve mieux toute sa force.

XX.

Les moulins offrent encore une circonstance à laquelle il faut avoir égard. Les expériences rapportées dans le Mémoire précédent nous ont fait voir qu'il faut plus de force pour mettre le moulin en mouvement qu'il n'en faut pour le conserver dans l'état de permanence. La différence est environ comme 10 à 7 ou comme 4 à 3. Si donc la roue est construite conformément à l'état de permanence, l'eau semble avoir trop peu de force pour que le mouvement puisse commencer. Le surplus de force qu'il y faut se trouve dans la chûte de l'eau en *DB*. Cette chûte produit un choc, parce que la roue est d'abord sans mouvement. C'est encore par cette raison que l'espace *AbBS* se remplit d'eau, le canal étant fermé de tout côté jusqu'en *Bb*. Cela fait que l'effet est égal au poids d'une colonne d'eau dont la hauteur est $= FE = \varepsilon + y$, & la base $= \varepsilon\lambda$. Reste à voir si ce poids suffit, c'est à dire si la hauteur *EI* est à la hauteur *FI* comme 10 à 7. Or nos formules nous donnent

$$EI = h - \tfrac{1}{2}\varepsilon = \tfrac{32}{35}h,$$

$$FI = h - \tfrac{3}{2}\varepsilon - y = \tfrac{2}{3}h.$$

Donc

$$EI : FI = 48 : 35 = 100 : 73,$$

de sorte que les formules précédentes donnent très bien ce surplus de force, & à cet égard elles n'ont pas besoin d'être changées. D'ailleurs quand il s'agit de la pratique, il convient à tous égards de donner à l'eau plus de force & plus d'affluence que les formules ne demandent, afin d'obvier

d'avance à tous les obſtacles dont la théorie ne tient pas compte & qui pourtant ne laiſſent pas de ſurvenir.

XXI.

Quoique la ſeconde Figure repréſente l'arrangement de la roue & du canal conformément au double *minimum* que les quantités $\varepsilon\lambda$ & ε admettent, il y a pourtant des cas où la grandeur de la roue ſe détermine par d'autres circonſtances. Cela fait que l'angle ϕ peut devenir plus ou moins grand que 90 degrés. Car ſi le rayon de la roue KB eſt donné, de même que la hauteur PF, on aura

$$1 - \cos\phi = \frac{PF}{KB}$$

Fig. 3. de ſorte qu'alors l'angle ϕ eſt déterminé. La troiſieme Figure repréſente une roue & le canal pour le cas où $\cos\phi = -\frac{9}{16}$. Cet arrangement a l'avantage que quand il s'échapperoit un peu d'eau des aubes inférieures, l'eau qui eſt entre les aubes ſupérieures répareroit cette perte, en ce qu'elle peſeroit d'autant plus efficacement ſur les aubes, que ces aubes ſont les plus éloignées de la verticale KL. Du reſte, ſuivant ce que j'ai remarqué (§. XIX), le fond du canal n'a pas beſoin d'être recourbé ſi en avant en B, comme il eſt marqué dans la Figure.

XXII.

Mr. *Siebike* m'a communiqué les dimenſions d'un moulin dont la roue à eau & la poſition du canal ſont à quelque différence près comme dans la
Fig. 1. premiere Figure. L'eau ne ſort pas par toute la hauteur ED qui eſt de 16 pouces, mais par un ajutoir qui a $6\frac{1}{2}$ pouces de hauteur & dont la largeur eſt égale à celle du canal. Le rayon de la roue $KB = 6\frac{1}{2}$ piés, $AB = \varepsilon = 6\frac{1}{2}$ pouces, & $\lambda = 28$ pouces. Cela donne le rayon moyen $r - \frac{1}{2}\varepsilon = 6$ piés $2\frac{3}{4}$ pouces, & la circonférence répondante $=$ 39,15 piés. Or la roue tourne 94 fois en 485 ſecondes de tems. Donc la viteſſe moyenne de la roue eſt $= C = 7,588$ piés par ſeconde. L'eau ſe jette dans les aubes de maniere qu'elle ne fait que les remplir. La hauteur FI eſt de 4 piés 2 pouces. Cette hauteur étant multipliée par $\lambda\varepsilon = \frac{91}{72}$ piés quarrés donne 5,266 piés cubiques d'eau, leſquels étant multipliés par $65\frac{1}{2}$ donnent un

un poids de 345 livres. De ce poids il faut soustraire ce que la roue entant qu'elle est dans l'eau perd de son poids. Or il y a de B en H 8 aubes, qui font un volume de $\frac{91}{108}$ pié cubique. Outre cela les aubes sont fermées des deux côtés par un plan circulaire ou annulaire, dont le volume de B en H est de $2\frac{19}{36}$ piés cubiques. La somme de ces volumes fait $3\frac{10}{27}$ piés cubiques. La multipliant par $65\frac{1}{2}$ on trouve que cela fait un poids de 221 livres. Ce poids doit être diminué dans le rapport de l'arc HB à la hauteur FI, qui est celui de $7\frac{4}{5}$ à $4\frac{1}{8}$. Par là il se réduit à 118 livres, & c'est ce qu'il faut soustraire de la force de l'eau $=$ 345, pour avoir la force réellement employée pour faire équilibre à la résistance. Cette force est donc de 227 livres. La meule tournante pese 1915 livres; elle fait $2\frac{1}{2}$ tours par seconde & son diametre est de $44\frac{1}{2}$ pouces. Cette vitesse & ce diametre sont à peu près les mêmes qu'au moulin examiné dans le Mémoire précédent. Mais le poids est ici un peu plus grand. Cela fait qu'ici la force appliquée aux $\frac{2}{3}$ du rayon de la meule peut être évaluée à 90 livres. Car dans le Mémoire précédent cette force pour deux meules tournantes étoit de 171 livres. Ici il n'y a qu'une meule. Ainsi cette force se réduirdit à la moitié, qui est $85\frac{1}{2}$ livres. Je pose 90 livres, parce qu'ici la meule est d'autant plus pesante. Cette force étant réduite au rayon moyen de la roue à eau, devient $=$ 214 livres. Car pendant une révolution de cette roue la meule en fait 12, & $\frac{2}{3}\varrho = \frac{89}{72}$ piés, $r - \frac{1}{2}\mathfrak{C} = \frac{299}{48}$ piés. Cela donne

$$90 \cdot 12 \cdot \frac{89}{72} \cdot \frac{48}{299} = 214.$$

Ainsi la force de l'eau requise pour faire équilibre à la résistance tant du frottement que du broiement du blé est $=$ 214 livres. Le calcul précédent nous donne 227 livres. La différence n'est que de 13 livres & par conséquent autant que nulle, parce que dans ces sortes de machines il n'y a pas moyen de tenir compte de toutes les minucies.

REMARQUES
sur les moulins & autres machines où l'eau tombe en dessus de la roue.

PAR MR. LAMBERT.

I.

Fig. 4. Les roues à eau que je vais considérer dans ce Mémoire sont arrangées de telle sorte que l'eau y agit principalement par son poids, parce qu'elles portent l'eau qui tombe dans les vannes, qui ne se vuident entierement que lorsque les aubes commencent à avoir une position horisontale *VW*. Les vannes près de *R* sont toutes pleines, & en descendant l'eau tombe dans les vannes inférieures, qui sans cela seroient moins remplies. Cela fait que de *R* jusqu'en *M* les vannes sont ou peu s'en faut toutes pleines d'eau, & s'il y en manque les vannes de *M* en *V* en retiennent encore assez pour y suppléer. C'est donc tout au moins l'eau qui se trouve dans l'espace *MmSBM*, qui pese sur la roue, & sa force équivaut au poids de $\lambda\mathfrak{b}(r - \frac{1}{2}\mathfrak{b})$ piés cubiques d'eau. J'avertis ici que je laisse aux lettres λ, $\mathfrak{b}$, r, h, y, x, V, M, μ &c. la même signification qu'elles ont dans les deux Mémoires précédens.

II.

Cette force peut être doublée si au poids de l'eau nous joignons sa pression; ce qui aura lieu si l'on entoure la roue d'un manteau ou canal circulaire *RMVT*, qui la serre tant en dehors qu'aux deux côtés d'aussi près qu'il est possible sans que le mouvement de la roue en soit arrêté. Si les vannes au dessus de *M* se conservent d'elles-mêmes pleines d'eau, on n'aura pas besoin de continuer ce canal ou ce manteau de *M* jusqu'en *R*,

mais on fera néanmoins très bien de l'allonger ou de le continuer dans la direction verticale MQ. C'eſt le moyen le plus ſûr de conſerver les vannes pleines d'eau juſqu'en M, où le canal MVT qui les ſerre de près continuera d'empêcher l'eau d'en ſortir, ſurtout lorſqu'on fait en ſorte que l'eau s'amaſſe plus abondamment dans l'entonnoir QMp, pour ſuppléer à ce qui ſort par l'eſpace qu'il faut laiſſer entre le canal MT & la roue. La force de l'eau ſera donc égale au poids de $\lambda\beta(2r - \beta)$ piés cubiques d'eau, & cette force eſt cenſée appliquée à la diſtance $= r - \frac{1}{2}\beta$ du centre de la roue K. J'entens qu'il faut la diminuer en raiſon de tout l'eſpace $SBMLTmS$ à l'eſpace qu'occupe l'eau, parce que les aubes qui ſont au deſſus de M diminuent la maſſe & par conſéquent le poids de l'eau, & que tout le bois de la roue & des aubes au deſſous de M ou de Qp qui eſt dans l'eau, perd de ſon poids autant que peſe l'eau dont il occupe la place. Si l'on ne veut pas faire cette réduction, on allongera d'autant plus les aubes, ce qui peut s'exécuter même après que tous les calculs ſont faits.

III.

Soit UB la direction & la viteſſe de l'eau qui en B tombe dans les vannes, CB la direction & la viteſſe du point B de la roue. Si donc on transfere ce mouvement de la roue ſur l'eau qui tombe en B, dans une direction oppoſée BC, le mouvement compoſé de l'eau qui en réſulte, aura la direction & la viteſſe UC, & l'aube BS doit avoir une poſition parallele à UC. Voilà donc ce qui ſert à déterminer l'angle SBK que les aubes doivent former avec le rayon de la roue KB. Si on faiſoit cet angle plus grand, l'eau frapperoit l'aube en contreſens, & c'eſt ce qu'il faut éviter. Il ne ſert de rien de rendre cet angle plus petit, parce que l'eau frapperoit l'aube ſous un angle d'incidence aſſez petit, & les vannes depuis R en M ſe déſempliroient d'autant plus facilement, ce qu'il faut tâcher d'éviter.

IV.

On fait bien encore de donner au canal en BD une courbure parabolique, qui réponde à la viteſſe de l'eau en D, parce qu'elle décou-

sera ainsi sur la roue de la maniere la plus naturelle, & nous aurons ici l'équation

$$\text{tang}\,\psi = \sqrt{\frac{6}{y}},$$

$$\cos\psi = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{(6+y)}},$$

$$\sin\psi = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{(6+y)}}.$$

V.

Faisons l'angle $SBV = \omega$, nous aurons l'angle $BUC = \psi - \omega$, & le rapport des vitesses

$$BU : BC = \cos\omega : \sin(\psi - \omega) = 1 : (\sin\psi - \cos\psi \,.\, t\,\omega)$$
$$= \sqrt{(6+y)} : [\sqrt{6} - \sqrt{y} \,.\, \text{tang}\,\omega].$$

Or la vitesse

$$BC = C \,.\, \frac{r}{r - \frac{1}{2}6} = \frac{4r\sqrt{(6g)}}{3(r - \frac{1}{2}6)},$$

& la vitesse

$$BU = 2\sqrt{[g(6+y)]}.$$

Donc

$$2\sqrt{g(6+y)} : \frac{4r\sqrt{6g}}{3(r - \frac{1}{2}6)} = \sqrt{(6+y)} : [\sqrt{6} - \sqrt{y} \,.\, t\,\omega],$$

d'où suit

$$\text{tang}\,\omega = \frac{2r - 36}{3(2r - 6)} \,.\, \sqrt{\left(\frac{6}{y}\right)},$$

ou bien

$$\text{tang}\,\omega = \tfrac{1}{3}\,\text{tang}\,\psi \,.\, \frac{2r - 36}{2r - 6}.$$

Ainsi la tangente de l'angle SBK n'est qu'un peu moins grande que le tiers de la tangente de l'angle NBU.

VI.

Si l'effet de la machine est donné, le produit PC est une quantité donnée, & pour les moulins on a $PC = \frac{2}{3}Gpg$. Or

$$P = \frac{131}{2}\lambda\beta(2r - \beta) = \lambda\beta(h - \beta - y - \tfrac{1}{2}\beta - \tfrac{1}{2}\beta)$$
$$= \lambda\beta(h - 2\beta - y) \cdot \tfrac{131}{2} \text{ livres.}$$
$$C = \tfrac{4}{3}\sqrt{(\beta g)}.$$

Donc

$$\tfrac{2}{3}Gp = \tfrac{262}{3}\lambda\beta^{3:2}(h - 2\beta - y) \cdot \sqrt{g}.$$

Or comme nous avons à très peu près

$$t\,\omega = \tfrac{1}{3}\sqrt{\tfrac{\beta}{y}},$$

cela donne

$$y = \frac{\beta}{9 \cdot t\omega^2}.$$

Faisant donc l'angle $\omega = SBK = 30°$, cette équation se réduit à

$$y = \tfrac{1}{3}\beta.$$

Et nous aurons ainsi

$$\tfrac{2}{3}Gp = \tfrac{262}{3} \cdot \lambda\beta^{3:2}(h - \tfrac{7}{3}\beta) \cdot \sqrt{g}.$$

VII.

Cette équation nous donnera pour le produit $\lambda\beta$ un *minimum* lorsque

$$(h - \tfrac{7}{3}\beta) \cdot \sqrt{\beta} = maximum.$$

Cela arrive en faisant $\beta = \tfrac{1}{7}h$. Donnant donc cette valeur à β, nous aurons de plus

$$y = \tfrac{1}{21}h.$$
$$x = \frac{2}{7\sqrt{3}}h,$$
$$t\,\psi = \sqrt{3}, \qquad \psi = 60°,$$
$$r = \tfrac{17}{42}h.$$

Ainsi les valeurs y, x, r, β sont dans un rapport constant de h. C'est suivant ces rapports que la Figure est dessinée.

VIII.

J'ai fait l'angle $\omega = 30°$, comme par maniere d'exemple. Mais il suffira de le regarder d'abord comme donné, & on aura

$$\left(h - 2\epsilon - \frac{\epsilon}{9 \tan \omega^2}\right) \sqrt{\epsilon} = maximum.$$

Cela demande qu'on fasse

$$\epsilon = \frac{3h . \tan \omega^2}{18 \tan \omega^2 + 1}.$$

Par là on obtient

$$y = \frac{h}{54 \tan \omega^2 + 3}$$

$$2\epsilon + y = \frac{(18 \tan \omega^2 + 1) h}{54 \tan \omega^2 + 3} = \tfrac{1}{3} h,$$

$$h - 2\epsilon - y = \tfrac{2}{3} h,$$

de sorte que la hauteur $h - 2\epsilon - y$, à laquelle la force de l'eau est proportionnelle, est $= \frac{2}{3} h$, quel que soit l'angle ω. Par là le *maximum*

$$(h - 2\epsilon - y) \sqrt{\epsilon}$$

se change en

$$\tfrac{2}{3} h \sqrt{\epsilon} = \tfrac{2}{3} h \sqrt{\left(\frac{3h}{18 + \cot \omega^2}\right)} = maximum.$$

Ce *maximum* devient donc d'autant plus grand que l'angle ω est plus grand. Il cesse même d'être un *maximum*, parce que $\cot \omega$ peut aller à l'infini, si on veut supposer l'angle ω variable. Ainsi il faut se borner à une grandeur donnée. Je l'ai fait $= 30°$, ce qui a donné $\epsilon = \frac{1}{7} h$. Si on le pose $= 45°$, on aura $\epsilon = \frac{3}{19}$. Or $\sqrt{\frac{1}{7}}$ ne differe de $\sqrt{\frac{3}{19}}$ que comme $\sqrt{19}$ à $\sqrt{21}$. Ainsi la différence n'est que de 1 sur 20.

IX.

Laissant donc à l'angle ω la valeur de $30°$, nous aurons

$$\tfrac{2}{3} Gp = \tfrac{262}{2} . \lambda . \tfrac{1}{7} \sqrt{\tfrac{1}{7}} . \tfrac{2}{3} h^{5:2} . \sqrt{g}$$

ce qui donne

$$\lambda = \frac{21 . \sqrt{7} . Gp}{262 h^{5:2} \sqrt{g}}.$$

Si donc pour les moulins nous faisons comme dans les deux Mémoires précédens

$$Gp = 4870,$$

nous aurons

$$\lambda = \frac{261,17}{h^{5:2}},$$

ce qui donne

h =	4	5	6	7	8	9	10	11	12	&c.
λ =	8,16	4,67	2,96	2,02	1,44	1,07	0,82	0,65	0,52	
ζ =	0,57	0,51	0,86	1,00	1,14	1,27	1,43	1,57	1,71	

Nous voyons par-là que la proportion entre λ, ζ est assez bonne, lorsque h est de 7, 8 jusqu'à 12 piés, d'autant plus que suivant ce que j'ai dit (§. II.) la longueur des aubes doit être faite plus grande que ne la donne ce calcul. *Posant* donc successivement $h = 7, 8, 9 \ldots 12$, on aura la Table suivante.

h	ζ	y	x	r	λ	C	P	T	n	M
piés.	p.	p.	p.	p.	p.	p.	livr.	sec.		p. cub.
7	1,00	0,33	1,15	2,83	2,02	5,27	616	3,38	8,45	10,55
8	1,14	0,38	1,32	3,22	1,44	5,63	577	3,61	9,02	9,23
9	1,27	0,42	1,48	3,63	1,07	5,94	547	3,83	9,57	8,21
10	1,43	0,48	1,65	4,04	0,82	6,30	515	4,04	10,10	7,38
11	1,57	0,52	1,81	4,45	0,65	6,60	495	4,23	10,57	6,71
12	1,71	0,57	1,98	4,86	0,52	6,89	471	4,42	11,05	6,15

Cette Table peut être comparée à celle que j'ai donnée dans le Mémoire précédent. On observera encore à l'égard de l'une & de l'autre, que si pour une hauteur h donnée l'affluence de l'eau est deux, trois &c. fois plus grande par seconde que les nombres correspondans des colonnes M, on peut au lieu de deux moulins en faire aller trois, quatre ou d'avantage; & que d'un autre côté l'on n'aura qu'un moulin lorsque l'affluence de l'eau n'égale pas les nombres M répondans à la hauteur donnée h. Si cette

hauteur va au delà de 12 piés, on pourra, au lieu d'une roue qui fait tourner deux meules, placer deux roues de suite dont chacune ne fasse tourner qu'une meule. C'est en partageant la hauteur h en deux parties. Mais dans ce cas l'affluence de l'eau doit être celle qui répond à la hauteur $= \frac{1}{2} h$, c'est à dire qu'elle doit être double de ce que demande la hauteur entiere, si chacune des deux roues doit faire tourner deux meules.

X.

Les roues considérées dans ce Mémoire de même que dans le précédent, s'accordent en ce qu'il n'y a que les deux tiers de la hauteur totale h qui soient employés à faire équilibre à la résistance de la machine. L'autre tiers semble devoir être destiné à produire & à conserver la vitesse de la roue. Mais cela n'est pas. Car dans les trois premieres Figures ce tiers de la hauteur h se trouve partagé en trois parties, parce que

$$\frac{1}{3} h = ED + DF + IP.$$

Et dans la quatrieme Figure on a

$$\frac{1}{3} h = ED + DF + Ff + IP.$$

Or la hauteur ED toute seule suffiroit pour fournir à la roue la quantité d'eau requise pour conserver les vannes toujours pleines d'eau. La partie DF est nécessaire afin que les vitesses BC, BU ayent entr'elles le rapport que demande la position des aubes. Or $ED + DF$ ne font pas encore le tiers de la hauteur h. Mais comme la roue doit être au dessus de l'eau en L, & que la pression de l'eau n'est censée agir que jusqu'à la profondeur HI, cela fait qu'aux parties $ED + DF$ il faut encore joindre $IP = \frac{1}{2} \epsilon$. Et par une raison toute semblable la quatrieme Figure demande qu'à ces parties on joigne encore $Ff = \frac{1}{2} \epsilon$. Voilà donc comment ces roues font qu'au lieu de la hauteur entiere h, qui pourroit être employée s'il n'étoit question que de l'équilibre, on ne peut en employer que les deux tiers, & que l'autre tiers n'est requis tout entier pour la vitesse que parce que c'est une *roue* qu'on fait tourner. Et entant que cette roue tourne dans l'eau, & que le canal ne la serre pas exactement, c'est encore une raison de plus qui augmente la dépense d'eau sans que la force en soit augmentée.

XI.

XI.

Avec tout cela ces roues ont encore beaucoup d'avantage ſur celles que l'eau frappe par en bas dans une direction horiſontale, & où par conſéquent elle n'agit ni par ſon poids ni par la preſſion, mais par le choc. Car pour ces ſortes de roues la hauteur requiſe pour faire équilibre à la réſiſtance de la machine, bien loin d'être $= \frac{2}{3}h$, n'eſt que $\frac{4}{9}(h - \frac{1}{2}\beta)$, ce qui ordinairement n'eſt que $\frac{1}{3}h$ ou $\frac{1}{4}h$. Auſſi Mr. *Parent* a-t-il fait voir il y a longtems que la quantité de mouvement ou le moment ſtatique de ces roues n'eſt que la $\frac{4}{27}$ partie de ce qu'il ſeroit ſi la roue ne tournoit pas. Car dans ce dernier cas ce moment ſeroit $= 2\lambda\beta(h - \frac{1}{2}\beta)^{1:2}h\sqrt{g} = Mh$, tandis que ſi la roue tourne avec le tiers de la viteſſe moyenne de l'eau, ce moment n'eſt que $\frac{8}{27}(h - \frac{1}{2}\beta)^{3:2}\lambda\beta \,.\, \sqrt{g} = \frac{4}{27}M(h - \frac{1}{2}\beta)$. Quant aux autres roues ces mêmes momens ſont Mh & $\frac{2}{3}Mh$. Il ſuit de là que le meilleur uſage des forces de l'eau dépend très conſidérablement de la maniere dont on la fait agir.

XII.

Lorſqu'il s'agit de conſtruire un moulin ſur une riviere, on commence par déterminer tant l'affluence que la chûte de l'eau. J'ai déſigné cette hauteur par h, & par M le nombre de piés cubiques d'eau que la riviere amene à chaque ſeconde dans la ſaiſon où cette affluence eſt la moins abondante. Or nous avons

$$P = \tfrac{2}{3}h\lambda\beta \,.\, 65\tfrac{1}{2} \text{ livres.}$$

$$C\beta\lambda = M,$$

d'où ſuit

$$\frac{3CP}{131} = hM.$$

Et comme (Art. IV. IX.)

$$PC = \tfrac{2}{3}Gpg = 3249,$$

cela nous donne

$$hM = 74,405.$$

Voilà donc la valeur que ce produit hM doit avoir tout au moins, si la roue doit faire tourner deux meules égales à celles que j'ai décrites dans le premier Mémoire & si l'effet doit être le même. Il faut même que ce produit soit plus grand à cause de l'eau qui se perd.

XIII.

Jusqu'à présent j'ai supposé que les auges de la roue se remplissent entierement. Cela ne se peut gueres lorsque la hauteur de la chûte est fort grande, mais l'affluence de l'eau d'autant plus petite. Nos formules dans ces cas donneroient tant aux auges qu'au canal une figure trop disproportionnée, en ce que ε deviendroit fort grande & λ fort petite (Art. IX). On arrangera donc ces valeurs de telle sorte que l'eau qui en R tombe dans chaque vanne, y reste jusqu'à ce qu'elle soit descendue bien au dessous du niveau du centre K. Et de cette maniere le manteau VT ne s'étendra que jusqu'aux aubes, dont l'eau commenceroit à découler si on ne l'empêchoit par ce moyen.

XIV.

Fig. 4. Ainsi p. ex. lorsque le diametre LB est de 28 piés, Bb n'aura pas besoin d'avoir plus d'un pié, & l'affluence de l'eau ne sera gueres plus grande que de 2 piés cubiques par seconde. La roue pourra tourner une fois en 11 secondes de tems. Ainsi pendant qu'elle fait un tour, les vannes ne recevront gueres au delà de 22 piés cubiques d'eau. Si donc il y a 44 vannes, chacune recevra un demi pié cubique d'eau. Or en faisant $b = 1$ pié, chaque vanne pourroit contenir près de 3 piés cubiques d'eau, ainsi 6 fois plus que ce qu'elle reçoit. Elle descendra donc fort bas avant que de commencer à se vuider. Or des 44 vannes il y en aura 18 chargées de l'eau qu'elles ont reçues, l'arc BV pouvant être de 150 degrés. Or si toutes les 22 vannes qui occupent la demi-circonférence BML portoient l'eau qu'elles ont reçue, & dont la quantité monte à 11 piés cubiques, le poids de cette masse réduit au point M diminue dans le rapport de la demi-circonférence au diametre, & devient par conséquent égal au poids de 7 piés cubiques. Ces 7 piés cubiques doivent encore être réduits en raison de de BL à $\varepsilon\omega$, ou environ en raison de 11 à 10. Par là on aura environ

M

$6\frac{1}{3}$ piés cubiques ou 415 livres de poids, pour la force de l'eau contenue dans les vannes de B en V, cette force étant supposée réduite au point μ, & agissant sur un levier μK de $13\frac{1}{2}$ piés. Or chacune des deux meules tournantes fait $2\frac{1}{2}$ tours par seconde, & par conséquent $27\frac{1}{2}$ tours pendant que la roue à eau n'en fait qu'un. Le poids appliqué aux deux tiers du rayon des meules tournantes est de 171 livres, & ces deux tiers du rayon sont de $\frac{11}{9}$ pié. Multipliant donc 171 par $\frac{11}{9}$, & ce qui en résulte par $27\frac{1}{2}$ & divisant ce dernier produit par $\kappa\mu = 13\frac{1}{2}$ piés, nous aurons 426 livres, qui doivent équivaloir à la force de l'eau réduite au point μ. Le calcul précédent nous a donné 415 livres, ce qui ne différant que de 11 livres en moins, on voit que pour peu que l'affluence de l'eau soit plus grande que de deux piés par seconde, la roue à eau fera tourner deux meules telles que sont celles que j'ai décrites dans le premier Mémoire. Du reste je n'ai fait ce calcul qu'en gros, pour faire voir que dans les cas où la chûte de l'eau est fort grande on fait bien d'arranger la roue de maniere que les vannes ne reçoivent que peu d'eau, & qu'elles restent vuides en grande partie. En effet si nous supposons que la roue ne fasse un tour qu'en 22 secondes de tems, de sorte que sa vitesse soit réduite à la moitié, chaque vanne recevra 2 fois plus d'eau, mais les vannes commenceront à se vuider avant qu'elles soient descendues jusqu'au 150me degré. Cela diminue l'effet, & on est d'autant plus obligé d'avoir recours au manteau VT.

REMARQUES

sur les moulins à vent.

PAR MR. LAMBERT.

I.

Soit AC la direction & la viteſſe du vent, & en même tems l'axe de la roue prolongé, FD une des aîles, que je ſuppoſe perpendiculaires à l'axe en ſorte que l'angle FCA ſoit droit, mais qu'elles déclinent de l'axe d'un angle $= BCA$. Soit de plus AC la direction & la viteſſe d'un point quelconque de l'aîle P. Si ce mouvement du point P eſt transféré ſur le vent, la direction & la viteſſe composée du vent ſera GC, & ſon angle d'incidence GCB. Et ſi la droite CF diviſe partout la largeur de l'aîle NM en deux parties égales NP, PM, la force du vent qui agit ſur l'élément de la ſurface $MNnm$ eſt cenſée concentrée ſur l'élément Pp.

II.

Poſons

l'angle $BCA = \omega$,
$GCA = \phi$,
la viteſſe $AC = V$,
$CF = \lambda$,
$NM = \epsilon$,
$CP = x$, $Pp = dx$,
$CE = 1$,

on conſidérera E comme le point auquel la force du vent doit être réduite, & on fera la viteſſe avec laquelle ce point tourne $= C$. Ce qui étant établi, on aura

$$AG = V \tang \Phi = xC,$$

$$\tang \Phi = \frac{xC}{V},$$

$$GC = V \sec \Phi.$$

Soit de plus g la chûte des corps dans une seconde de tems, $\varkappa$ le poids d'un pié cubique d'air; la force relative du vent sur l'élément $MNnm$ sera $GP = \frac{\varkappa V^2 . \sec \Phi^2 . \sin (\omega - \Phi)^2 \, \zeta \, dx}{4g}$. Cette force GB étant résolue en GQ perpendiculaire & QB parallele au mouvement du point P, il n'y a que cette derniere qui fasse tourner l'aîle. Or $BQ = GB \cos \omega$; donc la force qui tend à faire tourner l'élément $NMmn$ ou à faire équilibre à la résistance de la machine est

$$= \frac{\varkappa . V^2 . \sec \Phi^2 . \sin (\omega - \Phi)^2 . \cos \omega . \zeta \, dx}{4g}.$$

Pour réduire cette force au point E il faut l'augmenter dans le rapport de CE à CP; elle sera donc

$$dP = \frac{\varkappa V^2 \sec \Phi^2 . \sin (\omega - \Phi)^2 \cos \omega . \zeta x \, dx}{4g},$$

équation dont l'intégrale donnera la force totale du vent réduite au point E.

III.

Comme on a

$$x = \frac{V \tang \Phi}{C}$$

substituant cette valeur dans l'équation dz, en regardant Φ comme variable, on aura

$$dP = \frac{\zeta \varkappa V^4 \sec \Phi^2 . \sin (\omega - \Phi)^2 \cos \omega . t\Phi . dt\Phi}{4gCC}$$

ou bien

$$dP = \frac{\zeta \varkappa V^4 . (\sin \omega - \cos \omega \, t\Phi)^2 . \cos \omega . t\Phi . dt\Phi}{4gCC}.$$

IV.

Si donc dans cette équation on regarde $\mathfrak{C}$, V, C, ω comme des quantités constantes, on aura l'intégrale

$$P = \frac{\mathfrak{C} \varkappa V^4 \cos \omega}{4 g C C} \cdot \left(\tfrac{1}{2} \sin \omega^2 t \Phi^2 - \tfrac{2}{3} \sin \omega \cos \omega t \Phi^3 + \tfrac{1}{4} \cos \omega^2 t \Phi^4\right) + \text{const.}$$

Je ferai la constante $= 0$, en supposant que l'aîle s'étend jusqu'à l'axe C. La force du vent n'en devient qu'un peu plus grande, & on pourra toujours dans la suite en tenir compte. La force P sera celle qui agit sur toute l'aîle lorsqu'on prend l'angle Φ tel qu'il répond à toute la longueur $CF = \lambda$, ce qui arrive en faisant

$$t \Phi = \frac{\lambda C}{V}.$$

C'est cette valeur que je retiendrai dans la suite de ce Mémoire.

V.

Cette valeur étant substituée nous donne

$$P = \frac{\mathfrak{C} \varkappa \cos \omega}{4 g} \cdot \left(\frac{\sin \omega^2 \lambda^2 V^2}{2} - \frac{2 \sin \omega \cos \omega \lambda^3 V C}{3} + \frac{\cos \omega^2 C^2 \lambda^4}{4}\right),$$

ou bien

$$P = \frac{\varkappa}{48 g} \cdot \mathfrak{C} (6 \cos \omega \sin \omega^2 \lambda^2 V^2 - 8 \sin \omega \cos \omega^2 \lambda^3 V C + 3 \cos \omega^3 \lambda^4 C^2).$$

Dans cette équation les quantités P, $\mathfrak{C}$, λ, V, C, ω sont indéterminées & peuvent être considérées comme variables. Pour les rendre moins arbitraires, on a eu égard à la condition que la force P devienne un *maximum*. C'est ce qu'on a fait surtout relativement à l'angle ω. Mais à proprement parler l'effet de la machine ne dépend pas simplement de la force P; c'est du produit PC qu'il dépend. Ce produit est donné dès que l'effet est donné. Et si l'effet doit être un *maximum*, c'est ce produit qui doit l'être aussi.

VI.

Faiſant donc

$$PC = \frac{\kappa}{48g} \cdot \beta(6 \cos\omega \sin\omega^2 \lambda^2 V^2 C - 8 \sin\omega \cos\omega^2 \lambda^3 V C^2 + 3 \cos\omega^3 \lambda^4 C^3)$$

$$= maximum$$

on voit ſans peine que la largeur des aîles β ne produit point de *maximum*, à moins qu'on ne la regarde comme une fonction de la longueur λ. Mais la largeur des aîles ne dépend gueres de leur longueur, ſurtout lorſque les aîles ſont rectangulaires. Ainſi nous regarderons λ ſimplement comme donnée. Il reſte donc encore les quantités λ, V, C, ω qu'on peut regarder comme variables, & même chacune ſéparément, parce qu'elles ſont indépendantes l'une de l'autre. Voici donc les réſultats de chacune de ces ſuppoſitions.

I. Soit la viteſſe V variable, la condition $d(PC) = 0$, donne

$$V = \frac{2\lambda C}{3 t\omega},$$

d'où ſuit

$$t\omega = \frac{2\lambda C}{3V} = \frac{2}{3} t\Phi,$$

ce qui feroit $\Phi > \omega$, & c'eſt ce qu'il faut éviter. Ainſi la viteſſe V ne nous ſervira de rien pour le but que nous nous propoſons.

II. Soit la longueur de l'aîle λ variable, elle rendra $PC = maximum$ lorſque

$$t\omega = \frac{\lambda C}{V} = t\Phi; \qquad \omega = \Phi,$$

c'eſt à dire lorſque l'aîle eſt aſſez longue pour que le vent n'ait plus de priſe ſur ſon extrémité F.

III. Si la viteſſe C eſt ſuppoſée variable, elle donnera pour PC un *maximum* lorſque

$$t\omega = \frac{8 + \sqrt{10}}{6} \cdot \frac{\lambda C}{V} = \frac{8 + \sqrt{10}}{6} \cdot t\Phi,$$

ou bien

$$t\omega = 1,8603796 . t\phi.$$

Cette détermination differe presque du double de celle que nous donna la variable λ.

IV. Faisant enfin l'angle ω variable, le produit PC sera un *maximum* lorsque

$$\begin{aligned} o = \; & 6\,t\omega^3 - 12\,t\omega, \\ & - 16\,t\omega^2 . t\phi + 8\,t\phi, \\ & + 9\,t\omega . t\phi^2. \end{aligned}$$

VII.

Ainsi les quatre variables V, λ, C, ω nous donnent entre ω & ϕ quatre rapports différens, qui sont tels qu'ils ne sauroient avoir lieu en même tems, & dont le premier doit être simplement rejeté. Voyons ce qu'on pourra faire de mieux à l'égard des trois autres. Pour cet effet je poserai généralement $t\omega = m\,t\phi$. Cette expression étant substituée dans la derniere équation du §. précédent, donne

$$t\phi^2 = \frac{12m - 8}{m(6m^2 - 16m + 9)}$$

& par conséquent

$$t\omega^2 = \frac{(12m - 8)m}{6m^2 - 16m + 9}.$$

Or comme un quarré ne sauroit être négatif, il faut que

$$6m^2 - 16m + 9 > o.$$

Cela demande que

$$m > \frac{8 + \sqrt{10}}{6}$$

ou du moins

$$m = \frac{8 + \sqrt{10}}{6},$$

auquel cas $t\omega$ & $t\phi$ sont infinies. Ainsi quoique cette valeur de m soit

foit celle que demande la variable C, (§. VI. N°. III), la variable ω ne laiffe pas d'exiger que

$$m > \frac{8 + \sqrt{10}}{6}.$$

Mais l'équation

$$t\omega^2 = \frac{12m^2 - 8m}{6m^2 - 16m + 9}$$

fait voir que quelque grande que puiffe être m, on aura toujours

$$t\omega > \sqrt{2}$$

ou $t\omega = \sqrt{2}$, lorfque m eft infinie ou $\phi = 0$. Or en faifant fucceffivement $m = 2, 3, 4$ &c. on aura

pour $m = 2$ $\quad t\omega^2 = 32,$
$m = 3$ $\quad t\omega^2 = \frac{28}{5},$
$m = 4$ $\quad t\omega^2 = \frac{160}{41},$
$m = 5$ $\quad t\omega^2 = \frac{260}{79},$
$m = 6$ $\quad t\omega^2 = \frac{128}{43},$
&c.

de forte que $t\omega$ approche fort vîte de fa moindre valeur $\sqrt{2}$. Or comme la variable λ demande $m = 1$, & que la variable C veut que $m = 1,8603796$, & qu'enfin la variable ω exige que $m > 1,8603796$, il femble que le meilleur parti eft de s'en tenir à la valeur

$$m = \frac{8 + \sqrt{10}}{6} = 1,8603796,$$

qui tient, pour ainfi dire, le milieu entre les deux autres valeurs. Voici une autre maniere de procéder.

VIII.

Suppofons que l'effet PC foit donné, de même que la viteffe du vent V. Donnons à l'équation générale la forme fuivante

$$\frac{48g \cdot PC}{V^3 \, \kappa \mathfrak{C} \lambda} = 6 \cos\omega \, \sin\omega^2 \frac{\lambda C}{V} - 8 \sin\omega \cos\omega^2 \frac{\lambda^2 C^2}{V^2} + 3 \cos\omega^3 \frac{\lambda^3 C^3}{V^3}$$

ou bien

$$\frac{48\, g\, PC}{V^3 \varkappa \mathfrak{C} \lambda} = 6 \operatorname{cos}\omega \operatorname{s}\omega^2 \operatorname{t}\Phi - 8 \operatorname{s}\omega \operatorname{cos}\omega^2 \operatorname{t}\Phi^2 + 3 \operatorname{cos}\omega^3 \operatorname{t}\Phi^3.$$

Cette double ſuppoſition eſt très admiſſible. Car comme la viteſſe du vent, de même que la denſité de l'air, eſt très variable & que dans un tems calme $V = 0$, il faut néceſſairement mettre pour baſe une valeur déterminée de $V^3 \varkappa$, qui puiſſe produire l'effet donné PC. La queſtion revient donc à trouver l'arrangement de la machine qui y ſoit le mieux accommodé. Or la ſurface des aîles deviendra un *minimum* lorſque

$$6 \operatorname{cos}\omega \operatorname{s}\omega^2 \operatorname{t}\Phi - 8 \operatorname{s}\omega \operatorname{cos}\omega^2 \operatorname{t}\Phi^2 + 3 \operatorname{cos}\omega^3 \operatorname{t}\Phi^3 = \textit{maximum}.$$

Et il eſt évident que le *minimum* de la ſurface des aîles contribue à rendre le moulin plus compendieux pour un effet donné. Outre cela, quand le vent eſt très fort, les meuniers ſe voient obligés de diminuer la ſurface des aîles en repliant la toile qui les couvre.

IX.

De cette maniere la condition

$$6 \operatorname{cos}\omega . \operatorname{s}\omega^2 . \operatorname{t}\Phi - 8 \operatorname{s}\omega . \operatorname{cos}\omega^2 . \operatorname{t}\Phi^2 + 3 \operatorname{cos}\omega^3 . \operatorname{t}\Phi^3 = \textit{maximum}$$

eſt réduite à deux variables, & d'ailleurs on tient compte de la longueur des aîles λ, parce que $\lambda \mathfrak{C}$ doit être un *minimum*. Or en faiſant $\operatorname{t}\Phi$ variable, on trouve que ce *maximum* & ce *minimum* a lieu, lorſque

$$\operatorname{t}\omega = \frac{8 + \sqrt{10}}{6} . \operatorname{t}\Phi.$$

Poſons pour plus de briéveté $\operatorname{t}\Phi = \mu \operatorname{t}\omega$, & nous aurons

$$\frac{48\, g\, PC}{V^3 \varkappa \mathfrak{C} \lambda} = \operatorname{ſin} \omega^3 (6\mu - 8\mu^2 + 3\mu^3)$$

ou

$$\frac{48\, g\, PC}{V^3 \varkappa \mathfrak{C} \lambda} = 1,3796112 . \operatorname{ſin} \omega^3.$$

Ici donc nous voyons d'abord que l'angle ω ne donne un *maximum* que lorſqu'il eſt droit. Mais c'eſt ce qu'il faut éviter. Je dirai même que ſi

l'angle ω approche de 90 degrés tout ce calcul n'aboutira à rien. En voici les raisons.

X.

Dans le calcul on suppose que la surface des aîles est plane dans toute la rigueur géométrique; mais il s'en faut de beaucoup. Les aîles sont couvertes de toile, & la toile a une surface assez raboteuse & des cavités qui font que l'angle d'incidence GCB, tel qu'il est déterminé par la position des droites GC, BC, n'est pas celui qui résulte de tous les angles sous lesquels le vent tombe sur les fils de la toile. Si l'angle ω est $= 90°$, les aîles sont indifférentes à se mouvoir d'un côté plutôt que de l'autre. Mais pour peu qu'elles se meuvent, le vent accélérera leur mouvement. J'entens que la résistance de la machine ne soit pas trop forte pour les empêcher de se mouvoir. Une autre raison est que la toile qui couvre les aîles n'est pas parfaitement tendue. Elle cede à l'impression du vent & le vent la courbe en sorte qu'il y a plus de prise. Ces raisons font que l'angle ω est moins propre à déterminer le *minimum* de $\lambda\mathfrak{C}$, & qu'il vaut mieux s'en tenir à l'angle Φ, comme je viens de le faire.

XI.

Comme

$$t\Phi = \mu t\omega = \frac{\lambda C}{V}$$

il s'ensuit que

$$C = \frac{\mu V t\omega}{\lambda}.$$

Cette valeur étant substituée donne

$$\frac{48g}{\varkappa} . P = V^2 \lambda^2 \mathfrak{C} . s\omega^2 \cos\omega (6 - 8\mu + 3\mu^2),$$

ou bien

$$\frac{36g}{\varkappa} . P = V^2 \lambda^2 \mathfrak{C} . s\omega^2 \cos\omega . \frac{84 + 24 \sqrt{10}}{37 + 8 \sqrt{10}}.$$

Si donc V, λ, $\mathfrak{C}$ sont données, la force P devient un *maximum* lorsque

$$t\omega = \sqrt{2}.$$

Cette équation combine donc le *maximum* de la force du vent relativement à l'angle ω, avec le *minimum* de la surface des aîles relativement à l'angle Φ. Et comme le produit PC est une quantité donnée, il est clair que ce *maximum* de la force P donne en même tems le *minimum* de la vitesse C des aîles ou du point fixe E. Ce *minimum* contribue de son côté à rendre le mouvement des aîles aussi peu violent qu'il est possible pour un effet PC donné. Et comme pour ce même effet les aîles sont aussi petites qu'elles peuvent l'être, il n'y aura gueres de meilleur parti à prendre.

XII.

Nous avons donc les équations suivantes

$$t\omega = \sqrt{2}, \qquad \omega = 54^\circ.\ 44',$$

$$t\Phi = \frac{6\sqrt{2}}{8+\sqrt{10}}, \qquad \Phi = 37.\ 14\tfrac{1}{2},$$

$$\frac{gPC}{\varkappa} = \frac{7+2\sqrt{10}}{376+101.\sqrt{10}}.\sqrt{\tfrac{2}{3}}V^3\epsilon\lambda = 0{,}01564511.V^3\epsilon\lambda.$$

$$C\lambda = \frac{6\sqrt{2}}{8+\sqrt{10}}.V = 0{,}7601747.V,$$

$$\frac{gP}{\varkappa} = \frac{V^2\lambda^2\epsilon}{54\sqrt{3}} = 0{,}02058094\ V^2\lambda^2\epsilon.$$

Et comme $g = \frac{1000}{64}$ piés de Rhin, & $\varkappa = \frac{1}{12}$ livre, on aura

$$PC = 0{,}00008344059.V^3\epsilon\lambda,$$

$$P = 0{,}0001097650 1.V^2\lambda^2\epsilon.$$

XIII.

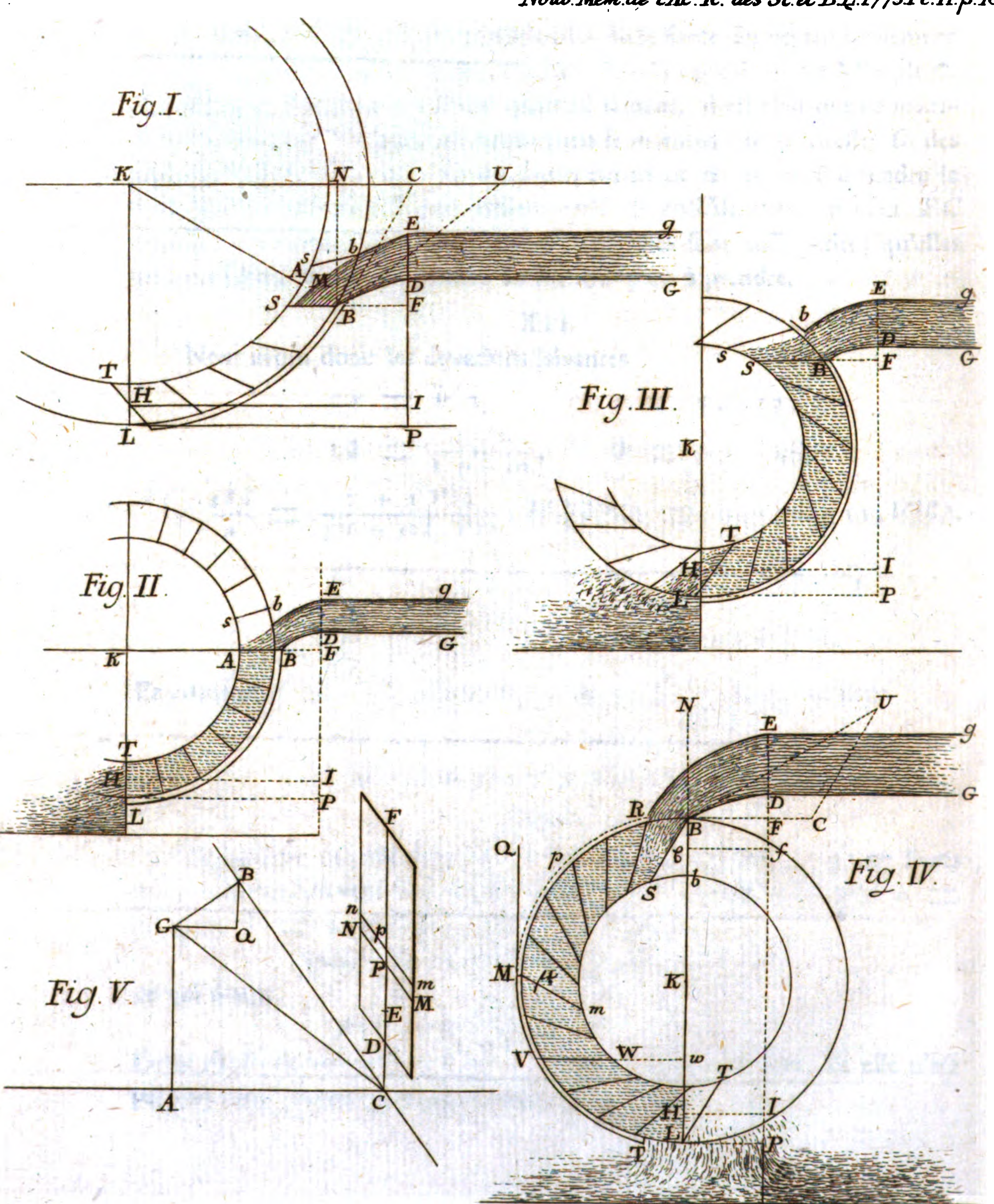
Supposons, comme dans les Mémoires précédens, $PC = 3247$ livres pour le cas où l'on veut faire tourner deux meules. Faisons de plus $\lambda =$ 30 piés, $\epsilon = 24$ piés pour 4 aîles, nous aurons

$$3247 = 0{,}00008344059.720.V^3$$

ce qui donne

$$V = 37{,}8 \text{ piés}.$$

Cette vitesse du vent est environ le tiers du vent le plus fort, & elle n'est pas fort rare, surtout pendant l'hiver.


Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IV.
Fig. V.

Si on ne veut faire aller qu'une de ces meules, on aura $PC =$ $1623\frac{1}{2}$ livres, ce qui donne $V = 30$ piés. Cette viteſſe n'eſt gueres moins grande que la précédente. On voit par-là que quand le vent ſouffle avec aſſez de viteſſe pour faire tourner une meule, il ne faut qu'un quart de la viteſſe de plus pour en faire tourner deux. C'eſt que l'effet ou le moment ſtatique eſt en raiſon du cube de la viteſſe. Cela fait qu'une viteſſe double produit un effet octuple, & fait tourner 8 meules lorſque la viteſſe ſimple n'en fait tourner qu'une ſeule.

Si au lieu de 4 aîles on en emploie 6, la viteſſe du vent requiſe pour produire le même effet n'en eſt diminuée que de $\frac{1}{8}$ partie. Ainſi le meilleur parti qu'on puiſſe prendre c'eſt de multiplier les meules & de les faire de différente grandeur, afin que le vent foible puiſſe du moins faire tourner la plus petite, & qu'à meſure que la viteſſe du vent augmente il puiſſe faire tourner & plus de meules & de plus grandes.

HISTOIRE

d'une maladie tout à fait extraordinaire.

PAR M. COTHENIUS.

Traduit du Latin.

Il s'agit d'une femme dans le corps de laquelle on a découvert, pendant le cours de sa vie, LXXI aiguilles, dont la plûpart ont été tirées par la main du Chirurgien, quelques-unes ont percé à travers divers endroits, ou sont sorties par les selles: & dans la dissection anatomique du cadavre de cette femme, il s'est encore rencontré plus de LX aiguilles d'une longueur étonnante, dispersées dans les différens visceres.

Ce cas sur lequel je fus consulté par lettres l'année passée, offre une suite de symptomes véritablement inouis, de sorte qu'on trouveroit difficilement son semblable. C'est ce qui m'a engagé à en rassembler les circonstances, & à les exposer à cette illustre Assemblée.

Mais, pour ne pas donner trop d'étendue à l'explication de cette maladie, & ne pas fatiguer des oreilles peu accoutumées à de semblables détails, je ne me livrerai point ici aux discussions de Pathologie & de Thérapie auxquelles mon sujet donneroit lieu; & je croirai m'être suffisamment acquitté de ma tâche en rapportant tout ce qu'a offert l'inspection du cadavre de cette femme, morte de maladie.

Mon dessein étant néanmoins, non de fournir un simple aliment à la curiosité, mais de rapporter ce Mémoire à l'utilité publique, à laquelle je consacre toutes mes recherches, je vous demande la permission de commencer par faire succinctement l'histoire de la maladie.

La femme en question étoit âgée de XXXV ans, d'un tempérament sanguin, d'une constitution délicate, d'une taille médiocre, un peu chargée

auparavant d'embonpoint, d'un esprit vif, & avoit mis cinq enfans au monde. Dans son enfance elle avoit essuyé quelques attaques de nerfs qui n'eurent point de suites, mais lorsqu'elle eut atteint sa quatorziéme année, elle tomba dans une maladie spastico-convulsive des plus fâcheuses, & qui dura un mois.

S'étant mariée à seize ans, elle eut une couche heureuse au bout de l'an. Mais, dans le cours de la seconde couche, quelque passion de l'ame la fit retomber dans son ancien mal spasmodique, dont elle se tira encore, jusqu'à ce qu'il survint au bout de quatre ans une rechûte, accompagnée de constipation & d'une suppression d'urine, qui, chose incroyable, dura dix jours.

Les autres symptomes dont elle fut affligée, après avoir cessé d'être féconde, furent une hémorrhagie énorme de l'uterus, à la suite d'une fausse couche causée par une grande passion. Il fallut un an avant que ce flux de sang cessât; & la malade demeura dans le plus grand épuisement. Les remedes ayant à la fin détruit entiérement ce mal, il survint de vives douleurs dans l'abdomen, des anxiétés præcordiales, de l'asthme, avec un visage bouffi, & une diminution successive des menstrues, qui cesserent à la fin entierement. Quand cet état eut duré une couple d'années, il fut suivi de cachexie, d'hydropisie, d'une constipation opiniâtre, de déjections blanches & de dysurie. On vint à bout de dissiper l'hydropisie; mais la treve fut de courte durée, car le printems amena l'hémoptisie, à laquelle succéda une fievre hectique, accompagnée de sueurs colliquatives; l'excès de la constipation fit place à un cours de ventre copieux, qui causoit des douleurs tant de l'abdomen que du thorax.

Cette complication de maux ne laissa pas d'être vaincue au point que la malade passa une année dans un état supportable, n'étant incommodée que de fleurs blanches; mais l'imprudence qu'on commit en les faisant passer, produisit une fievre maligne. Elle en fut encore délivrée, mais pour retomber dans un mal spasmodique qui se faisoit surtout remarquer par la constriction du gosier & de la langue. Pendant le paroxysme la langue s'enfloit, & devenoit d'un rouge noirâtre; à quoi succédoit un tremble-

ment de la tête, qui se retiroit en arriere vers le dos avec une extreme violence. Ce paroxysme avoit des retours périodiques, & chaque fois il duroit deux à trois heures, finissant par une chaleur ou sueur; le mal même fut d'un mois, au bout duquel il se termina par un exantheme pourpré dont toute la surface du corps étoit couverte. L'œdeme & la cachexie revinrent ensuite. Avec cela il lui sembloit ressentir des piquures universelles.

Afin que le corps de cette infortunée fût le rendez-vous de tous les maux imaginables, il lui survint une paraplégie du côté droit. La parole, après avoir été perdue, revint peu à peu; mais il fallut soutenir une léthargie de huit jours, qui fut dissipée par une fievre aiguë pendant laquelle se manifesta un pourpre rouge & blanc. La constipation étant revenue avec force, aussi bien qu'une suppression d'urine presque totale, le premier de ces maux ne céda qu'à des clysteres nitrés; & une sueur des plus abondantes & fort fétide suppléa au défaut de l'urine. La malade n'avoit point d'appétit; l'abdomen gonflé étoit tout à fait dur; & ce corps ruiné ne se soutenoit plus qu'au moyen de quelques tasses de lait ou de bouillon prises de tems en tems. Les Médecins ayant abandonné la malade, elle se traita elle-même, d'abord en s'appliquant pendant vint-quatre heures sur l'abdomen un cataplasme de lentilles cuites dans de l'eau; elle avaloit aussi par un tuyau de la fumée de tabac noir avec de la semence de nielle; & en répétant cette opération plusieurs fois par jour, cela excitoit une multitude de rots, dont elle recevoit quelque soulagement. A la fin elle prit deux grains d'or fulminant, qui lui lâcherent à la vérité le ventre, mais qui la mirent pendant deux heures dans un état où elle sembloit à demi-morte. Dans la suite une infusion de quinquina & de rhubarbe rendit aux selles leur cours ordinaire, & chasserent même une boule fort dure avec du sang épaissi; ce qui causa une chûte du fondement; l'urine qui s'ensuivoit, étoit noire. Cette infortunée tâchoit de rétablir sa santé à l'aide de quelques semences, telles que le gruau d'aveine & l'orge mondé; elle prenoit aussi du bouillon de viande au persil, & de tems en tems une cueillerée de lait de chevre. Ayant fait au printems une cure de petit lait de chevre, elle se trouva dans le

cas

cas de n'avoir plus à se plaindre que des piquures qu'elle ressentoit en différentes parties de son corps. L'année suivante, au mois de Janvier, elle eut un catharre suffoquant, dont la saignée faite à tems détourna l'effet. Les spasmes hystériques hevinrent, qui dégénérerent en convulsions, & firent sortir des efflorescences pourprées.

A ces symptomes succéderent l'hémoptysie, l'hémorragie des narines & les vomissemens d'un sang noir & fétide, les menstrues demeurant alors supprimées, & les déjections étant blanches, avec un pouls intermittent: ce qui faisoit soupçonner aux Médecins, non seulement un squirre du foie, mais même un polype.

En attendant les douleurs semblables à des piquures augmentoient dans la région du ventricule. Au mois de Juin, tandis que la malade s'occupoit à rentraire des bas avec une aiguille, elle eut un vomissement de sang si copieux qu'elle tomba en défaillance à la renverse sur le lit où elle étoit assise; mais une vive douleur à la poitrine la fit revenir à elle, avec l'idée qu'elle venoit de s'enfoncer dans la mammelle l'aiguille avec laquelle elle travailloit, car en tâtant l'endroit affecté, il lui sembloit sentir une aiguille, mais qu'elle ne pouvoit venir à bout d'arracher. Depuis elle éprouva très souvent plusieurs piquures semblables à sa mammelle, & dans la région des fausses côtes. A la fin, à force de presser, elle tira une aiguille sans orifice, différente de celle dont elle s'étoit servie. Depuis cela il lui sembla de sentir des piquures d'aiguille par tout le corps; & s'étant servie pour les chercher & les tirer de la main d'un Chirurgien, il en sortit en divers tems jusqu'à trente-six.

Le vomissement de sang revint. Les piquures se firent de nouveau sentir; & l'on tira une longue aiguille de la région ombilicale, trois de la mammelle, une de la région de l'estomac, & d'autres du bas ventre; comme encore à une nouvelle reprise, deux de la mammelle, trois de l'abdomen, & une au dessus du ventricule: finalement deux de la mammelle & une du bas ventre.

Il survint à la malade, après une violente passion de l'ame, une défaillance de six heures, ou plutôt, à ce que je crois, une suffocation hystérique, qui ébranla fortement tout son corps.

Une constipation de dix jours, & une suppression d'urine de 48 heures s'ensuivirent; on y apporta du remede au moyen de l'huile animale de Dippel & du camphre. L'émétique & une forte dose de sel d'Angleterre furent nuisibles; une infusion domestique de feuilles de séné procura quelque soulagement; & au fort de douleurs atroces il sortit une aiguille de deux pouces par l'anus avec des excrémens sanieux. Deux autres aiguilles sortirent de la mammelle à l'aide d'un couteau; & par la simple pression, on en tira une qui avoit quatre pouces de longueur. Peu de jours après, il en sortit deux de la mammelle, & une du périnée; puis au bout de quelques autres jours, la section en tira de nouveau deux de la poitrine.

De ces aiguilles, les unes étoient d'une longueur notable, d'autres médiocres & d'autres petites: les moindres siégeoient presque toutes dans la mammelle; les médiocres au contraire étoient situées au dessus du ventricule & dans l'hypocondre gauche; enfin les plus grandes dans la région hypogastrique, partie longitudinalement, partie latitudinalement. Jamais elles n'ont produit aucune suppuration, étant comme ensévelies profondément sous la graisse; & ce qu'il y a de bien remarquable, c'est que la malade a presque toujours senti d'abord les douleurs au dessus du ventricule.

Le nombre de ces aiguilles qui ont été tirées, ou qui sont sorties d'elles-mêmes, alloit à soixante-neuf.

Tel est le tableau de cette longue suite des maux les plus accablans, comme il a été tracé de la main de la malade même; & rien assurément n'est plus propre à inspirer une vive compassion. Pour passer présentement à l'explication de la maladie, je n'ai pas hésité à la ranger dans la classe de celles qui concernent les nerfs, dont l'origine remonte à la naissance même, & qui supposent des fibres très irritables. Il est constant que les grandes passions exercent principalement leurs effets sur les nerfs, & qu'en faisant concourir tout le genre nerveux à de violentes perturbations, elles détruisent de cette maniere l'ordre que la Nature avoit établi dans l'économie animale. On ne doit pas s'étonner après cela que la bile devenue plus âcre infecte le sang. De plus, les constrictions spasmodiques du genre nerveux tant de fois réitérées, embarrassent le cours du sang dans les viscères abdo-

()

minaux, furtout dans l'*uterus*: & dans cet état, le fang étant corrompu par la ftagnation, il fe mêle avec le liquide nerveux une matiere femblable à du venin, qui parcourt les nerfs, & qui met des obftacles à toutes les efpeces d'excrétions & de fécrétions, tantôt en relâchant les glandules excrétoires, tantôt en déchirant les vaiffeaux fanguiferes, d'où le fang s'échappe avec abondance. A quoi il faut ajoûter que les fleurs blanches fupprimées par un mauvais traitement ont beaucoup augmenté la qualité venimeufe du fang. Qui eft-ce qui ignore à quel point l'état de l'ame dépend de la fanté du corps, & combien le cerveau fouffre de modifications dans les conftrictions fpafmodiques, qui obfcurciffent les idées, & détruifent quelquefois entierement la raifon, de façon que les perfonnes qui font dans cet état ne favent ce qu'elles font & n'en confervent aucun fouvenir? Cela me fait regarder comme une conjecture certaine que la malade, dans de femblables paroxyfmes, a avalé ces aiguilles, ou fe les eft fourrées en divers endroits du corps.

Je n'entre pas dans le détail des remedes dont j'ai prefcrit l'ufage contre cette maladie; je me contente de dire qu'ils ont confifté en adouciffans antifpaftiques pour corriger l'acrimonie des humeurs, & en tout ce qui eft ami des nerfs.

Leur efficace n'a pas laiffé d'être telle, que la malade a joui pendant une année entiere d'une affez bonne fanté, fe plaignant feulement quelquefois d'une douleur de reins du côté droit, à laquelle elle ne faifoit prefque aucune attention, en penfant aux douleurs beaucoup plus fortes qu'elle avoit endurées.

Cependant les regles n'étoient pas revenues. Ce fut la principale caufe, jointe au fouvenir de tous fes maux paffés & à la crainte d'y retomber, qui engagea la malade à venir me confulter à Berlin, après en avoir eu plufieurs fois le deffein auparavant. Une douleur fourde de reins vers l'*ileum* droit faifoit foupçonner qu'il fe préparoit de nouvelles attaques.

Cette perfonne arriva fort épuifée, vers la fin d'Avril, par un tems froid & pluvieux, ayant paffé vint-quatre heures de fuite fur une voiture publique, & confervant néanmoins de la gayeté. Mais quelques jours après ce

voyage, ses forces diminuerent considérablement, elle perdit l'appétit, devint altérée, eut la respiration embarrassée, une petite toux, des anxiétés præcordiales, le pouls rapide; & la douleur du dos, tirant vers l'os *ileum*, s'accrut au point qu'elle ne pouvoit plus marcher.

Malgré tout cela, on ne put venir à bout de lui persuader de garder le logis, & de s'occuper du soin de sa santé; des affaires dont elle croyoit que dépendoit sa fortune, l'engageoient à se traîner, comme elle pouvoit, hors de la maison.

Ces fatigues aggraverent beaucoup les symptomes; la toux fut accompagnée de crachemens de sang, le pouls devint tout à la fois rapide & dur, en un mot tous les signes de la fievre inflammatoire se manifesterent; le délire même s'en mêla; la douleur de l'*ileum* sembla passer dans les hanches, & devint aiguë, brûlante, poignante; avec une soif inextinguible. Le septieme jour de cette maladie, il survint une diarrhée de la matiere purulente la plus fétide, à laquelle on ne put apporter aucun soulagement; les forces furent entierement détruites, la fievre augmenta, le délire devint perpétuel; la cuisse immobile s'enfla jusqu'au genou sans rougeur.

Enfin l'onzieme jour de la maladie, malgré tous les secours & les efforts de l'art, cette infortunée, après tant de tourmens, trouva un doux repos dans sa mort qui arriva le 27 de Mai.

Je proposai au mari de permettre l'ouverture du cadavre, la défunte l'ayant souhaitée, afin que je pusse voir de mes propres yeux par la dissection ce que le raisonnement n'avoit pu me découvrir.

Je m'adressai pour cet effet à notre plus habile Anatomiste, M. le Professeur *Walter*, mon digne Confrere, & je le priai de m'assister dans cette opération, conjointement avec son Prosecteur, nommé *Pauli*, très exercé dans ce travail. Cet ami acquiesça volontiers à ma demande, rempli lui-même du désir d'approfondir un cas aussi nouveau; & il voulut faire la dissection de ses propres mains.

La premiere chose que nous remarquâmes à la surface du corps, ce furent les signes ou cicatrices à la peau des mammelles, sur l'estomac & en divers endroits de l'abdomen, qu'y avoit laissées le couteau du Chirurgien,

qui avoit tiré à diverses reprises les aiguilles dont il a été fait mention. Pour ne rien laisser échapper de ce qui se présenteroit dans cette dissection, nous avions chargé un Étudiant en Chirurgie d'écrire tout de suite ce qui s'offriroit à ses regards, ou ce que nous lui dictions.

La mammelle gauche ayant été ouverte avec le scalpel, on trouva d'abord à son bord inférieur gauche deux aiguilles situées obliquement sous la peau; & d'autres ensuite se présenterent derriere la substance de la même mammelle, savoir cinq au dessus du muscle qu'on nomme *serratus anticus major*, & sept sous celui qui est dit *pectoralis minor*, dans la région des côtes vraies troisieme & quatrieme, toutes les pointes étant tournées en dedans. La plûpart de ces aiguilles & de celles qui furent trouvées dans la suite, étoient tellement enveloppées de la substance celluleuse qu'elles sembloient faire un même tout avec elle, comme si c'eussent été des corps à étui; & on ne put les en séparer qu'au moyen du scalpel.

L'une de ces aiguilles, perçant à travers le grand muscle pectoral, autour de la seconde côte & de la troisieme, pénétroit jusques vers le bord inférieur de la seconde côte.

Les muscles sous la mammelle étoient dans leur état naturel & n'avoient point été amincis; la toile celluleuse étoit lâche partout, excepté dans les lieux où les aiguilles étoient placées & s'y étoient formé des étuis. Les autres existoient dans la toile celluleuse de la surface postérieure de la mammelle, là où elle repose sur le grand pectoral. Les dernieres occupoient un espace auprès du cartilage de la quatrieme côte & de la cinquieme.

Une chose remarquable, c'est qu'il n'y avoit, dans les muscles de la poitrine où ces aiguilles étoient enfoncées, pas le moindre vestige d'inflammation, tout y étant demeuré dans un état parfaitement naturel. Mais, dans toute la celluleuse de la région épigastrique jusqu'à la partie supérieure & moyenne de la région ombilicale, on observoit une noirceur particuliere qui n'étoit pas naturelle, semblable à celle dont les glandes bronchiales sont teintes. Or on trouva dix aiguilles dans la région épigastrique.

Au cartilage de la ſeptieme côte, ſous le muſcle droit de l'abdomen du côté gauche, la pointe d'une aiguille avoit pénétré le cartilage de la côte à peu près de la longueur d'un demi-pouce, & il y en avoit une autre cachée au deſſous de celle-là derriere le muſcle droit de l'abdomen. Une troiſieme étoit ſituée dans la lame poſtérieure de l'étui qui ſe forme par la réunion des muſcles aſcendant & transverſal de l'abdomen. Cette derniere aiguille avoit un pouce & demi de longueur.

Après l'ouverture du thorax, une aiguille s'offrit attachée au lobe ſupérieur du poûmon gauche, à l'endroit qui répond à l'interſtice entre la troiſieme côte & la quatrieme, du côté droit; la pointe de cette aiguille étoit tournée en dedans, pénétrant environ de l'épaiſſeur d'une ligne dans la ſubſtance du poûmon; ſans que la partie qui l'environnoit parût durcie ou enflammée.

Quelques aiguilles s'étoient placées au deſſus du muſcle droit dans la région hypogaſtrique: il n'y en avoit qu'une ſeule dans toute la partie inférieure du muſcle droit, au deſſus du mont de Vénus.

En paſſant à l'ouverture de l'abdomen, il ſe préſenta une aiguille piquée dans la partie moyenne du grand *omentum.*

Tout auprès du lobe quarré du foie, il exiſtoit quelques traces d'une aiguille dont il étoit auſſi reſté une petite portion: il n'y avoit d'ailleurs rien que de naturel dans le foie, aucune dureté, ni aucune expanſion.

La véſicule du fiel renfermoit une pierre de la groſſeur d'une noix muſcade.

A la fin du ventricule, obliquement, près du pylore ſe rencontroit une aiguille dont la rouille avoit détruit la moitié; d'autres qui ſe trouvoient dans le *duodenum,* étoient tournées la pointe en dedans.

Dans la partie transverſale du *duodenum* étoit enfoncée une grande aiguille de laiton avec une tête, de la longueur d'environ cinq pouces, qui, en traverſant le *duodenum*, pénétroit un peu, obliquement, le lobe droit du foie; la tête de cette aiguille tenoit encore dans le *duodenum.*

Dans le *proceſſus vermiformis* ſe trouverent attachées ſept aiguilles d'un pouce de long, ayant les pointes tournées contre le colon.

On apperçut au mésentere de l'intestin *ileum* une aiguille fort longue, de deux pouces & demi, ayant la pointe tournée vers l'intestin & le gros bout vers le muscle.

Dans cette partie du colon que les Anatomistes nomment *S. Romain*, flottoit aussi une seule aiguille, d'un pouce & demi de long, qui ne tenoit par aucun endroit aux parois de l'intestin.

Une autre aiguille, encore plus bas, dans la courbure droite du colon, d'un pouce & demi de long, étoit entierement mobile.

On en découvrit ensuite une dans le mésocolon, vers le commencement du *jejunum*, pareillement mobile & d'un pouce & demi de long.

La trompe de Fallope gauche étoit gonflée de beaucoup d'eau, de sorte qu'elle avoit acquis l'épaisseur d'un pouce: l'*uterus* étoit aussi plus dur que dans l'état naturel.

La ratte & les deux reins étoient parfaitement naturels; mais sous le rein droit, au dessous du grand *psoas* & de l'iliaque interne, résidoit une liqueur putride de la plus mauvaise odeur, d'un brun-noirâtre, dont la quantité pouvoit aller à une demi-pinte, & qui s'étant insinuée dans tous les interstices des muscles de la cuisse, l'avoit extrêmement gonflée.

L'os *ileum* étoit tout rongé par la carie; & la liqueur susdite avoit rongé le péritoine, dans l'endroit où il se sépare du grand *psoas*, de la circonférence à peu près d'une piece de deux gros: & c'est par cette voie que la liqueur ichoreuse s'étoit répandue dans la cuisse.

La carie de l'*ileum* démontre qu'il s'y étoit formé d'ancienne date, & même depuis plusieurs années, un abscès qui s'offrit effectivement aux yeux & au nés; mais, comme il étoit renfermé dans une membrane, il ne causa pas ces douleurs insupportables qui accompagnent les abscès, mais de simples pressions douloureuses dans le dos & dans la région iliaque; jusqu'à ce qu'à la fin la matiere ichoreuse s'étant de plus en plus accumulée, & étant devenue plus âcre, fut mise en mouvement par un voyage de seize milles, & ayant rongé le péritoine, parvint jusqu'aux interstices des muscles de la cuisse; ce qui, tant par l'irritation des parties sur lesquelles cette matiere

venimeuſe couloit, que par ſa réſorption, alluma une fievre qui, au bout d'onze jours, la coucha dans le tombeau.

Il n'eſt pas auſſi évident, ſi cet abſcès provint des aiguilles qui s'étoient enfoncées dans l'endroit ſusdit, & que la matiere de l'abſcès détacha dans la ſuite; ou s'il fut la ſuite de quelque métaſtaſe de la matiere arthritique qui abondoit dans le ſang, & que la Nature dépoſa dans cet endroit; ou bien auſſi, une partie du ſang menſtruel, retenue par la ſuppreſſion des regles, & raſſemblée au lieu ſusdit. Je ne croirois pourtant pas courir grand riſque de me tromper, en conjecturant que la matiere arthritique, après avoir longtems erré par tout le corps, comme les ſymptomes en font foi, s'étoit ſéparée du ſang menſtruel, qui ne pouvoit plus découler de l'*uterus* & s'étoit raſſemblée, par l'effet des ſpaſmes de l'*uterus*, dans la membrane qui enveloppe l'os *ileum*, & y avoit formé un dépôt; ce que je regarde comme une cauſe éloignée de la mort, d'où réſulta par la longueur du tems une cauſe prochaine, à laquelle aucun art ne pouvoit remédier.

Le nombre des aiguilles que la diſſection a fait trouver dans les parties tant externes qu'internes du cadavre, & qui étoient de diverſes grandeurs, alloit à quarante-ſix. La plus longue & la ſeule qui eût une tête, eſt celle de laiton dont nous avons parlé; ſa ſubſtance n'avoit point été rongée, ni ſa couleur changée; on n'y remarquoit aucune aſpérité, & elle ſembloit plutôt s'être polie. Les voici toutes que j'ai l'honneur de préſenter à cette illuſtre Aſſemblée.

En ajoûtant à ce nombre les ſeptante que la défunte aſſuroit avoir en réſerve chez elle, & dont elle avoit apporté les deux dernieres qu'elle s'étoit tirées, la ſomme totale ſera de cent-vint, & au delà.

La plûpart de ces aiguilles étoient enduites d'une eſpece d'encauſtique bleuâtre, pareil à celui que quelques Artiſtes donnent à certains ouvrages d'acier; les autres étoient rouillées & caſſantes, ou tout à fait détruites & fondues dans une eſpece de bouillie noire; quelques-unes étoient enveloppées dans une eſpece d'étui, formé par la toile celluleuſe.

Ce que j'ai déja indiqué comme très remarquable, c'eſt qu'aucun des endroits entamés par les aiguilles, n'avoit ni dureté, ni inflammation, ni ſquirre

ſquirre procédant de quelque inflammation non diſſipée: ce que je crois devoir attribuer à la fineſſe de la pointe de ces aiguilles, qui en piquant quelque vaiſſeau ſanguin, lymphatique ou ſéreux, ne faiſoient pas une plaie ſuffiſante pour que le ſang, la lymphe ou la ſéroſité en ſortît; à quoi il faut ajoûter que ces pointes d'aiguille demeurant arrêtées dans les orifices qu'elles venoient de dilater, les bouchoient tout de ſuite; au lieu que dans les plaies ordinaires, ces orifices demeurent ouverts, & laiſſent couler le ſang ou la ſéroſité. Quand avec cela les plaies ont été faites par des inſtrumens qui n'étoient pas bien pointus, ou bien polis, les fibrilles percées ſe déchirent, & de là réſultent les douleurs, les inflammations &c. Si quelque corps étranger demeure dans la plaie, les douleurs ne ceſſent point, & pour l'ordinaire excitent la fievre. Enfin, ſi quelque nerf eſt preſſé, cela produit pluſieurs maux, entre lesquels je compte le ſpaſme cynique.

Dans l'immenſité d'Obſervations qu'ont publiées, de tout tems, les Médecins attentifs à ce qui ſe paſſe dans le corps humain, on chercheroit vainement un cas ſemblable à celui-ci. Les faits analogues rapportés dans les Mémoires de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, ne ſauroient entrer en aucune comparaiſon avec le nôtre. Tel eſt celui de l'Obſervation 106 de la ſeconde Décurie de la VII Année, où il ne s'agit que d'une aiguille rendue par les ſelles, & celui de l'Obſervation 59 de la III Année, qui concerne une autre aiguille qui a paſſé avec l'urine. L'Obſervation 69 de la VII Année fait mention d'une aiguille avalée qui perça le ventricule & ſortit par le côté. Dans l'Obſervation 141 de la premiere Décurie de la III Année, il eſt queſtion d'une aiguille fichée dans l'œſophage, qui, au bout d'un an, fut heureuſement pouſſée dans le ventricule au moyen d'une bougie, & qui ſortit enſuite par l'*anus*. Enfin la ſeconde Décurie de la III Année contient l'Obſervation d'une aiguille avalée qui, au bout d'un mois, perça extérieurement & fut tirée autour du cartilage ſcutiforme. Mais je rapporterai ici deux hiſtoires plus mémorables, dont la premiere ſe lit dans le Tome XII des Mémoires de l'Académie Royale de Suede. Elle porte qu'une fille de dix-huit ans ayant dans la bouche pluſieurs aiguilles à tête, quelqu'un vint en badinant lui donner un coup derriere le dos, qui

l'effraya de façon qu'elle avala la plûpart de ces aiguilles. D'abord elle n'en ressentit aucune incommodité; mais, au bout de XVIII semaines, il survint des nausées, avec perte d'appétit; la déglutition devint si difficile qu'elle ne pouvoit prendre que des choses liquides; les dents se teignirent d'une couleur verte, & l'on apperçut vers la racine de la langue quelques aiguilles, qu'un Chirurgien tira avec des pincettes. Cette cruelle opération dura une quinzaine de jours, les aiguilles remontant successivement de l'estomac, à l'aide d'un vomissement que les Médecins procuroient par un émétique doux, de façon qu'il sortit XXXII aiguilles de cette maniere, après quoi la jeune fille fut entierement délivrée & guérie. Ce qu'il y a de surprenant, c'est que ces aiguilles n'avoient plus de pointes, & qu'elles s'étoient recourbées; ou même, si deux ou trois s'étoient trouvées contiguës, elles s'étoient entortillées ensemble.

L'autre histoire assez approchante de celle-ci se trouve dans le III Volume des nouvelles Éphémérides des Curieux de la Nature pour l'année 1730. La voici. Une Comtesse de dix ans avoit coutume de ramasser les aiguilles qui se trouvoient sur le plancher, de les cacher entre ses dents, & de les y garder plusieurs heures. Sa mere, qui le lui avoit sévérement défendu, l'épioit soigneusement. Il arriva un jour que la fille de chambre laissa sur la table un étui plein d'aiguilles; aussitôt la jeune Comtesse en prit une pincée qu'elle cacha comme de coutume entre ses dents; la fille de chambre qui s'en apperçut, courut en avertir la mere, qui vint sur le champ examiner le fait. La jeune Comtesse le niant, de peur qu'on ne lui ouvrît la bouche par force, avala les aiguilles & fut déclarée innocente. Le premier jour elle ne sentit rien; mais, dès le second, elle devint pâle & triste, elle fut dégoutée, & couroit de tous côtés avec de grandes angoisses. Elle se plaignit d'abord d'une douleur au creux de l'estomac, ensuite de tourmens autour du nombril. La mere ne se doutant de rien, crut que cela venoit des vers, & lui donna une décoction d'ail dans du lait, comptant de la soulager par là. Au bout de quelques jours, les douleurs se renouvellerent & devinrent très violentes dans la région lombaire, avec de la chaleur, des frémissemens & un vomissement continuel. On soupçonna

qu'il y avoit une pierre dans les reins, d'autant plus que la rétention d'urine s'y joignit; & les Médecins que l'on consulta, ayant adopté cette conjecture, firent appliquer extérieurement un onguent, qui soulagea en effet. Quinze jours après la déglutition des aiguilles, la fille de chambre trouva dans le lit & dans la chemise de la Comtesse des taches de sang qu'elle prit pour des regles prématurées. La mere en étant instruite fit appeller de nouveau le Médecin, qui trouvant l'urine fort teinte de sang, persista dans l'idée que cela venoit d'une pierre dans les reins; tandis que la mere s'en tenant au soupçon des regles, fit prendre en secret à sa fille une infusion de feuilles de mélisse, de menthe & de romarin avec du saffran. Enfin, dans la troisieme semaine, après un grand tenesme de la vessie, se manifesta une production singuliere qui en sortit avec l'urine; on la prit d'abord pour une pierre, de la grosseur d'une datte, ayant l'éclat d'une corne d'Ammon métallique, & marquée de longs sillons. Pour la mieux connoître, on la brisa au marteau; & ayant aisément éclaté en morceaux, on trouva qu'elle renfermoit neuf aiguilles à têtes.

Les histoires précédentes prouvent bien qu'on peut quelquefois avaler des aiguilles impunément, ou du moins sans perdre la vie; mais on y apprend en même tems de quelle maniere des aiguilles avoient été introduites dans le corps; au lieu que, dans le cas qui a fait l'objet de ce Mémoire, la chose n'est pas facile à découvrir. La défunte a constamment nié qu'elle eût jamais avalé d'aiguilles, ou s'en fût introduit dans le corps, ni que de son su, aucune personne, soit par malice, soit par badinage, lui en ait mis pendant son sommeil dans la bouche, ou enfoncé dans aucune partie du corps; ce qui avoit été cause qu'on avoit tenu beaucoup de propos désavantageux sur son sujet, les uns la taxant d'imposture, & les autres prétendant que le Diable s'en méloit.

La dissection de cette femme n'a laissé aucun doute sur sa véracité. Rien surtout ne la constate mieux, que cette longue aiguille de laiton qui, perçant le *duodenum*, pénétroit dans une partie du foie, & les autres aiguilles qui ont été trouvées dans le colon: car il n'est pas croyable que cette personne les eût volontairement avalées, pouvant aisément prévoir les

P 2

ſymptomes affreux qui en réſulteroient, & qui ne pouvoient manquer de ſe terminer par la mort la plus cruelle; comme en effet on ne ſauroit révoquer en doute que ces aiguilles n'ayent, ſinon en tout, au moins en partie, cauſé les horribles ſpaſmes, les convulſions & le vomiſſement de ſang dont elle fût travaillée. J'ai pris inutilement des informations pour découvrir comment un pareil nombre d'aiguilles étoit entré dans ſon corps; la ſœur entr'autres de la défunte, ſur la demande que je lui ai faite de ce qu'elle ſavoit ou croyoit à cet égard, m'a écrit qu'à l'âge de cinq ans, elle aimoit à jouer avec des aiguilles, & en tenoit fréquemment dans ſa bouche; & même que demeurant chez un marchand qui avoit des aiguilles dans ſon commerce, elle ſoupçonne que la défunte en ayant une fois mis en badinant dans la bouche un de ces paquets, enveloppés de papier bleu, qui renferment un aſſortiment de toutes ſortes d'aiguilles, elle fut ſurpriſe par l'arrivée imprévue du marchand, & dans la frayeur avala le paquet. Mais ſeroit-il croyable que cette enveloppe de papier bleu fût demeurée vint à trente ans dans l'eſtomac ſucceſſivement rempli de toutes ſortes de matieres, ſans être endommagée? Ne faudroit-il pas que, dans les fréquens vomiſſemens de la malade, il ſoit ſorti quelqu'une de ces aiguilles? Ajoûtez qu'elle avoit eu cinq groſſeſſes & cinq couches heureuſes, & que ce n'eſt qu'après qu'elle a ceſſé d'accoucher que les aiguilles ſe ſont manifeſtées.

J'en reviens donc à mon hypotheſe, parſuadé qu'elle agréera à tous ceux qui prennent l'expérience & la raiſon pour guides, c'eſt que dans les paroxyſmes hyſtériques que la défunte a endurés au plus véhément degré, ne ſachant alors abſolument ce qu'elle faiſoit, tourmentée par les angoiſſes de ſon mal, & cherchant du ſecours dans tout ce qui ſe trouvoit ſous ſa main, tantôt elle a avalé des aiguilles, tantôt elle s'en eſt enfoncé dans le corps, ſans éprouver aucun ſentiment douloureux; car, dans de ſemblables paroxyſmes, le ſang ſe porte copieuſement au cerveau, pouſſé par l'augmentation de la force du cœur; ce qui le modifie d'une façon toute extraordinaire, en comprimant plus ou moins le *ſenſorium commune*, en rendant toutes les idées obſcures, ou confuſes, & même en les effaçant, comme on le voit manifeſtement dans les apoplectiques & dans les épileptiques, qui ne ſen-

tent point l'action d'un fer brûlant, & qui n'ont aucun souvenir de tout ce qu'on a fait pour les tirer de leur état.

Je tire une preuve particuliere de la grande aiguille dont j'ai fait plus d'une fois mention; & je présume que la malade voulant se délivrer de ses angoisses d'entrailles, & se trouvant dans un état de suffocation, aura pris cette aiguille & l'aura introduite dans sa bouche pour la tenir ouverte & recouvrer la respiration, & que perdant ensuite connoissance, elle l'aura fourrée dans le gosier, d'où les muscles du pharinx l'auront précipitée dans le ventricule. Le vulgaire des femmes est dans une opinion qu'elles croient fondée sur l'expérience, c'est que dans de semblables paroxysmes, la matrice remonte & vient boucher le conduit de la respiration. Je ne nie pas le fait, & je conviens que dans ces situations le gosier & la trachée artere se resserrent tellement qu'on ne peut plus ni avaler, ni parler; mais la cause est toute autre que ces personnes ne l'imaginent, & la saine Physique leur apprendroit que ce qu'elles attribuent à un corps globuleux qui remonte, est uniquement produit par une constriction spasmodique.

CONSIDÉRATIONS
ſur la chûte des jeunes branches qui, dans certaines années, tombent en abondance des ſapins de nos forêts.

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

Le cas qui va faire l'objet de ce Mémoire, eſt un des plus ſinguliers de nos forêts, qui ſont remplies de ſapins très beaux & en plein accroiſſement. On eſt accoutumé à le voir revenir dans certaines années, dont l'ordre & le nombre ne ſont pas encore bien déterminés; & on ne l'obſerve que dans cette eſpece d'arbres, toutes les autres en étant exemptes, quand même elles appartiendroient aux arbres réſineux (*Nadelhöltzer*), entre leſquels il y a d'ailleurs une affinité naturelle fort prochaine, à cauſe de leurs feuilles pointues, de leurs pommes de pin & de leur ſuc huileux & réſineux. Peut-être cependant que le même fait exiſte à l'égard de ces arbres, où même de quelques autres eſpeces, mais ne s'y manifeſte que d'une maniere déguiſée & peu reconnoiſſable. Ce qu'il y a de certain, c'eſt que juſqu'ici aucun habile Forêtier, ni autre Obſervateur, ne l'a connu & n'en a fait mention que par rapport aux ſapins. Au reſte la choſe arrive, tant dans des forêts entieres que dans de petits diſtricts où ces arbres ſe trouvent plantés fort près les uns des autres, ſoit que la Nature les y ait placés par des ſemences voltigeantes, ou que l'art les y ait élevés. J'ai remarqué la même choſe, dans la même ſaiſon de l'année, dans ces boſquets de plaiſance où l'on fait venir les ſapins de plantations. Mais d'après la premiere inſpection de ces cas ſemblables, je n'ai d'abord pas pu découvrir, ſi leur origine devoit être rapportée à des cauſes naturelles, ou s'il falloit la déduire de circonſtances contraires à la Nature.

La multitude de ces jeunes branches tombées étoit plus considérable dans un tems que dans un autre; dans le cours de quelques années consécutives, je n'en rencontrois que fort peu, dispersées çà & là; & je pouvois toujours observer entre ces branches la différence dont je parlerai tout à l'heure avec plus d'étendue; mais il me paroissoit difficile de porter là dessus aucun jugement certain, jusqu'à ce que je fusse parvenu à recueillir un plus grand nombre de circonstances, pour en faire la comparaison, & arriver ainsi à répandre un véritable jour sur ce phénomene. Je remarquois à la vérité que la chûte des branches étoit plus ou moins abondante, mais non pas régulierement dans tous les lieux plantés de pins ou de sapins, la même année ou à la fois: mais tantôt c'étoit ici, tantôt là, & quelquefois seulement en même tems dans plusieurs, ou dans quelques endroits. Le tems de la chûte commençoit tantôt de meilleure heure, par exemple dans la seconde moitié d'Octobre, tantôt ce n'étoit qu'en Novembre & dans tout le cours de Décembre. J'ai aussi vu tomber de ces branches en Février, & lorsqu'il souffloit un vent d'Ouest modéré, cela duroit jusqu'en Mars.

Les signes qui sembloient présager cette chûte remarquable, étoient la douce température de l'air, & le tems où le vol des oiseaux de passage tire à sa fin; de sorte que peu après la mi-Octobre on rencontroit déja sous les sapins des branches isolées ou dispersées de 2, 1$\frac{1}{2}$ & 3 pouces. De ces branches les unes étoient généralement, ou pour la plûpart bonnes & sans dommage; c'étoient des rejettons crûs, ou détachés du jeune bois de la pousse de l'année; ou bien l'on y appercevoit des marques de quelque maladie précédente dans la moelle ou dans les conduits: il y en avoit aussi que les insectes avoient attaquées, ou que de plus gros animaux avoient pincées, ou même tout à fait mordues & emportées. La grandeur étoit assez généralement la même, de sorte qu'il étoit très rare que je trouvasse de ces branches qui eussent quatre pouces; & celles-ci n'étoient pas moins reconnoissables, comme appartenant à la pousse tardive de l'année.

Voilà les seuls signes qui se présentassent à l'observation dans la plûpart des années; & quelques recherches assidues que l'on fit dans le mois de Janvier suivant, ou même jusques vers la fin de Février, on ne trouvoit

point que le nombre de ces branches tombées fût accru; quoiqu'au mois de Mars le cas eût encore lieu. Dans d'autres années, dont je ne saurois déterminer le nombre & l'ordre, la chûte des jeunes branches de sapins étoit beaucoup plus abondante; & lorsque les présages susmentionnés avoient existé, elle alloit considérablement en croissant dans les mois de Novembre & de Décembre, de façon qu'insensiblement la terre sous ces arbres en étoit toute couverte. S'il arrivoit qu'on se tînt sous ces arbres par un vent d'Ouest un peu violent, on se trouvoit soi-même assailli par la quantité de ces branches tombantes. Au printems cette chûte continuoit encore par branches isolées; & le tapis verd dont les dimensions sous les arbres répondent à celles de leur couronne étoit çà & là fort épais, & avoit au delà d'un pouce de hauteur; & quand la neige qui avoit comprimé plus fortement ces branches étoit fondue, on pouvoit distinguer de loin les arbres qui en avoient le plus perdu par ce tapis verd, & encore mieux parce que leur couronne devenue beaucoup plus mince, avoit un triste aspect. Cette circonstance étoit décidée, quand la neige avoit été abondante en automne & en hyver, en sorte que les branches tombées en étant couvertes y avoient trouvé un asyle contre les tourbillons de vent. Tous les sapins ne perdent pas une égale quantité de branches, pas même les plus jeunes qui sont encore dans leur premier accroissement; mais ce sont les arbres les plus forts, & qui portent le plus de fruit, auxquels cela arrive principalement. Et dans les mêmes années, ces arbres sont tout garnis de fleurs mâles, & ont quantité de fruits, malgré la foule de rejettons qu'ils ont perdus.

Ce cas donc qui n'est rien moins qu'indifférent tant pour la Science des forêts que pour l'Histoire naturelle en général, demeure encore inconnu à la plûpart des hommes; mais il n'a pu échapper à l'œil attentif & pénétrant de ceux qui s'appliquent à la Science des forêts & à l'étude de la Nature, & à qui il est aisé de démêler ce qui suit le cours ordinaire & naturel d'avec ce qui tient à des causes extraordinaires. Dès qu'il s'offre un de ces derniers cas à leurs regards, ils savent aussitôt le distinguer & en recherchent les causes.

Quant

Quand, conformément aux circonstances susmentionnées, on rencontre sous des pins isolés une si grande quantité de jeunes branches de 1, 2 à 3 pouces, rassemblées les unes à côté des autres, au point qu'on peut en combler des mesures de $\frac{1}{16}$ ou même $\frac{1}{4}$ de boisseau, & qu'on voit à leurs pointes 2, 3 ou plus de boutons, qui faisoient l'espérance des branches de l'année suivante; il feroit fort facile qu'un semblable phénomene fît au premier coup d'œil quelque illusion, en s'imaginant qu'une si grande perte doit entraîner après elle un dommage encore plus grand par rapport à l'ensemencement futur & à l'accroissement du bois. Cette conjecture demeureroit spécieuse, si l'on ne considéroit pas plus attentivement ces branches tombées, pour découvrir si elles sont parfaitement saines & dans l'état naturel, si elles ont appartenu à de jeunes arbres, ou à de vieux arbres forts & portant un fruit abondant; ou si au contraire il y a des signes de maladies, ou d'accidens quelconques qui ont précédé, & en conséquence desquels leur chûte ait été inévitable.

Avant toutes choses, quoique l'analogie des circonstances soit un secours très favorable, il faut penser qu'elle ne nous conduit souvent qu'à des conséquences plus apparentes que réelles, & qu'ainsi il faut user de beaucoup de circonspection dans son usage, en se rappellant que la Nature, dans sa grande économie, a une infinité de fins directes & indirectes, auxquelles elle tend, dans chaque opération, suivant ses propres loix, & dont elle procure l'accomplissement par une foule innombrable de moyens.

Jamais on ne trouve parmi les branches qui tombent aucune branche principale, ni dont le bois soit parfaitement mûr; ce ne sont, comme on l'a dit, que *des rejettons de la pousse de l'année*. Or ces rejettons tombent précisément dans le tems où, dans les autres arbres, l'écorce commence à se changer en bois; ce sont des productions plus tardives que les autres, & qui n'ont été formées que proportionnellement à la durée du tems pendant lequel elles doivent être nourries & conservées, pour servir à porter la nourriture nécessaire dans les endroits où doit se faire l'éruption des fleurs mâles ou femelles au printems suivant, ou dans le voisinage de ces endroits. Quand cela est arrivé, & que les plus grosses branches commencent à se

changer en bois, ces rejettons ne ſont plus propres à cet uſage, & l'affluence du ſuc vers les branches étant devenue plus forte, elles ne ſerviroient qu'à le leur enlever; de ſorte qu'elles commencent à en recevoir moins, ce qui les diminue, & à la fin les affoiblit, juſqu'à ce qu'elles ſe détachent d'elles-mêmes & ſe ſéparent ſans la moindre réſiſtance des branches plus fortes. Qu'on ſe garde cependant de conclure des ſapins aux autres arbres réſineux, ou aux eſpeces qui demeurent toujours vertes & conſervent leurs feuilles; desquelles eſpeces la plûpart ont leurs loix propres de formation & d'accroiſſement, toutes différentes de celles des eſpeces avec lesquelles elles paroiſſent avoir le plus d'affinité.

Dans le premier Volume de mon *Introduction ſyſtématique à la Science des forêts*, Chap. 63. p. 473, j'ai fait mention de la chûte abondante des branches de pin, comme d'un cas particulier à certaines années, mais ce n'a été qu'en paſſant, & relativement à l'opinion de pluſieurs des Auteurs qui ont écrit ſur les forêts, que cette chûte des branches eſt toujours un préſage infaillible de l'abondante ſemence de l'année ſuivante. Et pour aſſigner un terme propre à cette idée, au lieu de celui d'*abfallen*, qui ſignifie ſimplement *tomber*, ils ſe ſervent du terme technique d'*abſpringen*, & nomment en conſéquence *Abſprung* les rejettons tardifs de la pouſſe de l'année qui tombent. L'habile Traducteur du grand Ouvrage de Mr. *du Hamel* ſur les arbres, Mr. *Oelhafen de Schöllenbach*, Intendant des forêts de la ville Impériale de Nuremberg à Grävenberg, & Grand-Baillif de la Forêt de St. Sebaldus, regarde ce fait comme étant ſi digne d'être plus ſoigneuſement obſervé & expliqué, qu'il en donne une deſcription fort bien faite, & que dans une Lettre qu'il m'a écrite, il m'en recommande l'examen ultérieur: ſurquoi je lui ai d'abord fait part de quelques réflexions préliminaires, en lui promettant de lui envoyer encore dans la ſuite un ou deux Mémoires ſur ce ſujet.

Je rapporterai ici les propres termes de la Lettre de M. *de Schöllenbach*, où il me communique les obſervations particulieres qu'il a faites (en 1773) dans ſa contrée.

„*Becmann* croit pareillement que ces branches détachées (*Abſprung*) ont „été coupées par la morſure des écureuils; mais M. *Oeffrei* au contraire, dans „l'Écrit où il ſe propoſe de démontrer, *que les Mathématiques rendent dans „la connoiſſance des forêts des ſervices dont on ne ſauroit ſe paſſer*, Part. II. „p. 120, enviſage la chûte de ces branches comme le préſage certain d'une „ſemence abondante, ſe rapportant à cet égard à deux Obſervations conſta-„tées, des années 1764 & 1767. Pour nous, nous eûmes effectivement „en 1764 des pommes de pin en fort grande quantité; mais il n'y en eut „pas autant en 1767, & la plûpart étoient remplies de vers. Mais alors „perſonne n'avoit fait attention à la chûte même: j'avois ſeulement ordon-„né, déja depuis pluſieurs années, à mes Forêtiers, de s'attacher à cette „obſervation, pour s'aſſurer de la vérité. En Novembre 1772, on me fit „voir de petites branches de pin tombées; mais il étoit manifeſte que la „plûpart avoient été détachées par des morſures, vu que les boutons & les „yeux en étoient tout rongés. J'attribue cela aux écureuils, aux inſectes, „ou auſſi aux oiſeaux qu'on nomme *Creutz-vögel*. Mais il y avoit de „ces branches qui n'avoient point été entamées. La chûte de ces petites „branches devint plus copieuſe vers la fin du printems, & dura juſqu'au delà „du mois de Mars, 1773. Pour peu qu'on s'arrêtât ſous un ſapin dans la „force de ſon cru, ou qu'on le ſecouât, on en voyoit tomber des branches „qui n'avoient point été mordues, mais dont l'extrémité étoit parfaitement „ronde & unie. Cependant tous les pins ne ſouffrent pas cet accident, & „ceux qui en ſont exempts, n'en portent pas moins abondamment des pom-„mes de pin. Encore avant le milieu du mois de Mai ces derniers étoient „tout couverts de fleurs mâles & femelles. Un pareil cas ne mériteroit-il „pas d'être l'objet de recherches plus approfondies?„

L'exactitude de la relation de M. *de Schöllenbach*, que je viens de rapporter, ne peut être conteſtée, au moins par rapport aux principales circonſtances; on obſerve préciſément la même choſe dans certaines années à l'égard de la plûpart de nos ſapins, quoiqu'avec une moindre variété de circonſtances. Cependant, pour ſe mettre mieux au fait, il faut bien analyſer ces circonſtances dans tous leurs détails, & alors on pourra ſe déterminer ſur

ce qu'il faut penſer là deſſus, ſavoir en quoi conſiſte ce fait, & en même tems ſi l'on peut & doit le regarder comme un avant-coureur infaillible de l'abondance des pommes de pin qui ne manque jamais de s'enſuivre, ou non. Les expériences rapportées dans la relation ſusdite s'accordent fort bien avec les miennes; mais j'ai eu occaſion d'en faire de nouvelles, & de les joindre aux précédentes: ce qui répand un plus grand jour ſur l'hiſtoire du fait. J'ai pu fréquemment comparer ces obſervations, ayant depuis environ trente ans toujours eu ſous les yeux des ſapins, tant du Hartz ou des montagnes de la Haute Saxe, qu'auprès de Berlin, dans notre Parc Royal & aux environs de pluſieurs plantages: tels qu'on les rencontre, ou crûs naturellement par des ſemences tombées d'elles-mêmes en terre fort près les unes des autres, ou plantés & élevés avec art. Dans tous ces différens endroits j'ai obſervé beaucoup plutôt la chûte des jeunes branches, tantôt plus, tantôt moins abondante; & cela m'a mis en état de parvenir à la découverte de la véritable cauſe de ce phénomene & de ſes variations.

En effet qu'y a-t-il de plus aiſé que de ſe méprendre dans la conſidération de ſemblables phénomenes quand 1. on n'examine pas ſoigneuſement tout d'abord les jeunes branches qui tombent, & qu'on ne dirige pas ſes recherches vers les circonſtances tant naturelles que non-naturelles qui ſe préſentent, avec l'ordre & l'attention qui conviennent; 2. on ne réfléchit pas ſur la ſaiſon de l'année, & 3. ſur la température de l'air, ces deux dernieres circonſtances tenant le plus ſouvent à un beaucoup plus grand nombre qu'on ne ſe l'imagineroit de celles qui peuvent le mieux nous inſtruire de la raiſon de cette chûte, puiſqu'après nous avoir fait connoître les différences à obſerver dans ce fait, elle nous menent par une voie fort abrégée à ſa véritable origine. La premiere choſe qui frappe ici nos ſens eſt la chûte même des branches, conſidérée comme l'effet commun de diverſes cauſes qui ſont propres à la produire; & la curioſité naturelle nous ſollicite d'abord à rechercher la multiplicité de ces cauſes, & à démêler parmi elles celle qui doit proprement en porter le nom. Souvent on néglige ce ſoin; & peut-être qu'on n'y auroit point du tout penſé, ſi le premier objet, ſavoir la chûte abondante des branches n'avoit donné occaſion de

penser à une cause, ou opération qui peut mener à d'autres conséquences, qui sont plus ou moins importantes, ou qui peuvent le devenir. Mais comme, tantôt cette chûte des branches n'arrive pas, tantôt elle n'est suivie d'aucune conséquence, cela l'a sans doute fait juger trop peu intéressante pour y donner une attention plus particuliere. Ajoûtez que, lorsqu'il paroit en résulter des conséquences, il s'y en trouve quelquefois d'étrangeres, des phénomenes qui ne tiennent point au fond même de la chose, comme on en rencontre des preuves suffisantes dans le récit de M. *de Schöllenbach*, & dans l'Écrit du Conseiller de la Chambre *Cramer*, intitulé *Prophétie d'une abondante fertilité des pommes de pin & des semences des sapins, fondée sur la chûte copieuse des jeunes branches.*

J'ai déja indiqué précédemment les précautions à prendre & les regles à observer dans l'examen & le jugement de ce cas. Comme les conséquences de deux ou de plusieurs effets ont quelquefois une trop grande conformité, voici les principales circonstances qu'il faut s'attacher le plus soigneusement à observer. La chûte des jeunes branches, comme je l'ai déja dit & comme Mr. *de Schöllenbach* l'a vérifié, commence avec le mois de Novembre, rarement plutôt, mais souvent plus tard. La pousse de l'année est alors parfaitement finie; les bourgeons pour l'année suivante sont formés dans les sapins, comme dans tous les grands arbres résineux, dans un nombre indéterminé aux extrémités des pointes des branches; & ces bourgeons contiennent déja les rudimens de la branche future ou de la fleur, n'attendant que le printems suivant pour se développer. Mais de telles branches sont de deux sortes différentes; celles qui sont fortes & saines ont déja un bois effectif & mûr; l'écorce qui se sépare toujours à mesure que le suc de l'arbre qui monte diminue, après avoir fait le tissu intérieur de la branche, est comprise dans la transformation en ce jeune bois, que nous nommons *Splint*. Les autres petites branches, ou rejettons tardifs, sont à la vérité placées & construites comme les autres; mais comme elles sont venues plus tard, elles ne reçoivent pas une nourriture aussi propre à leur accroissement, & ne jouissent pas non plus d'un Soleil assez actif, ce qui les empêche de parvenir à l'état d'un bois mûr. Elles

demeurent à la vérité encore quelque tems attachées à la branche principale, jusqu'à ce que finalement elles se dégagent de leurs boutons ou calices de leurs bourgeons, & ne tenant presque plus à rien, elles sont poussées par les autres & tombent. Mais comme elles ont appartenu à un arbre qui demeure toujours verd, elles conservent la belle apparence de leur couleur & de leur éclat & les feuilles y demeurent encore longtems: leur forme est ronde & leur écorce pleine de suc jusqu'à l'extrémité inférieure, par où elles tenoient au calice ou à l'étui du bourgeon. On les trouve telles jusques dans le mois de Mars sans altération sensible, jusqu'à ce que finalement, faute de parvenir à maturité, elles diminuent insensiblement & se rident. D'ailleurs on ne sauroit y remarquer aucune sorte de lésion extérieure, ni aucun défaut intérieur sensible,

Quand la chûte des jeunes branches dure encore en Décembre, & qu'il ne vient point d'autres causes à la traverse que celles qui ont été mentionnées, on ne sauroit observer aucune variété dans leur multitude. Quelquefois dès le commencement on rencontre çà & là des pommes de pin isolées presque mûres, qui ont été détachées par des morsures; & l'on peut conclure sûrement de là le retour prochain des *Creutz-vögel*, dont bientôt après on apperçoit voler de petites troupes de huit, douze, jusqu'à seize à la fois, jusqu'à ce qu'en Décembre ces oiseaux se séparent, s'accouplent, & déposent leur ponte sur les plus hautes branches, des sapins. C'est de toutes les especes d'oiseaux la seule qui offre quelque circonstance remarquable à observer dans une saison aussi rigoureuse.

Quand après l'hyver les jeunes branches tombent encore plus abondamment, on trouve à la fin de Mars, ou même plus tard, que la plûpart d'entr'elles sont encore fraîches & dans l'état naturel, telles que je les ai décrites ci-dessus; mais il y en a quelques-unes qui, sans avoir à la vérité aucun défaut, deviennent ridées dans l'écorce & la moëlle, de sorte que comparées aux autres elles ont moins d'apparence, & commencent à diminuer vers l'extrémité inférieure.

Ce n'est que dans les tems de l'année que nous avons indiqués, qu'on observe la chûte de ces jeunes branches; & parmi elles il ne s'en trouve jamais qui ayent été des rejettons principaux ou latéraux, qui au moins doi-

vent faire le nouveau jet, ou la cime de l'arbre que les experts dans la Science des forêts ont coutume de nommer *Quirl*, ou *Querl*, dans les especes de jeunes sapins qui sont en plein accroissement. Cette pousse, à laquelle le commun des gens de la campagne donne aussi le nom d'*accroissement de Mai*, se laisse aisément distinguer des autres à la simple apparence: les insectes dits *Phalæna tupionella* & *Dodecella Linn.* lui causent souvent du dommage, tant qu'elle est encore toute jeune & tendre, en sorte que toute la moëlle ayant été rongée hors de ses tuyaux, la branche ne tarde pas à se rider, & tombe à la fin en Juin. Toutes ces jeunes branches qui ont été poussées dans l'arriere-saison, & desquelles seules il est question ici, sont des rejettons tardifs de l'extrémité des pointes des rameaux ou branches d'en bas & du milieu des sapins qui sont prêts à porter du fruit; mais elles n'existent pas dans les arbres trop jeunes, qui prennent encore leur accroissement, & ne sont pas bien propres à fructifier.

Après avoir ainsi décrit suffisamment ces branches qui tombent, dans lesquelles on ne sauroit rien remarquer extérieurement de contraire à la nature, il faut parler de celles qui, dans la plus grande ou moindre quantité des branches tombées, se rencontrent tantôt isolées, tantôt faisant une partie de ces branches, & même la plus considérable. Quelquefois la chûte totale consiste dans cette seconde sorte de branches, qu'on peut distinguer en deux autres, qui ne laissent pas d'être saines, comme les précédentes; mais les pointes des bourgeons sont emportées, ou tellement rongées, qu'elles se dépouillent d'une partie de leur enveloppe, d'où le cœur a été enlevé d'une maniere tout a fait irréguliere. On remarque fort bien que tous ces dommages ont été causés par des animaux. On rencontre des branches dans cet état tant avant qu'après l'hyver; & l'accident des morsures peut leur arriver avant qu'elles tombent, ou bien ce n'est qu'après leur chûte qu'elles perdent leurs bourgeons, quand elles sont répandues sur la terre & encore fraiches, comme on peut l'inférer du desséchement des pointes auxquelles elles ont été fortement attachées, ou même de l'état des branches avant que de tomber, parmi lesquelles il y en a plusieurs qui n'ont plus de bourgeons, lorsqu'elles ne laissent pas de tenir encore.

Il y a encore d'autres jeunes branches qu'on rencontre ſous les ſapins dans les mêmes ſaiſons de l'année, en plus grande ou en moindre quantité, qui ont pareillement la même apparence ſaine, & reſſemblent à cet égard à celles dont on vient de parler, à cette ſeule différence près que leur écorce a ſouffert un peu plus de contraction & paroit contenir moins de ſuc, particulierement vers l'extrémité inférieure: ce que j'ai auſſi dit des autres. Quand on y regarde de plus près, on trouve les précédentes plus abondantes en ſuc que celles-ci; & ſi l'on fend une de ces branches dans ſa longueur juſqu'à la moëlle, cette moëlle ſe montre ſaine dans les premieres, mais elle s'y eſt deſſéchée peu à peu, au lieu que dans les ſecondes elle eſt atteinte de la nielle, dont on apperçoit les indices, tantôt comme des taches noirâtres, tantôt comme de ſimples filets capillaires. Perſonne ne ſauroit douter que, dans de pareilles circonſtances, la chûte des jeunes branches de la pouſſe tardive n'ait ſon principe dans une maladie précédente de la moëlle, dont on découvre les marques les moins équivoques. La mort de ces branches eſt une conſéquence inconteſtable d'une obſtruction irréſoluble de la moëlle tendre dans ſes canaux, ſoit que la branche demeure attachée à l'arbre, & ne vienne à être détruite qu'inſenſiblement, ou que le défaut de nourriture faiſant ceſſer l'adhérence avec la vie, le moindre mouvement, la plus légere ſecouſſe, ſuffiſe pour la faire tomber.

Cette chûte de la branche, de quelque maniere qu'elle arrive, tient non ſeulement aux circonſtances qu'on vient de rapporter, mais encore à d'autres qui précedent ou qui ſuivent l'hiver. Tout ce qui arrive en général aux plantes, dans l'état naturel des choſes, ſuivant la diverſité des ſaiſons & des terroirs, relativement à leur âge & à leur accroiſſement; tout cela, dis-je, eſt trop connu pour le répéter ici. Quand donc on parle de la fin de l'automne, de l'hyver & de l'entrée du printems, il s'entend de ſoi-même que le Soleil eſt alors le plus bas. Le cours ordinaire de ces ſaiſons nous met aſſez au fait de l'état par lequel paſſent alors nos différentes eſpeces d'arbres, dont les ſucs ſont dans un beaucoup moindre mouvement, & qui acquierent par conſéquent beaucoup moins d'accroiſſement dans leurs dimenſions. Quand on joint à cela ce qu'on ſait du mouvement naturel

des

des ſucs, plus lent encore dans nos arbres réſineux, & dans preſque toutes les eſpeces de ceux qui demeurent toujours verds, & qu'on le compare à ce qui ſe paſſe dans les jeunes arbres des eſpeces qui perdent leurs feuilles annuellement, on parviendra ſans peine à ſaiſir la véritable cauſe du phénomene ſi ſouvent mentionné qu'offrent les ſapins dans certaines ſaiſons de l'année. En hyver, l'affluence du ſuc trop conſidérablement diminuée doit le cauſer, tandis qu'au printems, quand la belle ſaiſon recommence, les ſucs encore trop épais ſont pouſſés avec force & rapidité vers toutes les parties de la ſurface. Car, dans les unes & les autres de ces circonſtances, les rejettons tardifs, & les branches qui ne ſont pas encore mûres & n'ont pas été changées en bois, peuvent ſe détacher aiſément & abondamment des enveloppes de leurs bourgeons, à cauſe de la foible liaiſon de leurs fibres & de la moëlle avec les branches principales, & du rallentiſſement imperceptible dans le mouvement du ſuc, qui a précédé.

S'il ne reſte aucun doute ſur ce cas lorſqu'il arrive à la fin de l'automne & en *hyver*, l'obſervation ſuivante pourra ſervir à l'expliquer quand il eſt différé juſqu'en Mars & à la premiere moitié d'Avril. Il eſt alors queſtion de la chûte des rejettons tardifs, qui n'ont pu parvenir l'année d'auparavant à leur entiere formation & transformation en bois, & ſe trouvant placés ſur d'autres branches principales d'arbres portant fruit, ſont enſuite au printems pouſſés & abattus par la force du ſuc qui monte dans l'arbre. Que cela puiſſe arriver, c'eſt ce que l'on peut non ſeulement comprendre par la cauſe qui vient d'être ſuppoſée comme certaine, mais encore de ce qu'on procure cet effet arbitrairement & au gré des Naturaliſtes d'une maniere tout à fait ſemblable à celle qui procede, à notre grand regret, de l'ignorance, de la négligence & de la maladreſſe de nos Jardiniers.

Pour en fournir une preuve manifeſte, je poſe d'abord comme une choſe connue & décidée que les orangers, auſſi bien que pluſieurs plantes ſemblables qui conſervent toujours leur verdure, dans la ſaiſon de l'année où ils ſont & doivent être le plus arroſés, quand leurs ſucs ſont dans le plus grand mouvement, & que par conſéquent ils pouſſent à ſon plus haut de-

gré l'évaporation naturelle requiſe, la moëlle formatrice ſe portant de tous côtés vers la ſurface, avec les autres couches plus ou moins déliées, ou groſſieres, prennent dans cet eſpace de tems leur plus grand accroiſſement. Quand enſuite la diminution de la chaleur cauſe celle de leur nutrition, de leur évaporation & de leur accroiſſement, le Soleil, ſuivant l'expreſſion vulgaire, venant à baiſſer de plus en plus, on ceſſe dans nos contrées le fort arroſement des plantes ſusdites, la ſaiſon change, devient inconſtante, enſuite rigoureuſe, & les nuits ſont plus longues. Pendant l'eſpace de 4, 5 à 6 mois que ces plantes demeurent dans les ſerres, on les arroſe moins & plus rarement; cependant elles ne laiſſent pas de conſerver juſques vers la fin de Février l'humidité néceſſaire pour leur entretien; après quoi le Soleil ſe rapproche & le Printems revient.

Dans cette révolution conſidérable de la ſaiſon, diverſes cauſes peuvent encore la rendre variable, & aſſez rude pour qu'on ne change rien à la maniere de cultiver & de conſerver les plantes en queſtion. Mais il y a auſſi des années où les beaux jours ſont fort prématurés, & où le Soleil donne une chaleur durable & qui va toujours en croiſſant, de façon que les ſucs de certaines eſpeces d'arbres ſont mis, plutôt ou plus tard, dans un grand mouvement, qui eſt accompagné d'une rapidité ſenſible de la pouſſe, autant que le permet dans ces plantes la ſubſtance incroyablement déliée & la ſituation non encore développée de la moëlle deſtinée à la formation future, qui ne ſauroit ſe combiner avec les autres ſucs encore trop groſſiers & épais. Cet état, quand il s'y joint diverſes autres circonſtances non-naturelles, qui ne ſe manifeſtent que dans certain tems, dans certaine contrée, ou même dans quelque lieu particulier, à cauſe de l'influence phyſique plus déterminée du climat, tandis qu'ailleurs elles ſont moins ſenſibles dans les mêmes ſaiſons; cet état, dis-je, peut être produit par l'art, ou réſulter de quelque méprise, dans toute autre ſaiſon. C'eſt ce que l'on voit dans les ſerres, où diverſes eſpeces de plantes, particulierement celles qui demeurent toujours vertes, ſont entretenues, en hyver & à l'entrée du printems, auſſi longtems qu'elles ne doivent point prendre d'accroiſſement, dans l'air le plus tempéré, & plus froid que chaud; ſans être que

peu ou point arrosées, & en se bornant à les préserver des atteintes du froid extérieur.

Quand ensuite ces plantes sont tirées de l'état où elles ont passé l'hyver avec leurs sucs encore épais, & transportées tout à coup au Soleil, ou du moins exposées à un air plus chaud, & avec cela fortement arrosées, les sucs épais & grossiers ne sauroient, malgré l'accroissement & la rapidité du mouvement, qui va ensuite toujours en augmentant, acquérir tout de suite la fluidité requise pour les transformer en une espece de vapeur, propre à s'insinuer dès les commencemens dans le tissu des vaisseaux les plus déliés des feuilles, des yeux, des fleurs & des fruits. Or c'est delà que résultent une extension violente de ce suc comprimé & une obstruction dans les fibres déliées médullaires, qui menent à d'autres conséquences, telles que sont entr'autres une rupture véhémente des canaux les plus subtils du suc dans le tissu délié où il se répand, le déchirement des fibres, & à la fin la séparation de la jeune pousse, des feuilles, des fleurs, & des fruits, qui se détachent avec le tems, soit d'eux-mêmes, soit par quelque impulsion. Cet accident peut encore être augmenté par diverses circonstances, qui tirent leur origine du mouvement inégal, prématuré, véhément & trop rapide des sucs, avant que ceux-ci suffisamment attenués aient pu acquérir une fluidité vaporeuse. Tout Naturaliste, qui comprendra sans peine la source de l'accident que nous décrivons ici, & qui saura en faire la comparaison avec ce qui arrive aux sapins dans les forêts, lorsqu'il survient une chaleur prématurée, ou même que le printems est plus doux que de coutume, peut produire lui-même un semblable effet, relativement à ses vues, comme je l'ai déja dit.

Il faut se garder de confondre la chûte des branches des sapins avec aucun autre accident, particulierement avec ceux qui procedent de la morsure des petits animaux & des oiseaux, ou de toute autre atteinte que ces branches auroient essuyée. Suivant la description faite ci-dessus, le cas n'arrive, ni tous les ans, ni au retour déterminé de certaines années; de sorte que l'augmentation de la fécondité dans les sapins qui y cause une abondance de semences, telle qu'on la remarque le plus souvent dans nos sapins ordi-

naires, n'arrive gueres qu'une fois tous les 3, 4 à 6 ans. Avec cela cette fécondité n'eſt jamais ſi décidée, qu'elle s'étende généralement à des contrées entieres; mais, quand on la rencontre dans quelques diſtricts particuliers, on a lieu de s'y attendre à une parfaite maturité du jeune bois pendant quelques bonnes années conſécutives; & c'eſt en effet de là que l'heureuſe continuation d'une ſemblable fécondité dépend, beaucoup plus que des autres cauſes qu'on a coutume d'alléguer.

Des obſervations exactes ſur ce fait de la nature, qui ſe feroient en pluſieurs contrées différentes pendant le cours de quelques années ſans interruption & avec le plus grand ſoin, pourroient achever de nous apprendre avec certitude quel eſt l'état précédent requis pour la fertilité qui ſuit. Il n'eſt pas queſtion ici de cette multitude d'accidens diverſifiés, qui détruiſent une fertilité déja exiſtante, ſoit dès ſes premiers commencemens, ſoit dans ſes progrès, de façon que les eſpérances qu'elle avoit fait concevoir, s'évanouiſſent.

Il s'agit enſuite d'examiner, ſi la chûte des rejettons tardifs des ſapins eſt l'avant-coureur d'une diſpoſition réelle de la fertilité ſuivante, pour chaque année, ou non? & quand même on verroit le concours de ces deux choſes dans les années qui ſuccedent à la chûte ſusdite, il convient pourtant toujours de rechercher avec plus d'exactitude ſi le ſecond cas préſuppoſe néceſſairement le premier, & doit en être regardé comme la conſéquence infaillible? Car le divers état des pins ou des ſapins, qui procede de la maniere dont ils ont été produits, naturellement ou artificiellement, les modifications dans la température précédente des ſaiſons, la différence des terroirs & la profondeur plus ou moins grande à laquelle ces arbres y ont jetté leurs racines, & tous les changemens particuliers qu'ils ont éprouvés en conſéquence de ces cauſes, dans les variations des diverſes ſaiſons, tantôt plus rapides, tantôt plus lentes, quelquefois tout à fait extraordinaires; tous ces objets ſont d'une trop grande importance pour ne pas leur accorder l'attention qu'ils méritent.

Quoique j'aye été plutôt diſpoſé à regarder la chûte tant de fois mentionnée des jeunes branches des ſapins comme un moyen deſtiné à nettoyer

ces arbres de leur bois non-mûr, que comme un présage d'une grande fertilité prochaine, je n'ai pourtant pas rejetté entierement cette conjecture; mais ne pouvant parvenir à aucune certitude à cet égard, j'estime avec le célebre M. *Cramer*, qu'il faut encore faire un certain nombre d'observations exactes, & surtout tâcher de bien voir par ses propres yeux, plutôt que de s'en rapporter à ceux des autres; l'objet n'étant pas sans importance tant pour la Physique & l'Histoire naturelle que pour l'économie des forêts.

Pour parvenir donc à m'assurer mieux des vraies circonstances d'un fait que j'avois eu diverses années sous les yeux sans y faire l'attention convenable, je m'attachai à le considérer plus exactement pendant le cours de quelques autres années. Dans les forêts où je fis ces nouvelles observations, je pris pour leur premier objet l'état des sapins relativement au fond ou terroir, leur nombre plus ou moins grand, & leur exposition plus ou moins à découvert. Je parvins par ce moyen assez loin pour pouvoir distinguer à une certaine distance les arbres en question d'avec les autres. Je choisis dans cette vue des sapins en buisson très sains & portant déja fruit, qui depuis le haut jusqu'au bas étoient tout garnis de branches. Vis à vis de ceux-ci j'en pris d'autres jeunes, à haute tige, en plein accroissement, qui ne portoient point encore de pommes de pin, ou n'en avoient eu que quelques-unes. Je comparai ces deux especes de sapins avec d'autres vieux arbres qui étoient rassemblés dans de grandes forêts ou dans divers plantages.

L'une des especes susdites perdit ses branches; ce qui n'arriva pas à l'autre. Elles étoient quelquefois toutes deux dans un même terroir sec, pas fort éloignées l'une de l'autre; quelquefois elles étoient à l'ombre dans un terroir humide & bas; enfin elles étoient plus serrées ou plus dégagées. Dans la plûpart des endroits le sol n'avoit rien que de naturel; il avoit été abandonné à lui-même, sans avoir été entamé; mais aussi dans plusieurs endroits on en avoit enlevé l'herbe & la mousse, & l'on avoit presque mis à nud les racines des arbres: opération que j'ai vu réitérer dans certains lieux deux fois par an. L'automne & l'hyver des années 1774 & 1775 jusqu'au présent mois d'Octobre 1776, ont favorisé mes

observations; & j'en ai pris occasion d'aller visiter moi-même tous les 4, 6, ou 8 jours les arbres que j'avois distingués des autres.

Quelques-uns laisserent tomber dans les saisons ordinaires de l'année, ou aussi un peu auparavant, un fort petit nombre de jeunes branches, en sorte que sous les uns on n'en trouvoit gueres que 6 à 10, & sous d'autres au plus une vintaine: mais il y en eut plusieurs tout semblables aux précédens dont il ne se détacha rien. Les arbres plantés d'une maniere serrée dans les forêts perdirent toujours des branches plus fortes & pendant un plus long espace de tems. Ceux-ci avoient en bas vers la tige un petit nombre de rejettons encore vivans & verts; ils en avoient aussi, des côtés où l'air avoit l'accès le plus libre, & en haut où la couronne étoit exposée en plein air. Quand la chûte des branches avoit été abondante en automne, on appercevoit l'été suivant sur ces arbres environ une trentaine de pommes de pin, & quelquefois beaucoup moins. Mais plus les jeunes branches étoient abondamment répandues sous ces arbres placés fort près les uns des autres, & moins il étoit facile de distinguer quels étoient ceux d'où il en étoit tombé le plus.

Sous les jeunes sapins isolés, dont le sol n'avoit point été entamé, je n'ai dans le tems accoutumé trouvé souvent aucune branche, ou rarement 2 à 3. Mais ces arbres commençoient seulement alors à devenir fertiles, en sorte que sur plus de la moitié de leurs tiges bien garnies de branches, à peine appercevoit-on 2 à 3 pommes de pin, ou même quelquefois une seule. Dans un nombre considérable de ces arbres qui étoient placés au midi sur un terrain élevé, sec & exposé à la chaleur, la chûte des jeunes branches fut suivie au printems de cette année 1776 d'une grande abondance de fleurs mâles, répandues jusqu'aux branches fortes d'en bas & du milieu; & en automne le sommet porta 20 à 30 pommes de pin. Un nombre beaucoup plus grand de sapins en buisson, qui avoient fleuri avec force en même tems que les autres, parmi lesquels ils se trouvoient mêlés, n'eurent point de fruit, quoiqu'ils eussent perdu autant de jeunes branches que les autres: seulement on ne pouvoit pas distinguer quels étoient ceux d'entr'eux qui en avoient le plus perdu. Le terroir où tous ces arbres

étoient placés, se trouvoit entierement dégagé, sec, & avoit été ratelé encore avant l'hyver.

Dans un autre endroit pareillement sec & un peu élevé, on voyoit de hauts sapins isolés, dont quelques-uns avoient pris leur accroissement dans des endroits libres, & d'autres étoient tout entourés d'arbres à feuillages. Trois de ces arbres que j'observai plus particulierement, étoient fort près l'un de l'autre; il s'en détacha beaucoup de jeunes branches dans l'automne & l'hyver précédens; mais ils fleurirent peu au printems, & leur sommet, à la fin de cet été, n'eut que fort peu de pommes de pin.

D'autres arbres en buisson de cette espece, isolés, & qui n'étoient pas éloignés des précédens, mais plutôt dégagés que couverts, perdirent dans l'automne, en Novembre, beaucoup de jeunes branches, de sorte que la terre en étoit couverte tout à l'entour, comme d'un tapis verd fort épais. Cette chûte avoit rendu leur branchage & leur couronne fort minces, de sorte qu'ils avoient une triste apparence, & quelque chose, pour ainsi dire, de rouillé vis à vis des autres, dont on pouvoit fort aisément les distinguer dans un grand éloignement. Ils porterent en Mai fort peu de fleurs; & leur pousse suivante qui fut aussi fort foible, ne leur rendit pas leur premiere forme. Il faudra peut-être plus d'un couple d'années fertiles pour les y ramener parfaitement. Au sommet sont placées tout au plus une vintaine de pommes de pins isolées; & l'on nettoie dès le mois d'Avril leur terroir de toutes les racines.

Voilà jusqu'où j'ai pu pousser mes Observations sur ce sujet; mais je me suis au moins assuré qu'il y a diverses années où le cas n'arrive point, & que cependant l'année suivante les sapins portent beaucoup de fleurs & de fruits.

Outre tout ce que j'ai rapporté précédemment, j'ai observé aux mois du printems dans les sapins, que leurs branches principales perdent les jeunes branches de la derniere pousse qui sont placées en bas vers la tige; & qu'il y a diverses années où cette chûte abondante arrive toujours dans le même tems, lorsque ce jeune bois n'a encore qu'à peine un pouce de longueur, & qu'ainsi il est tout neuf, tendre & frais. Cet accident arrive aux branches

d'en bas, principalement dans les lieux où les arbres sont trop voisins, situés à l'ombre & dans l'humidité, de façon que l'air, le Soleil, la rosée & la pluie n'y ont pas un accès libre. Les pointes des branches tombées sont pâles, ou d'un verd-jaune, & mollasses; leur moëlle paroit aussi être viciée. Il n'y a rien de commun entre cet accident & le précédent que la chûte des petites branches; & il arrive souvent en Juin, lorsque la pousse tendre commence à se développer des bourgeons.

On pourroit encore ajoûter, pour terminer ce Mémoire, relativement à ce qui a été dit dès l'entrée des morsures qu'éprouvent les rejettons tardifs & leurs bourgeons, aussi bien que les jeunes branches qui portent des pommes de pin à demi ou presque mûres; que le dommage causé par les écureuils, les oiseaux & d'autres petits animaux, arrivant en automne & en hyver, ces branches endommagées doivent tomber, fraîches ou desséchées. Mais, pour s'assurer de ces accidens & de leurs différences, il faut suivre ces animaux mêmes dans les différentes saisons de l'année, pour examiner ce qui arrive naturellement dans la maniere dont ils se nourrissent & se transforment. C'est de ces recherches qu'on pourra bientôt inférer si c'est en mordant ou en piquant que ces parties ont été détachées & séparées, dans quelle fin cela est arrivé & dans quel tems.

On est à présent assez bien au fait, entr'autres choses, de ce qui se passe au départ & au retour des especes tant moyennes que petites des oiseaux de passage, avant, pendant & après leur accouplement & leur ponte. Et comme la nourriture & les besoins de ces créatures varient beaucoup suivant la température de l'air, dans les variétés des saisons, cela fait que tantôt elles se nourrissent de bourgeons d'arbre & de boutons de fleurs, tantôt de tendres rejettons & de semences, à quoi il faut joindre les insectes, leurs paquets d'œufs, les vers, les chrysalides & les nymphes, qui trouvent dans les plantes leur domicile & leur sureté de tant de manieres différentes, & dont les changemens particuliers sont principalement relatifs aux périodes où leurs métamorphoses naturelles les font passer d'un état à l'autre, aussi bien qu'au tems où ils élevent leurs petits.

La

La Dissertation du savant Mr. *Kœhlreuter*, Conseiller à Carlsruhe sur une punaise des arbres, d'un brun noir, (*Cimex Pini Abietis Linn.*) qui, suivant son rapport, choisit les pommes de pin pour sa demeure d'hyver, & sert dans cette saison d'aliment journalier aux *Creutz - vögel*, peut servir à répandre du jour sur ce qui a été dit précédemment. Elle se trouve dans le Tome III des *Mémoires de l'Académie Électorale Palatine*, p. 62. & au printems dernier j'ai trouvé cette espece de punaise en abondance sur les branches des sapins du Parc de Berlin.

Mr. *de Schöllenbach*, dans la Lettre qu'il m'a écrite, dit qu'en 1767 les pommes de pin étoient pour la plûpart remplies intérieurement de vers. Ces vers, suivant mes observations, viennent de la *Phalæna Pinea Arobitella Linn.*, ou du *papillon des pommes de pin*, dont j'ai fait mention N°. 9. p. 504 de mon *Introduction systématique à la science moderne des forêts.* Ces insectes se logent dans la substance tendre des pommes de pin, qui n'ont pris encore qu'à demi leur accroissement; ils les entament & les gâtent, ou le plus souvent les détruisent entierement. Cette circonstance peut aussi nous conduire à connoître que les dégâts que nous appercevons dans plusieurs plantes, viennent sinon tous & constamment, au moins fort souvent de divers animaux à qui ces plantes sont nécessaires pour leur nourriture, ou encore plus quand ils trouvent sur ces plantes des especes d'insectes qui peuvent leur servir d'aliment; car, pour tirer ces insectes des endroits où ils sont cachés, il faut piquer, percer & endommager de diverses manieres les parties où ils résident.

Au reste, tous les raisonnemens & toutes les expériences dont je me suis servi dans ce Mémoire pour éclaircir le sujet sur lequel il roule, doivent nous convaincre que les rejettons tardifs ou jeunes branches qui ne sont pas encore mûres, de même que les fleurs, les feuilles, les fruits & en général tout ce que les arbres poussent, peuvent s'y trouver dans des états fort diversifiés, & en être détachés par des causes d'especes

toutes différentes, ſans qu'on puiſſe inférer du tems où cette chûte, ſurtout celle des jeunes branches, eſt obſervée, aucune conſéquence néceſſaire par rapport à une grande fertilité prochaine. Il ſera néceſſaire de raſſembler de nouvelles obſervations, de la maniere qui a été propoſée ci-deſſus, ſi l'on veut arriver à la certitude de cette conſéquence juſqu'ici purement gratuite.



HISTOIRE D'UNE FEMME qui a porté pendant XXII ans un enfant durci dans le bas ventre.

Par Mr. Walter.

Traduit de l'Allemand.

I.

Plus un phénomene de la Nature est rare, plus il mérite d'attention & d'exactitude de la part des Observateurs. Souvent, dans de pareilles conjonctures, la Nature nous offre cet instant heureux & désiré, où nous pouvons percer à travers le voile qui nous avoit été jusqu'alors impénétrable & découvrir ses secrets, ses opérations mystérieuses, qu'elle prend pour l'ordinaire tant de soin de cacher.

La partie du genre humain qui fait usage de la raison & de la réflexion, s'occupe de recherches continuelles; & quand nous ne parviendrions pas toujours aux premieres sources, c'est pourtant un des plaisirs les plus vifs dont l'esprit soit susceptible, que de tendre vers ces sources, & d'en approcher autant que cela est possible à notre entendement borné & limité par les organes du corps. La plûpart des opérations qui se passent dans une machine aussi composée que l'est le corps humain, sont autant de mysteres pour nous; & si nous faisons quelques progrès dans leur découverte, nous en sommes uniquement redevables à la connoissance plus exacte que l'Anatomie nous procure des différentes parties de notre corps & de leur structure. Le fait le plus merveilleux qui arrive dans la Nature est incontestablement la production de l'individu humain; & toutes les connoissances anatomiques ne servent ici de rien. Pour conduire à l'existence une créature humaine, il faut le concours de deux autres de sexe différent, douées des organes de

la génération; mais, quand on ſait cela parfaitement, on n'en eſt pas plus avancé dans la découverte du vrai principe de la génération.

II. Quoique nous ſoyons privés de l'eſpérance d'arriver jamais à une connoiſſance diſtincte de ce myſtere, il y a pourtant un certain nombre de phénomenes importans, pour la manifeſtation deſquels il faut un eſpace de quarante ſemaines, qui s'écoulent depuis l'inſtant de la génération juſqu'à celui de la naiſſance. La raiſon & l'expérience nous apprennent, que dans cet eſpace de tems il arrive de très grands & remarquables changemens dans le *fœtus*. C'eſt une véſicule remplie d'humeur lymphatique qui contient les premiers rudimens de l'homme futur; les premiers mouvemens, & par conſéquent les premiers momens de la vie ſe paſſent dans l'ovaire; & le petit œuf vivifié eſt conduit de l'ovaire dans la trompe, & finalement de celle-ci dans l'*uterus*.

III. Auſſitôt qu'un œuf a été fécondé, la femme où il exiſte eſt dite enceinte. Mais on diſtingue avec fondement entre une groſſeſſe heureuſe ou malheureuſe. La premiere eſt celle dans laquelle l'œuf fécondé paſſe de l'ovaire par la trompe de Fallope dans l'*uterus*, auquel il s'attache; il y ſéjourne juſqu'au bout de 40 ſemaines. Une groſſeſſe malheureuſe peut être dite telle à trois égards, ſuivant que les accidens qu'elle éprouve ſe paſſent dans l'ovaire, dans la trompe, ou finalement dans la ſimple cavité du bas ventre; d'où viennent les dénominations de *conceptio ovaria*, *tubaria*, ou *abdominalis*. Ces trois eſpeces ſont regardées comme des groſſeſſes malheureuſes, parce qu'elles ſont preſque conſtamment mortelles, ou du moins qu'elles réduiſent les femmes qui ſe trouvent dans le cas à s'expoſer à l'Opération Céſarienne, auſſi douloureuſe que dangereuſe, & qui eſt néanmoins l'unique moyen de ſauver leur vie.

IV. Suivant le but que je me propoſe dans ce Mémoire je ne puis m'occuper que de la conſidération de la conception abdominale. On entend par là le cas malheureux où l'œuf fécondé ne ſauroit trouver le chemin qui mene de l'ovaire à la trompe, & tombe au ſortir de l'ovaire droit dans l'abdomen. Cette eſpece de conception eſt extraordinairement rare. L'enfant ne pouvant plus arriver au monde par les voies naturelles, eſt ordi-

nairement diffous & réduit en putréfaction; ce qui cause en même tems la mort de la mere. Je ne connois que trois cas, que j'ai rencontrés dans une foule d'Écrits sur ces matieres que j'ai lus, où l'enfant s'est conservé sans putréfaction pendant quelques années dans le bas ventre. Il est vrai que Mr. *Nebel*, Docteur & Professeur à Heidelberg, rapporte dans les *Acta Theodoro-Palatina*, un cas où un enfant a séjourné 54 ans dans le bas ventre, & s'y étoit entierement desséché; mais il ajoûte en même tems que cela vint de la maladresse de la sage-femme, qui, dans le tems de la couche à terme, tourna mal cet enfant, & le laissa tomber de l'*uterus* dans l'abdomen. Je ne saurois donc faire aucun usage de cette Observation, quoiqu'elle soit accompagnée d'assez bonnes Figures de cet enfant desséché, non plus que d'autres faits de cet ordre qu'on trouve dans le Tome III. du Supplément au Dictionnaire Encyclopédique d'Yverdon, Article CONCEPTION (FAUSSE), & qui n'ont aucune convenance avec mon objet. Il y a un peu plus de rapport entre cet objet & trois Observations à peu près de la même teneur qui se rencontrent dans les Transactions de la Société Royale de Londres, dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, & dans les Éphémérides de l'Académie des Curieux de la Nature.

Le premier de ces cas est celui que rapporte *François Bouchard*. Une femme, dans le neuvieme mois de sa grossesse, sentit des douleurs d'enfantement, mais elle ne mit rien au monde: au contraire, depuis ce tems-là cette infortunée se trouva dans une fort fâcheuse situation, maigrit & devint semblable à un squélette. Elle passa dix-sept ans dans cet état, & mourut le 18 Juin 1661. Quand après sa mort on ouvrit le bas ventre, on trouva non seulement que les muscles du ventre s'étoient fort durcis, mais qu'ils s'étoient tellement attachés à l'*uterus*, qu'on ne pouvoit plus le distinguer d'avec eux. La cavité du bas ventre contenoit seize livres d'une eau jaunâtre sans odeur, & outre cela un enfant de la grosseur ordinaire de ceux de neuf mois. Les chairs de cet enfant étoient un peu durcies; les visceres étoient à la vérité en bon état, mais un peu flasques & dénués de sang; les vaisseaux sanguins ombilicaux qui tenoient à cet enfant, étoient fermés, & n'avoient

que trois pouces de longueur. Voilà toutes les circonſtances rapportées au ſujet de cette femme; on n'ajoûte point s'il y avoit un arriere-faix, encore moins à quelle partie du bas ventre de la mere étoient attachés les vaiſſeaux ſanguins ombilicaux de trois pouces de longueur de l'enfant.

V. Le ſecond exemple d'une conception ventrale, eſt ce fameux enfant de Toulouſe, que ſa mere porta 27 ans dans le bas ventre. Voici comment le Docteur *Bayle* rapporte le fait. La femme d'un Tondeur, nommé *Jean Puget*, devint enceinte en 1652, & vers la fin du neuvieme mois elle reſſentit toutes les douleurs du travail, mais ſans délivrance; &, (ce qui eſt fort remarquable,) les lochies s'écoulerent dans l'ordre naturel. Cette perſonne, après avoir été ſujette pendant pluſieurs années à de très grandes incommodités, mourut le 18 Juin 1678. On ouvrit après ſa mort le bas ventre, & l'on y trouva un enfant qui ne tenoit abſolument point à l'*uterus* & flottoit librement dans ſa cavité; ſeulement le grand *omentum*, qui avoit acquis contre nature une épaiſſeur de deux travers de doit, s'étoit fortement réuni au dos & en pluſieurs autres endroits avec le corps de l'enfant. Le front, les oreilles, le nés, les yeux & la bouche étoient comme couverts d'une ſubſtance cartilagineuſe de l'épaiſſeur d'un doit; quand on l'enleva, le crane ſe trouva briſé en pluſieurs endroits; le cerveau avoit la couleur d'une pommade de roſes; la langue étoit molle & dans l'état naturel: quelques muſcles étoient tout à fait rouges; d'autres moins, quelques-uns jaunâtres, & il y en avoit de pâles. Les parties intérieures étoient pourries, ſans aucun ſang & d'une couleur noirâtre, à l'exception du cœur qui avoit encore quelque rougeur.

VI. Je tire le troiſieme fait que je veux rapporter ici de l'Hiſtoire de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1721.

Anne Müllerin, née en 1626 à *Leimzell*, village de Souabe, dans le Duché de Würtemberg, femme d'une conſtitution maigre & ſeche, d'ailleurs gaie & d'une bonne ſanté, eut à l'âge de 48 ans tous les ſignes de groſſeſſe, & enfin les douleurs, qui lui durerent ſept ſemaines, mais ſans ſe terminer par un accouchement. Elle en fut délivrée par les bains d'Aalen, mais non pas de la tumeur qu'elle avoit cru être un enfant. Dans cet état

elle devint deux fois grosse, & elle eut tout de suite des enfans qui se porterent fort bien. Elle fut veuve en 1680, & elle a survécu à son mari 40 ans, pendant lesquels elle a toujours prétendu être grosse; enfin en 1720 elle ordonna en mourant qu'on l'ouvrît, afin que l'on sût ce que c'étoit que sa grossesse de 46 ans. Le Chirurgien du village qui l'ouvrit avec peu d'adresse & de précaution, lui trouva dans le ventre une masse ronde, grosse comme une boule à jouer aux quilles, sans remarquer précisément où elle étoit située; & comme cette boule étoit si dure qu'il ne pouvoit l'ouvrir avec un scalpel, il la fendit d'un coup de hache. M. *Camerarius*, alors célebre Professeur à Tubingue, examina aussi soigneusement qu'il le put ce corps étranger, & y trouva un *fœtus* très visible. La tête étoit fort difforme, & la poitrine fort applatie. Il n'avoit aucune mauvaise odeur, & ses parties étoient encore assez flexibles. Pour l'enveloppe dure qui l'enfermoit, elle étoit très cartilagineuse, ou même osseuse, d'une grande dureté, hormis dans les endroits où elle étoit attachée à quelque partie du bas ventre; là elle étoit moins dure. *Camerarius* prétendoit avec beaucoup de raison que cette masse ronde n'étoit autre chose que les membranes desséchées avec l'arriere-faix, qui avoit été renfermé dans la trompe.

VII. En réfléchissant, même avec un médiocre degré d'attention, sur ces trois cas qui paroissent si frappans, on verra bientôt qu'ils ne sont propres qu'à faire illusion. Dans le premier il est dit formellement que l'enfant ne s'étoit point durci; mais on n'indique point s'il y avoit un arriere-faix & un cordon ombilical; on se contente de dire que les vaisseaux sanguins ombilicaux étoient fermés, & qu'ils avoient trois pouces de longueur. Le fameux enfant de Toulouse est encore moins propre à répandre du jour sur ces sortes de phénomenes; la relation porte positivement qu'après que la mere eut enduré plusieurs douleurs, les lochies s'écoulerent comme de coutume de l'*uterus*. Or il est connu que ces lochies sont le sang qui, après qu'on a détaché l'arriere-faix, sort des vaisseaux déchirés de l'*uterus*: ce qui donne tout lieu de croire que l'enfant de Toulouse n'a pas été originairement un fœtus abdominal; mais que, par la violence des douleurs, l'*uterus* dans lequel l'enfant étoit renfermé, s'est rompu, & que l'enfant est

tombé par le crévasse de l'*uterus* dans l'abdomen, où il s'est conservé sans putréfaction pendant 27 ans. Enfin l'exposé même du troisieme fait montre manifestement qu'il ne s'agit point d'une conception ventrale, mais que c'est beaucoup plutôt une conception tubaire, ou ovaire, où le *fœtus* a simplement eu une enveloppe durcie, étant demeuré lui-même dans l'état d'une parfaite mollesse.

VIII. A présent je vais rendre compte d'une conception abdominale proprement dite; ce qui suppléera à ce qu'ont de défectueux à cet égard tous les Écrits des siecles précédens; & le fait est accompagné de tant de circonstances particulieres qu'on peut le regarder comme unique dans son genre.

Une nommée *Bayer*, native de Königsberg en Prusse, est la personne qui a été appellée à jouer un rôle aussi extraordinaire, & qui a éternisé sa mémoire par une conception ventrale. Dans sa tendre jeunesse elle fit le voyage de Pétersbourg, & l'extreme petitesse de sa taille la fit connoître à la Cour, & lui attira l'affection de l'Impératrice Anne, dont elle devint la Naine. Mais la Nature fit connoître qu'elle ne l'avoit pas destinée à cet état; elle prit une stature ordinaire, & ayant quitté Pétersbourg elle vint à Dresde, où elle fut chargée de la fonction de nettoyer l'argenterie de la Cour; finalement elle vint à Berlin avec un faiseur de pantouffles. Elle vécut avec lui une vintaine d'années, pendant lesquelles elle ne mit qu'un enfant au monde. Suivant ce que la *Bayer* a dit en confidence à de très proches parentes, qui sont d'honnêtes bourgeoises d'ici, & qui ont eu des liaisons très particulieres avec elle depuis son arrivée à Berlin jusqu'à sa mort, ladite *Bayer* se crut enceinte vers l'an 1752, mais elle n'accoucha point, ayant eu seulement vers la fin du neuvieme mois de sa grossesse de très violentes douleurs dans la région de l'*uterus* & dans le bas ventre, qui la mirent à deux doits de la mort. Quand ces douleurs furent passées, il ne lui resta aucune incommodité, de sorte qu'elle étoit toujours gaie & contente. Dans les dernieres années, ses affaires domestiques n'ayant pas prospéré, elle eut la folie de chercher sa consolation dans un usage trop fréquent du brandevin; ce qui l'échauffa, lui causa des angoisses, des battemens de

cœur,

cœur, & finalement des spasmes convulsifs, & presque épileptiques. Ses infirmités allant toujours en augmentant, on la reçut dans l'Hôpital de la Charité, où elle mourut d'épuisement au mois de Décembre 1774. Son corps étoit très bien proportionné; elle avoit à peu près cinq pieds de hauteur; les traits de son visage avoient été délicats, & toute la charpente de ses os étoit plus déliée que forte.

IX. Dès que j'eus jetté un coup d'œil sur le cadavre de cette femme qu'on apporta au Théatre anatomique pour être disséquée, j'apperçus une éminence qui commençoit au dessus de l'*os pubis*, & occupoit presque toute la région hypogastrique, principalement au milieu. Je considérai cette éminence aussi bien que je pus, & je conjecturai d'abord que cela procédoit de quelque accident particulier dans les trompes, dans l'ovaire, ou dans l'*uterus*. J'ouvris donc tout de suite le bas ventre; je fis avec circonspection une incision cruciale aux muscles du ventre; je séparai proprement le péritoine d'avec ces muscles & je le repliai conjointement avec les deux portions des muscles du ventre que j'avois détachées, sur l'*os pubis*. Aussitôt se montra l'enfant étendu & parfaitement libre dans la partie inférieure de la cavité du bas ventre. Tous les intestins du bas ventre étoient dans l'état le plus parfait. Il n'y avoit pas dans cette région la moindre partie qui eût souffert la plus légere altération; la ratte même, qu'il est si rare de trouver parfaitement saine, l'étoit dans cette femme.

La première Figure représente la situation générale de l'enfant, & sa liaison avec les viscères du bas ventre de la mere, telles qu'elles se présenterent au moment de l'ouverture du bas ventre, & avant qu'on eût rien changé à l'arrangement naturel. L'enfant même n'avoit pas la moindre mauvaise odeur; & les parties de la mere n'avoient que l'odeur ordinaire aux cadavres. L'enfant n'avoit point de membranes, point d'arriere-faix, & encore moins de cordon ombilical. La couleur de l'enfant étoit blanche, mais tirant au jaune grisâtre. Le corps de l'enfant étoit tout à fait dur & roide; la tête, les membres & le dos, qui sont ordinairement mobiles, ne l'étoient pas, à l'exception de la jambe gauche qu'on pouvoit un peu replier, quoiqu'avec le plus grand effort, vers la hanche.

Pl. III. Fig. 1.

On peut ſe convaincre par l'inſpection de cette Figure, que cet enfant rempliſſoit la cavité du baſſin, de façon qu'il avoit la tête ſituée auprès de la veſſie & de l'*uterus*, le viſage tourné vers l'*os ſacrum*, & l'occiput vers l'*os pubis*. Le dos & le derriere, en s'avançant au deſſus de l'*os pubis*, rempliſſoient la région hypogaſtrique, & ils étoient non ſeulement couverts par l'*omentum*, mais celui-ci tenoit ſi fortement à l'enfant qu'on ne pouvoit l'en ſéparer ſans le déchirer. De l'*omentum* ſortoient, comme le montre la Figure, deux vaiſſeaux, dont l'un étoit prolongé entre la fléchiſſure du bras & de l'avant-bras droit, & l'autre entre la fléchiſſure du *femur* & de la jambe droite; mais enſuite l'un & l'autre ſembloient ſe perdre dans le bas ventre de l'enfant, dans la région du nombril. C'étoient aſſurément les vaiſſeaux au moyen deſquels l'enfant avoit reçu en partie ſa nourriture. Les deux pieds étoient retirés un peu obliquement vers le muſcle iliaque interne. Les deux bras étoient preſſés fortement contre le corps de l'enfant, comme on le verra plus diſtinctement dans les Figures II & III. En vertu de cette ſituation de l'enfant, il falloit néceſſairement que celle des inteſtins de la mere eût ſouffert beaucoup d'altération; au lieu de remplir la cavité du baſſin, comme ils auroient fait dans l'état naturel, l'inteſtin *ileon* avoit été pouſſé hors de cette cavité, & ſe trouvoit avec l'inteſtin *jejunum*, qui dans l'état naturel occupe l'eſpace autour du nombril, dans la région iliaque & rénale droite, & par conſéquent dans la partie latérale du bas ventre, entre le foie & le bord recourbé de l'*os ilei*. Par cette raiſon, auſſi bien que par l'affaiſſement du grand *omentum*, la partie transverſale de l'inteſtin *colon* avoit éprouvé quelque changement en deſcendant de la droite vers la gauche; elle deſcendoit plus bas, & formoit un peu plus de courbures.

X. Examinons à préſent de quelles parties de la mere cet enfant tenoit les vaiſſeaux ſanguins qui avoient ſervi à ſa nourriture. Pour y parvenir, il faut jetter les yeux ſur la ſeconde Figure. On y apperçoit d'abord comment, du côté gauche du baſſin, j'avois détaché l'*os pubis*, l'*os ilei* & l'*os iſchii*, afin qu'on pût voir bien diſtinctement, non ſeulement la cavité proprement dite du baſſin, mais encore tout ce que renfermoient cette cavité, l'*uterus*, les trompes de Fallope, les ovaires, la veſſie & l'inteſtin *rectum*.

Pl. IV. Fig. 2.

Après avoir fait ces changemens au baſſin, j'ai tiré l'enfant de ſa cavité, & je l'ai poſé couché ſur le dos, ſur la partie ſupérieure de la ſurface intérieure de l'os de la branche droite, & ſur les inteſtins *ileon* & *jejunum*, qui ſe trouvoient encore là. Quoique cet enfant n'eût ni arriere-faix, ni véritable cordon ombilical; on ne laiſſe pas de découvrir bien manifeſtement d'où il recevoit ſes vaiſſeaux nourriciers. La Figure montre qu'il ſortoit de la partie transverſale du *colon* quatre vaiſſeaux conſidérables qui ſe rendoient au bas ventre de l'enfant, s'entortillant autour de ſon pied droit, qui étoit recourbé vers le bas ventre. On ne voit pas moins bien, comment de la partie ſupérieure de l'inteſtin *rectum* il ſort un vaiſſeau qui va enſuite ſe réunir avec la multitude d'autres vaiſſeaux qui tirent leur origine du fond de l'*uterus*, de l'extrémité uterine des trompes de Fallope, tant de la droite que de la gauche. Tous ces vaiſſeaux enſemble formoient cinq faiſceaux, qui, en traverſant le pli que le *femur* droit faiſoit avec la partie latérale du bas ventre de l'enfant, s'inſinuoient dans cet endroit du bas ventre, auquel, ſuivant l'état naturel, auroit dû être attaché le cordon ombilical. Au reſte il faut encore remarquer ſoigneuſement ce que la Figure repréſente d'une maniere aſſez diſtincte, c'eſt que toutes les parties de la mere, ſavoir la veſſie, l'inteſtin *rectum*, le *colon*, l'*uterus*, les trompes & les ovaires étoient dans un état parfaitement naturel, comme elles auroient pu être dans la perſonne la plus ſaine; ſeulement il ſe trouvoit à l'ovaire droit une dureté de la groſſeur environ d'une noix de muſcade médiocre. Elle eſt diſtinctement repréſentée dans la Figure, derriere l'*uterus* & entre les vaiſſeaux qui alloient du fond de l'*uterus* & de la trompe droite à l'enfant.

XI. Si l'on a bien conſidéré dans la ſeconde Figure, & mieux encore dans la troiſieme, la configuration ſinguliere de l'enfant, on ſe ſera aiſément apperçu qu'il avoit ſouffert une forte compreſſion, qui avoit beaucoup reſſerré ſa tête, ſon cou, ſa poitrine, ſon bas ventre, ſon dos & les extrémités tant ſupérieures qu'inférieures, en faiſant rentrer en quelque ſorte toutes ces parties l'une dans l'autre. En ſuppoſant donc le cas qu'on eût pu étendre toutes ces parties comprimées, développer tous ces plis & toutes ces courbures, & rendre au corps entier ſa conformation naturelle & Pl. V. Fig. 3.

originaire en droite ligne; on se seroit convaincu que cet enfant avoit la longueur & la grosseur naturelle d'un enfant médiocre de neuf mois. Mais l'entreprise étoit impossible, cet enfant se trouvant incrusté depuis le sommet de la tête jusqu'aux parties postérieures par une liqueur abdominale, & en second lieu, toutes ses parties ayant été durcies par une matiere pétrifiante, de sorte que c'étoit un vrai *lithopædium incrustatum*. J'ai détaché soigneusement avec le tranchant d'un scalpel, comme la troisieme Figure le représente, cette incrustation de dessus le visage, le cou & la partie supérieure de la poitrine, afin qu'on pût bien voir l'oreille, l'œil & les cheveux du côté gauche. Les autres muscles du visage avoient parfaitement la dureté de la pierre; & autour de la bouche immobile & du nés, la liqueur abdominale s'étoit si fortement attachée, qu'elle étoit inséparable de ces parties du visage; ce qui changeoit la forme ordinaire du visage en une apparence monstrueuse.

XII. La troisieme Figure ne met pas en état de décider quel étoit le sexe de l'enfant; car il suffit d'y jetter les yeux pour appercevoir comment le pied droit est fortement comprimé contre l'endroit où devroient paroître les marques du sexe. Ce pied donc étant parfaitement dur, & tenant avec cela si ferme au corps de l'enfant qu'on ne peut le séparer sans le rompre, à quoi il faut ajoûter que la liqueur abdominale durcie a pareillement comme soudé le pied à cette partie de l'enfant, la vue seule ne sauroit venir à bout de démêler son sexe. Néanmoins il y a une très grande probabilité que c'étoit une fille; & je tire cette conséquence de ce que, si ç'avoit été un garçon, son petit pied n'auroit pas suffi pour couvrir tout à la fois le *penis* & le *scrotum;* au lieu qu'il est plus facile à un pied de dérober entierement la vue des parties naturelles d'une fille. Je n'ai pu faire l'examen des visceres & de tout le contenu tant du bas ventre que de la poitrine, à cause de l'induration parfaite de toutes les parties de l'enfant; ou bien j'aurois été réduit à me servir de l'expédient du Chirurgien de Leinzell, & à prendre une hache pour les fendre.

XIII. Telles sont les circonstances particulieres, qui ont fait porter pendant plus de 22 ans à la nommée *Bayer* dans le bas ventre un enfant

qui n'avoit ni membrane qui l'environnât, ni arriere-faix, ni nombril proprement; dont la plûpart des parties étoient incrustées par une liqueur abdominale durcie, & qui en général avoit été pénétré de toutes parts d'une matiere gélatineuse mêlée aux parties terrestres, & tout à fait analogue à la matiere des pierres ou des os du corps humain. Cette réunion de circonstances donne à la dite *Bayer* la prérogative d'avoir offert un phénomene unique dans son genre; cependant la Nature ne s'est pas bornée là: & pour rendre ce phénomene encore plus étonnant, elle avoit placé le cœur de cette femme, non du côté gauche, comme de coutume, mais du côté droit.

La quatrieme Figure représente la situation des parties de la poitrine, & particulierement celle du cœur du côté droit. Cette situation n'a pu occasionner aucun accident ni aucune maladie; elle tient à la délinéation primitive du corps. C'est ce qui paroit de ce que le péricarde n'est pas attaché à l'aîle gauche du diaphragme, comme cela ne manque jamais dans l'état naturel du cœur; mais il est attaché à l'aîle droite, comme on le voit distinctement dans la Figure. Pl. VI. Fig. 4.

XIV. Le péricarde qui enveloppe le cœur dans l'état naturel & tient à l'aîle gauche du diaphragme, est lié outre cela par enhaut aux grands vaisseaux du cœur; mais il ne faut pas qu'il ait jamais de liaison avec le poûmon, ni avec les côtes. De cette maniere le cœur a outre une enveloppe un point d'appui, & en même tems il conserve la pleine liberté de ses mouvemens. Il en étoit tout autrement dans la *Bayer;* le médiastin étoit fortement attaché au bord droit de l'os de la poitrine, au lieu que dans l'état naturel il l'auroit été au bord gauche; par là la cavité droite de la poitrine étoit appetissée de toute la largeur de l'os de la poitrine; le cœur reposoit entierement sur le poûmon droit, & par conséquent le comprimoit tout de suite, tandis que ce poûmon souffroit une autre pression de la part du foie, qui étant à l'étroit dans le bas ventre le poussoit vers le derriere, en bas & vers les côtes. Enfin le péricarde étoit extraordinairement attaché à la pleure par un tissu celluleux non-naturel, & par conséquent il s'étoit réuni aux côtes mêmes.

XV. Si à présent nous rassemblons ces trois circonstances, l'espace rétréci de la cavité droite de la poitrine, la compression violente qu'éprouvoit le poûmon droit, & la forte adhésion du péricarde aux côtes; nous serons en état d'expliquer le phénomene des fréquentes angoisses & des grands battemens de cœur auxquels cette femme a été sujette pendant les dernieres années de sa vie, & qui dégénérerent même en mouvemens convulsifs, & finalement épileptiques. La cause de tous ces symptômes saute aux yeux, quand on considere que le poids de l'enfant, en vertu de sa situation contre l'aorte dans l'abdomen, pressoit continuellement cette artere, & empêchoit par conséquent le sang, qui dans l'état naturel & lorsqu'aucune pression étrangere n'y met d'obstacle, se porte avec la plus grande facilité vers le bassin, & aux extrémités inférieures, de continuer son cours vers le bas; ce qui produisoit une plus forte résistance à l'action du cœur. Si nous réfléchissons de plus que la forte pression que le cœur faisoit éprouver au poûmon droit, nuisoit à son propre mouvement, gênoit son expansion naturelle, & ne permettoit pas au sang de sortir librement du ventricule droit; enfin, si nous faisons attention à la maniere non-naturelle dont le péricarde tenoit aux côtes, ce qui gênoit le cœur, en lui faisant éprouver à chaque contraction la résistance de la poitrine; il ne nous sera plus difficile de comprendre, comment le cœur a pu être mis dans un mouvement convulsif, & comment le sang a pu se porter avec une plus grande force vers la tête; d'où il a dû résulter du désordre dans la sécrétion & dans l'influence du suc nerveux sur les muscles. Qu'on ajoûte à cela l'usage trop fréquent du brandevin auquel la *Bayer* s'étoit accoutumée, & qui avoit toujours plus échauffé son sang; on appercevra comment cette malheureuse a pu se trouver dans le cas d'un pendu & d'un noyé, qui ne perdent la vie qu'après avoir enduré des angoisses, des battemens de cœur & des mouvemens convulsifs.

XVI. La derniere partie de la tâche dont je dois m'acquitter, consiste à expliquer d'une maniere vraisemblable, comment cet enfant a pu parvenir à une pareille dureté, & la conserver sans la moindre putréfaction dans le bas ventre pendant 22 ans. Pour arriver aux notions les plus

distinctes à cet égard, il faut suivre la marche que la Nature emploie pour faire passer par degrés l'homme de l'état du plus petit embryon jusqu'à celui d'un enfant de neuf mois.

XVII. D'abord elle le renferme dans une vessie, l'environne d'une grande quantité de gelée nourriciere, & attache le cordon ombilical qui sort des vaisseaux de l'arriere-faix au bas ventre du petit individu. Le suc nourricier est une gelée tout à fait subtile, qui contient fort peu de particules terrestres, & qui tombe de soi-même dans la bouche & dans l'estomac de l'enfant, sans qu'il ait besoin de l'avaler. Mais ce suc nourricier souffre une sécrétion dans les vaisseaux déliés du petit œuf qui dans un court espace de tems forme l'arriere-faix; de sorte que cette substance déliée & visqueuse tire son origine des vaisseaux des membranes & de l'arriere-faix. C'est là le moyen dont la Nature se sert pour nourrir l'homme dans son premier & plus tendre âge. Son corps n'est donc alors qu'un suc, qui ne contient gueres de particules terrestres, c'est à dire, qu'il a peu de roideur. Si donc ces organes sécrétoires qui viennent de l'arriere-faix & des membranes de l'enfant, n'existent pas; la substance nourriciere ne peut plus subir les sécrétions qui la subtilisent. Or voilà précisément le cas de notre enfant durci. Ainsi le premier principe de ce durcissement remonte jusqu'aux premiers tems de la nutrition, où l'enfant, au lieu de cette matiere ou gelée subtile, a reçu un aliment plus grossier.

XVIII. Le second moyen dont la Nature se sert pour nourrir l'homme, & introduire en même tems du sang dans son corps, s'exécute par le cordon ombilical. Celui-ci sort de l'arriere-faix. Le célebre Anatomiste de Londres, M. *Hunter*, est venu à bout, par les injections les plus heureuses, de découvrir que l'arriere-faix est un corps d'une espece particuliere, composé à la vérité de vaisseaux qui sont dans la liaison la plus étroite avec l'*uterus*; mais ces vaisseaux de communication entre l'arriere-faix & l'*uterus* ne vont pas tout de suite se rendre aux vaisseaux du cordon ombilical; de façon que le sang ne passe pas non plus immédiatement de l'*uterus* par les vaisseaux sanguins du cordon ombilical dans l'enfant; mais il se trouve une certaine substance intermédiaire spongieuse entre les vaisseaux qui vont

de l'*uterus* dans l'arriere-faix & ceux auxquels on donne, dans le sens propre, le nom de vaisseaux sanguins ombilicaux; c'est de cette substance seulement que les rameaux de la veine ombilicale résorbent la meilleure partie du sang & la plus propre à nourrir l'enfant, qui étant alors conduite jusqu'à lui par la veine ombilicale, sert à nourrir l'enfant pendant les derniers mois, & ensuite est ramenée par les arteres ombilicales dans l'arriere-faix; où tout aussitôt les veines résorbantes de l'*uterus* reprennent ce sang qui est revenu de l'enfant & le font rentrer dans les veines de l'*uterus*. Ces détails font voir comment la Nature ne conduit pas le sang grossier de la mere dans l'enfant, mais, au moyen de l'admirable structure de l'arriere-faix, n'y fait parvenir que la partie de ce sang la plus épurée & la plus convenable à l'enfant.

Il n'y a qu'environ un an que j'ai eu occasion d'observer cette structure de l'arriere-faix que M. *Hunter* a découverte & fait connoître par tant d'heureuses expériences. Je reçus le cadavre d'une personne enceinte qui étoit morte vers la fin du septieme mois de sa grossesse. Après avoir pris les arrangemens les plus propres à faire réussir l'injection, je liai l'aorte à son extrémité inférieure, avant sa division en *iliaques*, & je poussai l'injection en même tems par les deux arteres crurales dans les vaisseaux de l'*uterus*. Quand je m'apperçus d'une résistance suffisante à l'injection, j'ôtai la ligature & j'injectai par l'aorte même au dessus du diaphragme, afin que les arteres spermatiques internes qui vont se rendre à l'*uterus* fussent aussi parfaitement injectées que les autres vaisseaux de l'*uterus* qui avoient reçu l'injection par en bas. Après cette injection déliée, je poussai une matiere céreuse, dure & roide, dans tous les vaisseaux de l'*uterus*; je procédai de même à l'égard des veines qui aboutissent à l'*uterus*, & j'eus la satisfaction de voir l'*uterus* totalement injecté de la maniere la plus parfaite, tant à l'égard des arteres que j'avois remplies d'une liqueur rouge, que des veines où j'avois fait entrer une matiere jaune. Mais comme il me survint dans ce tems-là des affaires qui ne souffroient aucun délai, je mis ce cadavre dans une caisse d'étain remplie de bon esprit de vin, que je renouvellois de tems en tems, pour mettre ce corps à l'abri de toute putréfaction. Au bout de trois mois je trouvai le tems de

faire

faire l'ouverture de l'*uterus*, dont toutes les arteres & les veines qui lient l'arriere-faix à l'*uterus* étoient parfaitement remplies, de façon que non seulement la liqueur déliée de l'injection, mais aussi la matiere céreuse avoient rempli l'arriere-faix, tandis que les rameaux qui composent la veine ombilicale & les deux arteres ombilicales étoient exactement vuides, n'y ayant pas eu la moindre goutte de l'injection la plus déliée qui fût passée dans le corps de l'enfant. Les Anatomistes versés dans l'art d'injecter verront bien que je ne pouvois prendre plus de précautions pour remplir convenablement tous les vaisseaux de l'*uterus* & de l'arriere-faix. Peut-être que dans la suite, je rencontrerai de nouvelles occasions de répandre encore plus de jour sur cette théorie de la liaison de l'enfant avec l'*uterus*.

XIX. Quand donc l'arriere-faix manque, & que le sang, pour m'exprimer ainsi, n'est pas assez soigneusement filtré, celui que l'enfant reçoit, doit être d'une beaucoup plus mauvaise qualité, & moins propre à sa nourriture. Or c'est là encore le cas de notre enfant durci. Il n'existoit point d'arriere-faix, les vaisseaux venant du colon, du grand *omentum*, du *rectum*, de l'*uterus* & des trompes de Fallope. Qui ne verroit d'abord que l'enfant ne pouvoit recevoir qu'un sang grossier, de mauvaise qualité & chargé de particules terrestres, dont le corps de cet enfant doit par conséquent s'être abondamment imprégné? Tels sont les principes qui peuvent servir à expliquer le durcissement de l'enfant.

XX. A présent il ne sera plus si difficile de rendre raison de sa conservation pendant le cours de tant d'années dans le bas ventre sans la moindre atteinte de putréfaction. L'individu humain arrive sur la scene du grand théatre de ce monde, lorsqu'il possede des forces suffisantes pour l'y conduire; il est même obligé de céder à la violence qui l'y pousse. Dans la 40e semaine de la grossesse, l'*uterus* pousse l'enfant & le chasse de son domicile. Or quelle force pouvoit chasser cet enfant durci? Il n'existe dans le bas ventre aucun principe d'action suffisant pour un pareil effet; ainsi cet enfant n'a pu que demeurer parfaitement tranquille à sa place. Quoique d'ailleurs je tourne en ridicule toutes les couches qu'on prétend arriver plus tard qu'au bout de neuf mois, les prétendus faits de cette nature n'étant

jamais redevables de leur origine qu'à l'imposture & à la soif de l'or ; on peut néanmoins, dans le cas extraordinaire dont il s'agit ici, admettre & poser en fait, sans crainte de donner prise à la raillerie, que l'enfant en question a vécu au delà de 40 semaines dans le bas ventre. Mais en conséquence de la nourriture grossiere qu'il a reçue & de la pression constante qu'il a éprouvée, cet enfant, au lieu de prendre de l'accroissement, s'est durci de plus en plus; la partie la plus déliée de ses sucs s'est de plus en plus dégagée & a passé par les arteres du cordon ombilical, jusqu'à ce qu'à la fin il a été réduit en une masse entierement privée de suc & de sang. Une semblable masse n'est pas susceptible de putréfaction. Cela n'arrive qu'aux parties succulentes animales, qui contiennent beaucoup d'alcalis: un tel composé pourrit rapidement. Ce durcissement extraordinaire de l'enfant a aussi été la cause pour laquelle, pendant plus de douze semaines qu'on a employées à le dessiner, il n'a donné aucun indice de tendre à la putréfaction, s'étant toujours conservé au même état. L'ayant mis dans de l'esprit de vin, il n'en est devenu ni plus dur ni plus mou.

XXI. Enfin, quant à l'incrustation, elle n'est survenue qu'après l'entier durcissement, & même après la mort de l'enfant. Dans l'état naturel la cavité du bas ventre est sujette à une perpétuelle transpiration ; & ce liquide est composé de parties aqueuses, d'un peu d'huile animale & de terre. Cette transpiration abdominale s'est donc déposée goutte à goutte sur l'enfant déja durci ; la partie la plus déliée a été résorbée par les vaisseaux du bas ventre, tandis que la partie terrestre, la plus épaisse & la plus pesante, est demeurée autour de l'enfant; & comme cette enveloppe de la liqueur abdominale a duré pendant tant d'années, l'enfant est demeuré entouré de lames semblables à du cuir; & c'est par là que la Nature a voulu couronner pleinement son chef-d'œuvre.

EXPLICATION DES FIGURES.

FIGURE I.

Elle représente la situation parfaitement naturelle du *fœtus* durci, après l'ouverture de la cavité de l'abdomen; & la liaison entre ce *fœtus* & toutes les parties placées dans l'abdomen. Pl. III.

A.A.A.A. sont les muscles abdominaux, coupés par une incision cruciale & renversés.

B. Le lobe gauche du foie.

C. Le lobe droit du foie.

D.D. Le ligament large du foie.

E.E. Le ligament rond du foie, ou la veine ombilicale convertie en ligament.

F. La vésicule du fiel.

G.G. Le ventricule dont le fond & le corps, dans cette femme, s'étoient entiérement étendus dans l'hypochondre gauche.

H. L'antre du pylore.

I.I.I. Le grand *omentum* qui couvroit le dos & les fesses du *fœtus*.

K.K.K. Une portion de l'intestin *ileum*.

L.L.L. Une portion de l'intestin *jejunum*.

M. Le bras droit du *fœtus*.

N.N. L'avant-bras droit.

O. La cuisse droite.

P. La jambe droite.

Q. Le pied droit recourbé.

R. La jambe gauche.

S. Le pied gauche recourbé.

T. La région du dos entre les épaules.

V.V.V. L'intestin *colon*.

W.W.W. Le vaisseau ombilical sortant du grand *omentum*, & passant par le pli entre la cuisse & l'avant-bras droit, jusqu'à la région ombilicale du *fœtus*.

X.X.X. L'autre vaisseau ombilical que fournit le grand *omentum*, & qui se répand au dessus de la cuisse droite; après quoi il continue son chemin à travers le pli entre la cuisse & la jambe droite, & se termine dans la région ombilicale du *fœtus*.

1. 2. 3. 4. Ce sont les vaisseaux ombilicaux qui tirent leur origine de la partie transversale du *colon*, & vont se terminer dans la région du nombril. Ils sont indiqués dans la seconde Figure par les chiffres 40. 41. 42 & 43.

FIGURE II.

Pl. IV. Dans cette Figure on a ôté les os innominés du côté gauche, & laissé le péritoine, afin que les parties situées dans la profondeur du bassin puissent être d'autant mieux apperçues.

1. L'*os pubis* du côté droit.
2. La peau qui couvre le mont de Vénus, renversée.
3. 4. 5. Le péritoine dégagé des muscles abdominaux, & renversé.
6. 7. La vessie.
8. L'*uterus*.
9. L'extrémité uterine de la trompe de Fallope droite.
10. L'extrémité externe de la trompe de Fallope gauche, qui dans cette femme s'étoit réunie à l'ovaire gauche.
11. L'ovaire gauche.
12. L'extrémité uterine de la trompe de Fallope droite.
13. La partie restante de la trompe de Fallope, qui s'étendoit vers le côté gauche, mais que l'ombre ne permettoit pas d'exprimer, s'étoit réunie avec l'ovaire, de la même maniere que l'extrémité externe du côté gauche.
14. Un corps inaccoûtumé, qui étoit attaché, par une celluleuse non-naturelle, à la surface postérieure de l'*uterus*, avec l'*uterus* & l'ovaire: il étoit mobile & dur au toucher.
15. La derniere vertebre des lombes.
16. La premiere fausse vertebre de l'*os sacrum*.
17. 18. La partie transversale du *colon*.
19. La courbure gauche du *colon*.
20. 21. 22. La partie descendante, ou la courbure qu'on appelle le S. Romain du *colon*.
23. 24. L'intestin *rectum*.
25. Le *fœtus* durci, peint presque renversé, dont la tête, le cou, le *thorax* & l'abdomen sont couverts d'une lame mince, semblable à du cuir, qui avoit le plus d'épaisseur à la tête, une moindre au *thorax*, & la plus petite à l'abdomen.
26. Le bras gauche.
27. L'avant-bras gauche.
28. La main gauche, le bras avec son avant-bras & la main roide, couvert de la lame susdite, & ayant la cohérence la plus étroite avec le corps du *fœtus*.
29. Le pouce.
30. Le doigt *index*.
31. Le doigt du milieu.

32. Le doigt annulaire. Le cinquieme doigt étoit si fortement appliqué contre l'abdomen, qu'on ne pouvoit le bien distinguer des autres, ni par conséquent le représenter ici.

33. La cuisse gauche.

34. La jambe gauche.

35. Le pied gauche. Les orteils de ce pied s'étoient par la longueur du tems tellement réunis les uns aux autres, qu'on ne pouvoit les séparer.

36. La cuisse droite.

37. La jambe droite.

38. Le pied recourbé.

39. Les doigts.

40. 41. 42. 43. Ce sont les vaisseaux qui procédent de la partie transversale du *colon*, & se répandant au dessus & au dessous du pied droit, se terminent dans la région ombicale du *fœtus*.

44. Le vaisseau ombilical qui sort de la partie supreme de l'intestin *rectum*, & qui, comme on le voit dans la Figure, se joint aux vaisseaux qui procédent de l'*uterus* & de la trompe droite.

45. 46. Les vaisseaux ombilicaux qui naissent du fond de l'*uterus*.

47. Les petits vaisseaux ombilicaux issus de la trompe gauche.

48. Les vaisseaux ombilicaux nés de la trompe droite.

Les vaisseaux ombilicaux, marqués par les chiffres 44. 45. 46. 47. 48. formoient un petit cordon légerement tors, & qu'on pouvoit aisément diviser dans les petits faisceaux

49. 50. 51. 52. 53. qui se dispersoient entre la cuisse droite & ce qui restoit de l'abdomen, jusqu'à la région où dans l'état naturel auroit dû se trouver le nombril du *fœtus*. En attendant il faut bien remarquer que tous les vaisseaux auxquels je donne le nom d'ombilicaux s'étoient changés en ligamens de la maniere dont cela arrive ordinairement dans un *fœtus*, dont après l'accouchement les vaisseaux ombilicaux deviennent des ligamens, c'est à dire, souffrent un tel changement qu'ils ressemblent à des ligamens.

FIGURE III.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. C'est la petite lame durcie qui couvroit le *fœtus*; laquelle ayant été enlevée par le scalpel, on apperçoit l'oreille gauche, l'œil & les poils dispersés sur le crane; mais les rides & le durcissement total de la face l'avoient rendue tellement difforme, qu'il n'étoit presque pas possible de distinguer le nés de la bouche. Il ne faut pas omettre non plus que le cou étoit tellement comprimé que la machoire inférieure se trouvoit appliquée contre le *thorax*. Pl. V.

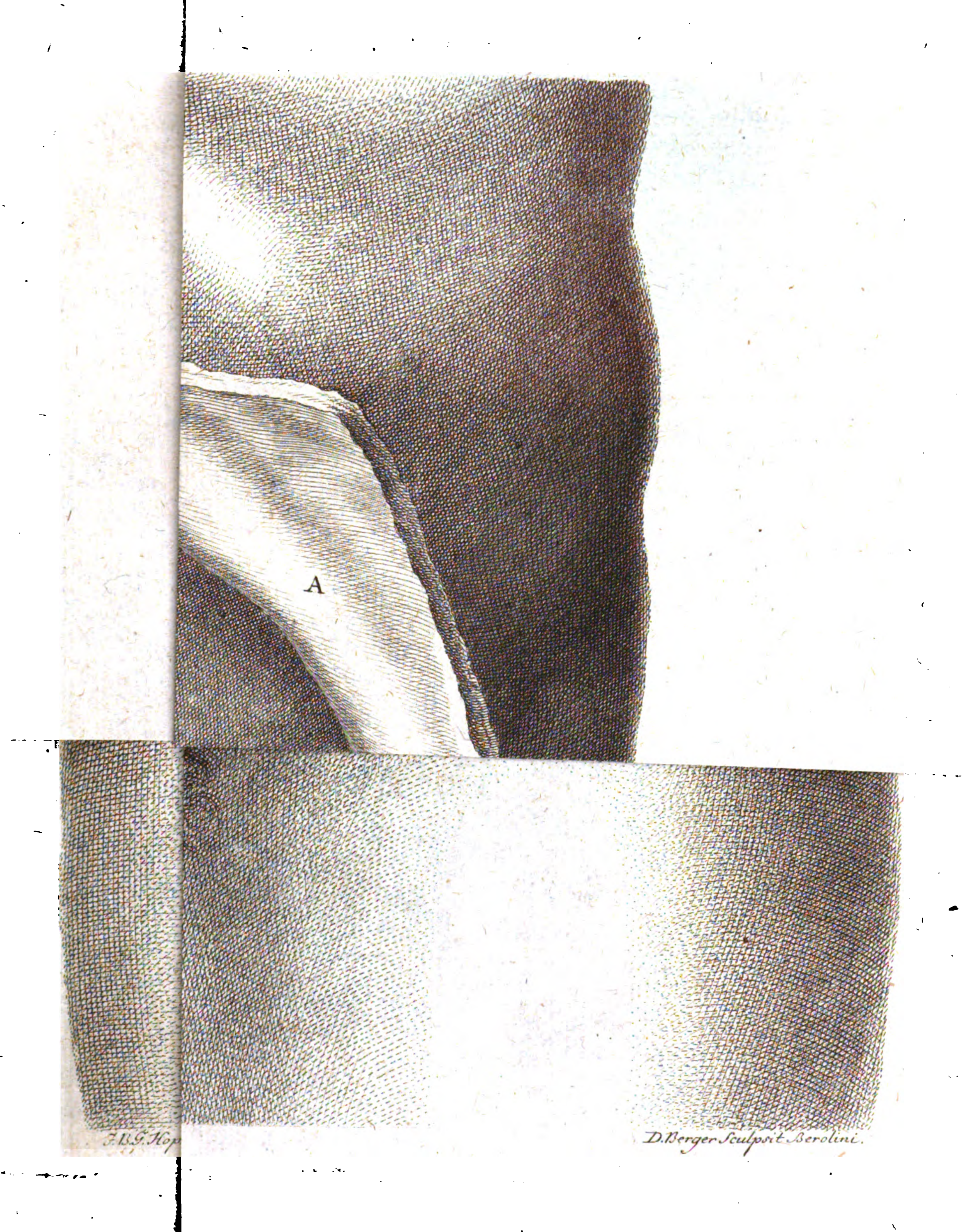
8. 9. 10. 11. Le conduit de l'oreille gauche, dit *Helix*.

12. L'*Antihelix.*
13. L'*Antitragus.*
14. Le *Tragus.*
15. Le lobule de l'oreille.
16. La paupiere supérieure de l'œil gauche.
17. La paupiere inférieure.
18. Le nés durci & difforme.
19. 20. 21. Les poils noirs dont le crâne est garni.
22. 23. Ce sont les parties de la face, qui étoient plus enduites que les autres, d'une matiere terrestre.
24. Le *thorax.*

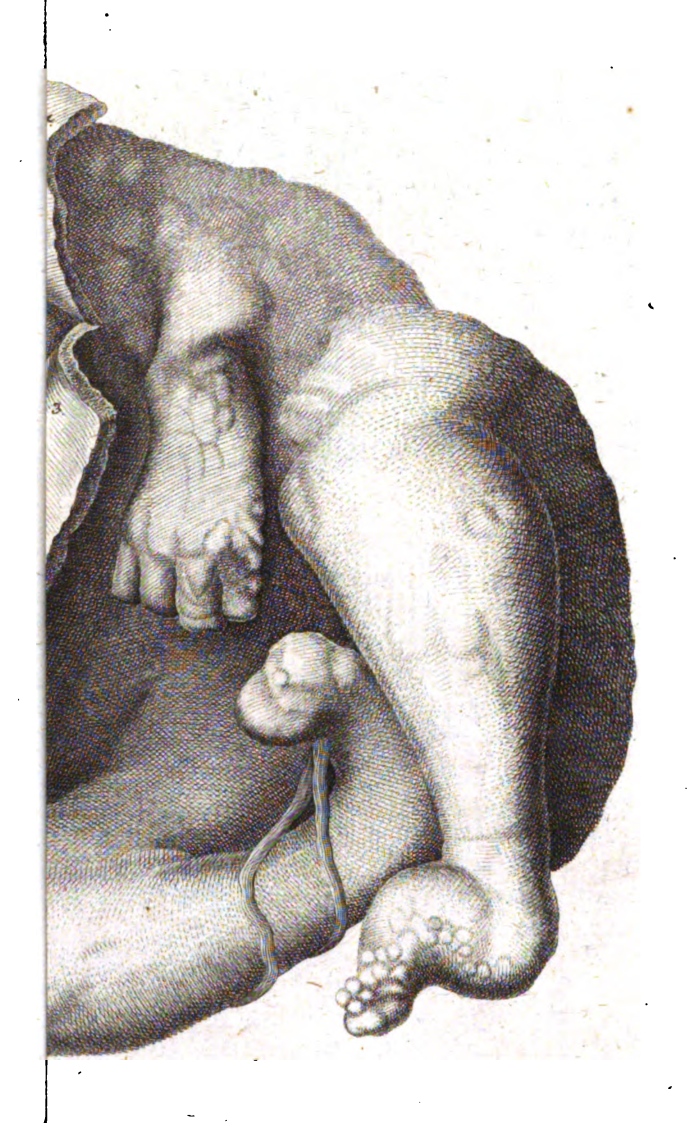
FIGURE IV.

Pl. VI. Elle représente le cœur placé dans la cavité droite du *thorax.*

1. 2. 3. 4. 5. Le péricarde cohérent à l'aîle droite du diaphragme, ouvert.
6. Le ventricule antérieur du cœur.
7. Le ventricule postérieur.
8. L'oreillette droite.
9. L'oreillette gauche.
10. 11. L'artere pulmonale.
12. 13. L'arc de l'aorte.
14. Le conduit artériel de Botal, changé en ligament.
15. Le rameau supérieur des veines pulmonales gauches.
16. Le rameau inférieur des mêmes veines.
17. 18. 19. Le poûmon gauche fort grand.
20. 21. Le poûmon droit comprimé, à cause de la dimension étroite de la cavité droite du *thorax,* de sorte que ce poûmon étoit réduit à un volume plus petit que de coûtume.
22. Le tronc de la veine cave supérieure.
23. La partie gauche convexe du diaphragme.
24. L'artere souclaviere droite.
25. La vertébrale droite.
26. La carotide droite.
27. L'artere souclaviere gauche.
28. La vertébrale gauche.
29. La carotide gauche.
30. 31. L'artere âpre.
32. Le nerf de la huitieme paire du côté gauche exprimé en passant.
33. Le nerf de la huitieme paire du côté droit exprimé de même.


A
J.L.G. Hop
D.Berger Sculpsit Berolini.





D. Berger Sc. Berolini

es
a
u
e
la
la

3.

5.

5.

EXTRAIT
des Observations météorologiques faites à Berlin en l'année 1775.

PAR M. BÉGUELIN.

Les éclaircissemens sur la méthode d'observer sont rapportés dans les Mémoires des Années 1769 & 1770. pag. 128 & 75. Il suffira d'en répéter ici que l'échelle du Baromètre est divisée en pouces & lignes du pied de Paris; & que la graduation du Thermomètre de mercure est celle qu'on nomme *de Réaumur*, dans laquelle le degré de chaleur de l'eau sous la glace, ou le point du dégel est 0; & l'espace entre ce point & celui de la chaleur de l'eau bouillante est divisé en 80 parties égales.

TABLEAU
des hauteurs barométriques extrêmes & moyennes pour chaque mois de l'année 1775.

Mois.	Jours.	La plus grande élévation.	Jours.	La moindre élévation.	Variation totale.	Le milieu.	Hauteur moyenne.
Janvier.	le 24.	28″.7‴,5.	le 4.	27″.8‴,	11‴,5.	28″. 1‴.75.	28″. 1‴,33.
Février.	le 6.	28. 6, 5.	le 12.	27. 2, 5.	16,	27. 9, 5.	27. 11, 6.
Mars.	le 14.	28. 5, 66.	le 28.	27. 5.	12, 66.	27. 11, 3.	27. 10, 9.
Avril.	le 14.	28. 5, 25.	le 18.	27. 6.	11, 25.	27. 11, 62.	28. 1, 5.
Mai.	le 2.	28. 6.	le 17.	27. 6, 75.	11, 25.	28. 0, 37.	28. 1, 1.
Juin.	le 3.	28. 4, 5.	le 24.	27. 8, 5.	8.	28. 0, 5.	28. 0, 6.
Juillet.	le 19.	28. 3.	le 15.	27. 9.	6.	28.	28. 0, 5.
Août.	le 18.	28. 3, 5.	le 27.	27. 9.	6, 5.	28. 0, 7.	28. 0, 25.
Septemb.	le 2.	28. 4.	le 17.	27. 8, 25.	7, 75.	28. 0, 1.	28. 0, 6.
Octobre.	les 9. 16.	28. 3.	le 29.	27. 6. 5.	8, 5.	27. 10, 75.	28. 0, 6.
Nov.	le 22.	28. 5, 25.	le 14.	27. 2. 25.	15.	27. 9, 75.	27. 11, 5.
Décemb.	le 17.	28. 8.	le 24.	27. 3. 25.	16, 75.	27. 11, 6.	28. 1, 7.
Année entiere.	le 17 Déc.	28″.8‴.	le 14. Nov.	27″.2‴,25.	17‴.75.	28″. 1‴,9.	28″. 0‴,55.

Remarque. Le milieu entre les hauteurs moyennes du Baromètre dans les années 1769 - 1775. donne pour la hauteur moyenne du Baromètre à Berlin déduite des observations de sept années consécutives, 28''. 0''',036. La pesanteur moyenne de l'atmosphere en 1775 excede celle de 1774 de 0''',557.

TABLEAU

des hauteurs extrêmes & moyennes du thermomètre, aux heures de la plus grande chaleur diurne, vers les 2 heures de l'après-midi, pour chaque mois de l'année 1775.

Mois.	Jours.	La plus grande chaleur.	Jours.	La moindre chaleur.	La différence.	Le milieu.	Châleur moyenne.
Janvier.	le 31.	+ 6^d. 75.	le 25.	—12^d. 5.	19^d,25.	— 2^d,9.	+ 0^d. 43.
Février.	le 26-28.	8.	le 6.	— 5.	13.	+ 1, 5.	5, 4.
Mars.	le 10.	10, 5.	le 29.	+ 2, 5.	8.	6, 5.	6, 9.
Avril.	le 28.	21.	le 12.	1, 75.	19, 25.	11, 3.	9, 2.
Mai.	le 25.	20.	le 18.	5.	15.	12, 5.	13, 6.
Juin.	le 9.	25, 25.	le 1.	12.	13, 25.	18, 6.	20, 6.
Juillet.	le 24.	26.	le 18.19.	13.	13.	19. 5.	19, 6.
Août.	le 3.	23, 5.	le 26.	16.	7, 5.	19, 75.	19, 16.
Septembre.	le 7. 8.	23.	le 17.	10, 25.	12, 75.	16, 5.	16, 9.
Octobre.	le 1.	15. 25.	le 29.	4, 5.	10, 75.	9, 9.	10, 1.
Novembre.	le 8.	8,	le 22.	— 0, 5.	8, 5.	3, 75.	2, 6.
Décembre.	le 4.	5, 5.	le 10.	— 2, 5.	8.	1, 5.	1, 8.
Année 1775.	24. Juill.	26^d.	25. Janv.	—12^d, 5.	38^d, 5.	12^d,84.	10^d, 52.

Remarque. La chaleur moyenne du midi qui résulte de la comparaison des sept années 1769 - 1775 est = 9^d,634. Celle de 1775 surpasse celle de 1774 de 0,98^d.

Le même Tableau pour les heures du matin & du soir.

Mois.	Jours.	Le plus haut deg.	Jours.	Le plus bas degré.	La différence.	Le milieu.	Chaleur moyenne.	La variation totale.
Janvier.	le 8.	5^d.	le 26.	— 14^d, 75.	19^d. 75.	— 4^d, 7.	— 3, 8.	21^d, 5.
Février.	le 26.	6.	le 6.	— 7.	13.	— 0, 5.	+ 2, 6.	15.
Mars.	le 22.	7.	le 30.	— 1, 5.	8, 5.	+ 2, 75.	3, 2.	12.
Avril.	le 28.	14.	le 13.	— 1, 5.	15, 5.	6, 25.	4, 5.	22, 5.
Mai.	le 25.	14, 5.	le 19.	+ 4.	10, 5.	9, 25.	9, 1.	16.
Juin.	le 9.	18, 5.	les 1. 2.	8.	10, 5.	13, 25.	15.	17, 25.
Juillet.	le 24.	19.	les 2. 16.	11.	8.	15.	15.	15.
Août.	le 3.	18.	le 26.	10.	8.	14.	14, 3.	13, 5.
Septembre.	le 7.	17.	le 29.	7.	10.	12.	11, 6.	16.
Octobre.	le 13.	10.	le 30.	0, 25.	9, 75.	5, 12.	6, 9.	15.
Novembre.	les 8. 14.	6.	le 21.	— 4.	10.	1.	2, 08.	12.
Décembre.	le 4.	4, 5.	le 22.	— 5.	9, 5.	— 0, 25.	1, 5.	10, 5.
Année 1775.	le 24 Juillet.	19^d.	26. Janv.	— 14^d, 75.	33^d, 75.	6^d, 1.	6^d, 8.	40, 75.

Remarque. La chaleur moyenne de la nuit qui résulte de la comparaison des sept dernieres années 1769 - 1775 est = 5^d, 95.

TABLEAU

de la direction du vent, pendant l'année 1775.

Plages.	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Total.
N.	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	3	8 j.
N. E.	2	0	0	4	3	2	1	1	1	1	5	1	21
E.	9	2	0	7	6	6	3	3	8	2	10	2	58
S. E.	3	2	2	4	1	9	4	2	6	2	3	3	41
S.	7	4	7	2	0	2	3	7	4	1	2	5	44
S. W.	5	7	5	0	3	3	5	7	4	13	3	4	59
W.	3	9	13	5	13	5	11	5	1	7	4	9	89
N. W.	2	3	4	7	4	2	4	6	1	5	3	4	45

TABLEAU

de l'état de l'Atmosphere pendant l'année 1775.

	Janv.	Fév.	Mars.	Avr.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Total.
Jours sereins.	5	3	5	11	9	11	1	3	16	2	0	3	69
A moitié couv.	13	15	12	13	19	14	27	24	9	17	12	10	185
Couverts.	13	10	14	6	3	5	3	4	5	12	18	18	111
Nébuleux.	4	4	3	6	0	0	0	1	1	2	11	5	37
Petite pluie.	4	4	5	6	4	4	2	3	4	4	1	3	44
Pluie copieuse.	2	8	10	5	6	4	12	11	4	12	8	5	87
Un peu de neige	3	0	2	1	0	0	0	0	0	0	4	3	13
Beauc. de neige	4	2	3	0	0	0	0	0	0	0	2	2	13
Gelée continue.	10	3	0	0	0	0	0	0	0	0	2	11	26
Gelée de nuit.	4	0	6	0	0	0	0	0	0	0	8	4	22
Orages.	0	0	0	0	1	4	6	8	0	0	0	0	{ 9 près 10 au loin
Grêle & grésil.	0	0	0	4	1	0	0	0	1	0	0	1	7
Vent médiocre.	2	7	9	8	3	7	5	4	8	3	3	6	65
Vent fort.	3	4	6	5	7	1	0	0	2	3	3	7	41
Aurores Bor.	3	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	6

OBSERVATIONS PLUS DÉTAILLÉES pour chaque Mois.

JANVIER 1775.

Le Barométre a été:

4 jours entre	27″. 8‴	à	10‴.	le 2. 4. 5. 30.
6 - - - - -	10	à	12.	le 1. 6. 8. 12. 29. 31.
6 - -	28″. 0	à	2.	le 3. 9. 11. 13. 22. 28.
11 - - - - -	2	à	4.	le 7. 10. 14. 15. 18-21. 23. 26. 27.
3 - - - - -	4	à	6.	le 16. 17. 25.
1 - - - - -	6	à	8.	le 24.

Le Thermomètre vers les 2 heures après midi.

3 jours entre	— 12ᵈ	& —	10ᵈ.	le 24-26.
1 - -	— 10	& —	8.	le 23.
0 - -	— 8	&	6.	
0 - -	— 6	& —	4.	
1 - -	— 4	& —	2.	le 22.
5 - -	— 2	&	0.	le 1. 3. 17-19.
12 - -	- 0	& +	2.	le 2. 4-7. 10. 15. 16. 20. 21. 27. 28.
5 - -	- 2	&	4.	le 9. 11-14.
2 - -	- 4	&	6.	le 8. 29.
2 - -	- 6	&	7.	le 30. 31.

La direction du vent.

2 jours *N. E.* le 23. 24.
9 - *E.* le 15-22. 25.
3 - *S. E.* le 14. 26. 28.
7 - *S.* le 10-13. 27. 29. 30.
5 - *S. W.* le 1. 2. 6. 8. 31.
3 - *W.* le 3-5.
2 - *N. W.* le 7. 9.

Vent un peu fort, le 15. 24. - - II jours.
Vent fort, le 4. 9. 18. - - - III -

L'état de l'Atmosphere.

5 jours sereins, le 10. 15. 19. 23. 24.
13 - à moitié couverts, le 1. 3. 4. 9. 14. 16. 20. 26-31.
13 - couverts, le 2. 5-8. 11-13. 17. 18. 21. 22. 25.

Brouillards, le 6. 12. 13. 17. - - - IV jours.
Petite pluie, le 6. 8. 12. 29. - - IV -
Pluie copieuse, le 9. 11. - - - - II -
Un peu de neige, le 1. 18. 25. - - III -
Beaucoup de neige, le 3. 4. 6. 22. - - IV -
Gelée continue, le 1. 17-20. 22-26. - - X -
Gelée de nuit, le 3. 9. 15. 17. - - IV -

Aurores boréales tranquilles le 23. 24. & très claire le 30	-	III jours.
Halô de Lune, le 11.	-	I -

FÉVRIER 1775.

Le Baromêtre a été:

1 jour entre	27″. 2‴	à	4‴.	le 12.	
3 - - - - -	4	à	6.	le 4. 11. 13.	
4 - - - - -	6	à	8.	le 5. 9. 10. 14.	
4 - - - - -	8	à	10.	le 1-3. 15.	
3 - - - - -	10	à	12.	le 8. 17. 18.	
2 - - - -	28″. 0	à	2.	le 16. 19.	
4 - - - - -	2	à	4.	le 7. 22. 24. 25.	
4 - - - - -	4	à	5.	le 20. 21. 23. 28.	
3 - - - - -	5	à	6,5.	le 6. 26. 27.	

Le Thermomêtre vers les 2 heures après midi.

1 jour entre	— 5^d	& —	2^d.	le 6.
1 - -	— 2	&	0.	le 7.
1 - - -	0	& +	2.	le 5.
3 - - -	2	&	4.	le 8. 10. 18.
11 - - -	4	&	6.	le 3. 4. 9. 11. 17. 19-23. 25.
11 - - -	6	&	8.	le 1. 2. 12-16. 24. 26-28.

La direction du vent.

1 jour	*N.* & *N.E.*	le 6.
2 jours	*E.*	le 26. 27.
2 -	*S.E.*	le 7. 28.
4 -	*S.*	le 8. 11. 13. 14.
7 -	*S.W.*	le 1.-2. 9. 12. 15-17.
9 -	*W.*	le 3. 4. 10-18. 20. 21. 23-25.
3 -	*N.W.*	le 5. 19-22.

Vent médiocre, le 2. 3-12. 13. 19. 22. 24.	-	VII jours.
Vent fort, le 5. 18. 20. 21.	-	IV -

L'état de l'Atmosphère.

3 jours sereins, le 6. 27. 28.
15 - à moitié couverts, le 2. 3. 5. 12. 13. 15-20. 22-24. 26.
10 - couverts, le 1. 4. 7-11. 14. 21. 25.

Brouillards, le 4. 14. 24. 26. - - IV jours.
Petite pluie, le 1. 15. 21. 24. - - IV -
Pluie copieuse, le 4. 8-11. 17. 19. 25. - - VIII -
Neige copieuse, le 5. 7. - - II -
Gelée continue, le 5-7. - - III -

MARS 1775.

Le Baromètre a été:

2 jours entre	27″. 5‴	à 6‴.	le 12. 29.
4 - - - -	6	à 8.	le 25-28.
8 - - - -	8	à 10.	le 4-6. 13. 19-21. 30.
8 - - - -	10	à 12.	le 3. 7. 8. 10. 18. 23. 24. 31.
4 - - -	28″. 0	à 2.	le 2. 9. 11. 12.
2 - - - -	2	à 4.	le 1. 17.
3 - - - -	4	à 6.	le 14-16.

Le Thermomètre vers les 2 heures après midi.

2 jours entre	2^d	&	3^d.	le 28. 29.
4 - -	3	&	4.	le 13. 14. 27. 31.
5 - -	4	&	6.	le 9. 15. 21. 26. 30.
10 - -	6	&	8.	le 1. 5-8. 16. 17. 23-25.
6 - -	8	&	9.	le 3. 4. 11. 12. 18. 22.
3 - -	9	&	10.	le 2. 19. 20.
1 - -	10	&	11.	le 10.

La direction du vent.

2 jours	*S.E.*	le 5. 6.	
7 -	*S.*	le 1-3. 7. 10. 11. 19.	
5 -	*S.W.*	le 4. 18. 20. 28. 31.	
13 -	*W.*	le 8. 9. 12. 15-17. 22-25. 27. 29. 30.	
4 -	*N.W.*	le 13. 14. 21. 26.	
Vent médiocre,		le 7. 14-18. 23. 26. 28.	IX jours.
Vent fort,		le 8. 12. 20. 21.	IV -
Vent très fort,		le 13. 25.	II -

L'état de l'Atmosphere.

5 jours	sereins,	le 1-3. 14. 26.	
12 -	à moitié couverts,	le 4-7. 10. 12. 19. 23. 24. 27. 30. 31.	
14 -	couverts,	le 8. 9. 11. 13. 15-18. 20-22. 25. 28. 29.	
Brouillards,		le 4. 9. 23.	III jours.
Pluie,		le 6. 11. 16. 22. 23.	V -
Beaucoup de pluie,		le 4. 7. 9. 10. 12. 13. 21. 24. 25. 28	X -
Neige,		le 13. 30.	II -
Beaucoup de neige,		le 27-29.	III -
Gelée de nuit,		le 1. 26-28. 30. 31.	VI -

AVRIL 1775.

Le Barometre a été.

3 jours	entre 27″. 6‴	à 8‴.	le 17-19.
1 - - - -	8	à 10.	le 16.
2 - - - -	10	à 12.	le 11. 20.
10 - -	28″. 0	à 2.	le 1. 4. 5. 9. 12. 15. 22. 23. 29. 30.
12 - - - -	2	à 4.	le 2. 3. 6-8. 10. 13. 21. 24. 26-28.
2 - - - -	4	à 6.	le 14. 25.

Le Thermomêtre à 2 heures après midi.

1 jour	entre	1^d	&	2^d.	le 12.
2	- -	2	&	4.	le 13. 14.
5	- -	4	&	6.	le 1. 2. 9. 18. 20.
8	- -	6	&	8.	le 3. 5. 10. 15. 16. 19. 21. 22.
6	- -	8	&	10.	le 6. 7. 8. 11. 17. 23.
2	- -	10	&	12.	le 4. 24.
1	- -	12	&	14.	le 25.
1	- -	14	&	16.	le 26.
2	- -	16	&	18.	le 27. 30.
1	- -	18	&	20.	le 29.
1	- -	20	&	22.	le 28.

La direction du vent.

1 jour	*N.*	le 2.	
4	-	*N.E.*	le 5. 6. 10. 30.
7	-	*E.*	le 9. 14. 22. 23. 25. 27. 29.
4	-	*S.E.*	le 15. 24. 26. 28.
2	-	*S.*	le 3. 4.
5	-	*W.*	le 8. 16-19.
7	-	*N.W.*	le 1. 7. 11-13. 20. 21.

Vent médiocre, le 7. 8. 12. 15-18. 20. - VIII jours.
Vent fort, le 9. 13. 19. 23. 30. - - V -

L'état de l'Atmosphere.

11 jours sereins, le 6. 14. 22-30.
13 - à moitié couverts, le 1. 3. 4. 7. 8. 10. 12. 13. 15. 16. 18. 19. 21.
6 - couverts, le 2. 5. 9. 11. 17. 20.

Brouillards & bruine, le 1-5. 8. - - VI jours.
Petite pluie, le 1-3. 5. 11. 16. - - VI -
Pluie copieuse, le 17-21. - - - V -
Neige, le 12. - - - - - I -
Grêle & grésil, le 18-21. - - - IV -

MAI. 1775.

Le Baromêtre a été:

2 jours entre	27″. 6‴ à 8‴.	le 17. 18.	
1 - - -	8 à 10.	le 19.	
7 - - -	10 à 12.	le 5. 6. 10. 16. 20. 25. 26.	
8 - -	28″. 0 à 2.	le 8. 9. 11-13. 15. 24. 27.	
10 - - -	2 à 4.	le 4. 7. 14. 21-23. 28-31.	
3 - - -	4 à 6.	le 1-3.	

Le Thermomêtre à 2 heures après midi:

1 jour entre	5ᵈ & 8ᵈ.	le 18.
4 - -	8 & 10.	le 12. 16. 19. 20.
7 - -	10 & 12.	le 1. 2. 11. 13. 14. 17. 30.
7 - -	12 & 14.	le 3. 7. 9. 10. 21. 27. 29.
5 - -	14 & 16.	le 15. 22. 23. 28. 31.
4 - -	16 & 18.	le 4. 8. 24. 26.
3 - -	18 & 20.	le 5. 6. 25.

La direction du vent.

1 jour	*N.*	le 29.
3 -	*N.E.*	le 21-23.
6 -	*E.*	le 1-4. 24. 25.
1 -	*S.E.*	le 26.
3 -	*S.W.*	le 5. 6. 8.
13 -	*W.*	le 7. 9-12. 15-20. 27. 28.
4 -	*N.W.*	le 13. 14. 30. 31.

Vent médiocre,	le 1. 15. 19 - -	III jours.
Vent fort,	le 9. 10. 17. 19. 27. - -	V -
Vent très fort,	le 8. 18. - - - -	II -

L'état

L'état de l'Atmosphere.

9 jours sereins,	le 1-4. 7. 16. 21-23.		
19 - à moitié couverts,	le 5. 6. 8-15. 17. 19. 20. 24-27. 29. 31.		
3 - couverts,	le 18. 28. 30.		
Un peu de pluie,	le 9. 14. 20. 28.	- -	IV jours.
Beaucoup de pluie,	le 8. 10. 17. 18. 26. 30.	-	VI -
Grêle,	le 18.	- - - -	I -
Orages. Un coup de tonnerre,	le 26.	- -	I -

JUIN 1775.

Le Baromêtre a été:

4 jours	entre 27″. 8‴	à 10‴.	le 24. 25. 27. 28.
6 -	- - - 10	à 12.	le 17-19. 23. 29. 30.
15 -	- - 28″. 0	à 2.	le 1. 7-16. 20-22. 26.
4 -	- - - 2	à 4.	le 2. 4-6.
1 -	- - - 4	à 5.	le 3.

Le Thermomêtre vers les 2 heures après midi.

2 jours entre	12ᵈ	& 14ᵈ.	le 1. 2.
4 - -	14	& 16.	le 3. 24. 25. 27.
3 - -	16	& 18.	le 4. 14. 28.
1 - -	18	& 20.	le 26.
8 - -	20	& 22.	le 5-15. 16. 18. 21-23. 29.
8 - -	22	& 24.	le 6-8. 13. 17. 19. 20. 30.
4 - -	24	& 26.	le 9. 10-12.

La direction du vent.

1	jour	*N.*	le 14.
2	-	*N.E.*	le 2. 15.
6	-	*E.*	le 3. 4. 9. 16. 18. 27.
9	-	*S.E.*	le 5-8. 10-12. 19. 26.
2	-	*S.*	le 17. 29.
3	-	*S.W.*	le 13. 25. 30.
5	-	*W.*	le 21-24. 28.
2	-	*N.W.*	le 1. 20.

Vent un peu fort, le 1. 6. 7. 11. 21. 22. 29. - VII jours.
Vent fort, le 2. - - - - I -

L'état de l'Atmosphere.

11 jours sereins, le 2-8. 10. 11. 15. 16.
14 - à moitié couverts, le 9. 12-14. 17-22. 25. 26. 28. 29.
5 - couverts, le 1. 23. 24. 27. 30.
Un peu de pluie, le 14. 18. 27. 30. - - IV jours.
Beaucoup de pluie, le 23-25. 28. - - IV. -
Orages, au loin le 12. 13, près le 14. 26. - IV. -

JUILLET 1775.

Le Barometre a été:

1 jour entre 27″. 9‴ à 10‴. le 15.
8 - - - - - 10 à 12. le 2. 3. 7. 8. 16. 24. 25. 29.
18 - - 28″. 0 à 2. le 1. 4. 6. 9-14. 17. 18. 22. 23. 26-28. 30. 31.
4 - - - - 2 à 3. le 5. 19-21.

Le Thermométre vers les 2 heures après midi.

1 jour entre	13^d	&	14^d.	le 1.
3	- -	14	&	16.	le 2. 18. 19.
7	- -	16	&	18.	le 3-5. 15-17. 31.
6	- -	18	&	20.	le 8. 9. 20. 21. 28. 30.
8	- -	20	&	22.	le 6. 10-14. 22. 29.
4	- -	22	&	24.	le 7. 23. 25. 26.
2	- -	24	&	26.	le 24. 27.

La direction du vent.

1 jour *N.E.* le 21.
3 - *E.* le 22. 23. 25.
4 - *S.E.* le 1. 6. 24. 27.
3 - *S.* le 7. 10. 28.
5 - *S.W.* le 8. 9. 13. 20. 30.
11 - *W.* le 2-5. 11. 14. 15. 17. 19. 29. 31.
4 - *N.W.* le 12. 16. 18. 26.
Vent médiocrement fort, le 3. 5. 13. 17. 25. - V jours.

L'état de l'Atmosphere.

1 jour serein, le 21.
27 - à moitié couverts, le 1-14. 16. 17. 19. 20. 22-27. 29-31.
3 - couverts, le 15. 18. 28.
Petite pluie, le 3. 30. - - - - - II jours.
Pluie copieuse, le 1. 2. 4. 7. 11. 12. 15-17. 28. 29. 31. - XII -
Orages au loin, le 7. 10. 25. 27. - - IV -
- sur la ville, le 15. & le 28. au matin. - II -

AOUT 1775.

Le Barométre a été:

1 jour entre	27″. 9‴	à 10‴.	le 27.	
1 - - - -	10	à 11.	le 26.	
5 - - - -	11	à 12.	le 6-9. 22.	
11 - - -	28″. 0	à 1.	le 1-5. 10. 20. 21. 28-30.	
6 - - - -	1	à 2.	le 11-13. 16. 25. 31.	
6 - - - -	2	à 3.	le 14. 15. 17. 19. 23. 24.	
1 - - - -	3	à 4.	le 18.	

Le Thermométre vers les 2 heures après midi.

9 jours entre	16^d & 18^d.	le 5. 9. 11. 15. 23-27.
16 - -	18 & 20.	le 1. 7. 8. 10. 12-14. 16-21. 28. 29. 31.
4 - -	20 & 22.	le 2. 4. 22. 30.
2 - -	22 & 24.	le 3. 6.

La direction du vent.

1 jour	*N. E.*	le 31.
3 jours	*E.*	le 9. 25. 26.
2 -	*S. E.*	le 3. 12.
7 -	*S.*	le 2. 4. 6. 8. 10. 22. 29.
7 -	*S. W.*	le 1. 7. 11. 19. 21. 27. 30.
5 -	*W.*	le 5. 15. 16. 24. 28.
6 -	*N. W.*	le 13. 14. 17. 18. 20. 23.

Vent médiocrement fort, le 9. 20. 22. 26. - IV jours.

L'état de l'Atmosphere.

3 jours sereins, le 2. 19. 31.
24 - à moitié couverts, le 1. 3-6. 8-12. 14. 16-18. 20-25. 27-30.
4 - couverts, le 7. 13. 15. 26.
Brouillards, le 27. - - - - I jour.
Petite pluie, le 8. 10. 26. - - III jours.
Beaucoup de pluie, le 1. 4-7. 15. 16. 21. 22. 27. 30. - XI -.
Éclairs & tonnere au loin, le 4. 7. 20. 30. - IV -.
Orages sur la ville, le 5-7. 22. - - IV -.

SEPTEMBRE 1775.

Le Barométre a été:

3 jours entre 27". 8‴ à 10‴. le 11. 16. 17.
3 - - - - - 10 à 11. le 12. 15. 27.
6 - - - - - 11 à 12. le 8. 9. 13. 14. 21. 26.
5 - - 28". 0 à 1. le 10. 20. 28. 29. 30.
7 - - - - - 1 à 2. le 1. 4. 7. 18. 19. 22. 25.
5 - - - - - 2 à 3. le 3. 5. 6. 23. 24.
1 - - - - - 3 à 4. le 2.

Le Thérmométre a été à 2 heures après midi:

1 jour entre 10ᵈ & 12ᵈ. le 17.
4 - - 12 & 14. le 15. 16. 29. 30.
6 - - 14 & 16. le 12-14. 18. 27. 28.
11 - - 16 & 18. le 1. 2. 4. 11. 19. 21-26.
4 - - 18 & 20. le 3. 5. 10. 20.
2 - - 20 & 22. le 6. 9.
2 - - 22 & 23. le 7. 8.

La direction du vent.

1 jour *N.* le 29.
1 - *N.E.* le 4.
8 - *E.* le 3. 5. 6. 15. 23-25. 30.
6 - *S.E.* le 2. 7. 14. 21. 22. 26.
4 - *S.* le 8. 19. 20. 27.
4 - *S.W.* le 9. 11. 13. 18.
5 - *W.* le 1. 10. 12. 16. 17.
1 - *N.W.* le 28.
Vent un peu fort, le 1-4. 20. 24. 25. - VIII jours.
Vent fort, le 11. 17. - - - II -

L'état de l'Atmosphere.

16 jours ſereins, le 2-8. 18. 19. 21-26. 30.
9 - à moitié couverts, le 1. 9. 10. 13. 14. 20. 27-29.
5 - couverts, le 11. 12. 15-17.
Brouillards, le 16, - - - - I jour.
Un peu de pluie, le 9. 11. 12. 16. - - IV -
Beaucoup de pluie, le 15. 17. 27. - - III -

OCTOBRE 1775.

Le Baromêtre a été :

1 jour entre 27″. 6‴ à 8‴. le 21.
4 - - - - 8 à 10. le 3. 4. 20. 28.
12 - - - - 10 à 12. le 5-7. 18. 19. 22-27. 29.
5 - - 28″. 0 à 1. le 2. 8. 14. 30. 31.
6 - - - - 1 à 2. le 1. 10. 12. 13. 15. 17.
3 - - - - 2 à 3. le 9. 11. 16.

Le Thermomêtre vers les 2 heures après midi:

3 jours entre		4^d	&	6^d.	le 29-31.
4	- -	6	&	8.	le 25-28.
4	- -	8	&	10.	le 6. 12. 23. 24.
13	- -	10	&	12.	le 4. 5. 7-9. 11. 16-22.
4	- -	12	&	14.	le 3. 10. 14. 15.
3	- -	14	&	16.	le 1. 2. 13.

La direction du vent.

1	jour	*N.E.*	le 6.
2	-	*E.*	le 1. 2.
2	-	*S.E.*	le 3. 23.
1	-	*S.*	le 4.
13	-	*S.W.*	le 9-21.
7	-	*W.*	le 5. 8. 22. 24. 25. 28. 31.
5	-	*N.W.*	le 7. 26. 27. 29. 30.

Vent médiocre, le 5. 17. 27. - - III jours.
Vent fort, le 8. 20. 21. - - - III -

L'état de l'Atmosphere.

2 jours sereins, le 1. 2.
17 - à moitié couverts, le 3. 5. 7. 8. 10. 11. 13. 16. 19. 20. 22. 24-27. 29. 30.
12 - couverts, le 4. 6. 9. 12. 14. 15. 17. 18. 21. 23. 28. 31.
Nébuleux, le 15. 16. - - - II jours.
Un peu de pluie, le 3. 14. 19. 24. - - IV -
Beaucoup de pluie, le 4-8. 10. 17. 21. 23. 25. 26. 28. - XII -
Gros grésil, le 26. - - - - I -

NOVEMBRE 1775.

Le Baromêtre a été:

1 jour entre	27″. 2‴	à	4‴.	le 14.
3 jours - - -	4	à	6.	le 13. 15. 16.
3 - - - - -	6	à	8.	le 7. 8. 18.
4 - - - - -	8	à	10.	le 5. 6. 9. 17.
4 - - - - -	10	à	12.	le 2. 11. 12. 19.
6 - -	28″. 0	à	2.	le 1. 3. 4. 10. 26. 27.
5 - - - - -	2	à	4.	le 20. 24. 25. 28. 29.
4 - - - - -	4	à	6.	le 21-23. 30.

Le Thermomêtre à 2 heures après midi:

2 jours entre —	1^d	&	0^d.	le 20. 22.
10 - - -	0	&	2.	le 18. 19. 21. 23-29.
10 - - -	2	&	4.	le 1-5. 12. 15-17. 30.
6 - - -	4	&	6.	le 6. 7. 10. 11. 13. 14.
2 - - -	6	&	8.	le 8. 9.

La direction du vent.

5 jours	*N. E.*	le 4. 5. 19. 21. 22.
10 -	*E.*	le 2. 6. 7. 13. 18. 23-27.
3 -	*S. E.*	le 1. 3. 8.
2 -	*S.*	le 28. 29.
3 -	*S. W.*	le 12. 14. 30.
4 -	*W.*	le 10. 11. 15. 16.
3 -	*N. W.*	le 9. 17. 20.

Vent médiocre, le 5. 9. 17. - - III jours.
Vent véhément, le 14. 15. 16. - - III -

L'état de l'Atmosphere.

12 jours à moitié couverts, le 1. 3. 10. 11. 13. 14. 19. 21. 22. 24. 28. 30.
18 - couverts, le 2. 4-9. 12. 15-18. 20. 23. 25-27. 29.

Brouillards,

Brouillards,	le 2. 3. 5-7. 12. 13. 20. 22. 23. 28.	XI jours.
Petite pluie,	le 15.	I -
Forte pluie,	le 5. 7-9. 11-14.	VIII -
Un peu de neige,	le 17. 21. 22. 25.	IV -
Beaucoup de neige,	le 18. 26.	II -
Gelée de nuit,	le 17-19. 21. 23-25. 29	VIII -
Gelée continue,	le 20. 22.	II -

DÉCEMBRE 1775.

Le Baromètre a été;

1 jour entre	27^{p}. 3$'''$	à	4$'''$.	le 24.
1 - - - -	4	à	6.	le 25.
2 - - - - -	6	à	8.	le 23. 26.
2 - - - - -	8	à	10.	le 9. 14.
3 - - - - -	10	à	12.	le 6. 22. 27.
4 - -	28$''$. 0	à	2.	le 8. 21. 28. 29.
10 - - - -	2	à	4.	le 2-4. 7. 11-13. 15. 30. 31.
7 - - - -	4	à	6.	le 1. 5. 10. 16. 18-20.
1 - - - -	6	à	8.	le 17.

Le Thermomêtre à 2 heures après midi.

1 jour entre	— 3^{d}	&	— 2^{d}.	le 10.
6 - -	— 2	&	— 1.	le 15. 16. 20. 22. 30. 31.
4 - -	— 1	&	0.	le 17. 21. 28. 29.
3 - - -	0	&	1.	le 11. 18. 19.
1 - - -	1	&	2.	le 23.
1 - - -	2	&	3.	le 24.
8 - - -	3	&	4.	le 2. 7-9. 12-14. 27.
6 - - -	4	&	5.	le 1. 3. 5. 6. 25. 26.
1 - - -	5	&	6.	le 4.

La direction du vent.

3 jours *N.* le 10. 15. 16.
1 - *N.E.* le 29.
2 - *E.* le 21. 31.
3 - *S.E.* le 22. 24. 29.
5 - *S.* le 1-3. 23. 25.
4 - *S.W.* le 11. 20. 26. 30.
9 - *W.* le 4-6. 12-14. 18. 27. 28.
4 - *N.W.* le 7-9. 17.

Vent médiocre, le 3. 4. 8. 9. 11. 26. - - VI jours.
Vent fort, le 5. 6. 12-14. 24. 25. - - VII -

L'état de l'Atmosphere.

3 jours sereins, le 10. 21. 22.
10 - à moitié couverts, le 3. 4. 9. 13. 15. 16. 23. 24. 26. 31.
18 - couverts, le 1. 2. 5-8. 11. 12. 14. 17-20. 25. 27-30.
Brouillards, le 1. 2. 19. 28. 29. - - V jours.
Un peu de pluie, le 4. 8. 12. - - - III -
Beaucoup de pluie, le 6. 7. 14. 24. 25. - - - V -
Un peu de neige, le 9. 17. 19. - - III -
Beaucoup de neige, le 11. 16. - - II -
Gelée de nuit, le 11. 18. 19. 23. - - IV -
Gelée continue, le 10. 15-17. 20-22. 28-31. - XI -
Grêle, le 14. - - - - I -
Lumiere boréale tranquille, le 15. - - - I -

Pl. VII. - La marche journaliere des variations barométriques pendant l'année 1775 est représentée dans la Planche VII.

ADDITION
aux Observations météorologiques de 1775.

Mr. *Sulzer* ayant passé le rigoureux hyver de 1775-1776 à Nice en Provence, a rapporté à l'Académie les Observations météorologiques qu'il y a faites pendant les trois mois de Décembre 1775, Janvier & Février 1776.

Bien qu'il n'y ait que l'extrait des observations faites en Décembre 1775 qui puisse avoir place ici; nous ne pouvons pas nous empêcher de remarquer en même tems pour la singularité du fait, que tandis que le froid a été extrême dans presque toute l'Europe & même en Italie vers la fin de Janvier 1776, le Thermomêtre à mercure de M. *Sulzer*, placé au Nord, à l'air libre, & gradué par lui-même avec le plus grand soin, sur l'échelle de *Fahrenheit*, n'a été qu'un seul jour au dessous du zéro de *Réaumur*, & seulement d'un demi degré; ce fut le matin du 1. Février 1776 qu'il descendit à 31^d. Il avoit été à $32\frac{1}{2}^d$ le 18 & le 31. de Janvier; de sorte que les plus grands froids de cet hyver à Nice, ont été d'un quart de degré au dessus, & d'un demi degré au dessous du point de la congélation naturelle.

M. *Sulzer* observe néanmoins 1°. que la chaleur de sa chambre a pû influer un peu sur le Thermomêtre quoique placé en dehors de la fenêtre, & faire monter le mercure peut-être d'un degré au dessus de la véritable température de l'air; 2°. que dans les heures où le Soleil dardoit avec le plus de violence sur la rue, la reverberation des rayons a pû aussi hausser le mercure d'environ deux degrés de *Fahrenheit*.

Hauteurs extrêmes du Thermomêtre à Nice en Décembre 1775.

1°. Le matin avant le lever du Soleil $\begin{cases} 53^d. & \text{le 28 Déc.} \\ 35\frac{1}{2}. & \text{le 12. 17. 18 Déc.} \end{cases}$

La chaleur moyenne du matin a été $41\frac{1}{2}^d$.

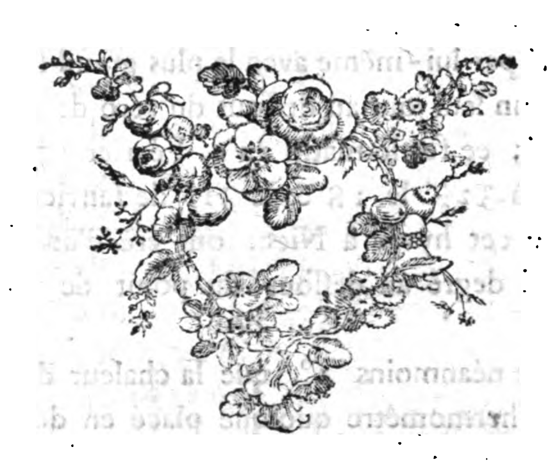
2°. Aux heures du midi: hauteurs extrêmes { 66½d. les 24. & 27. Déc. / 45. le 22.

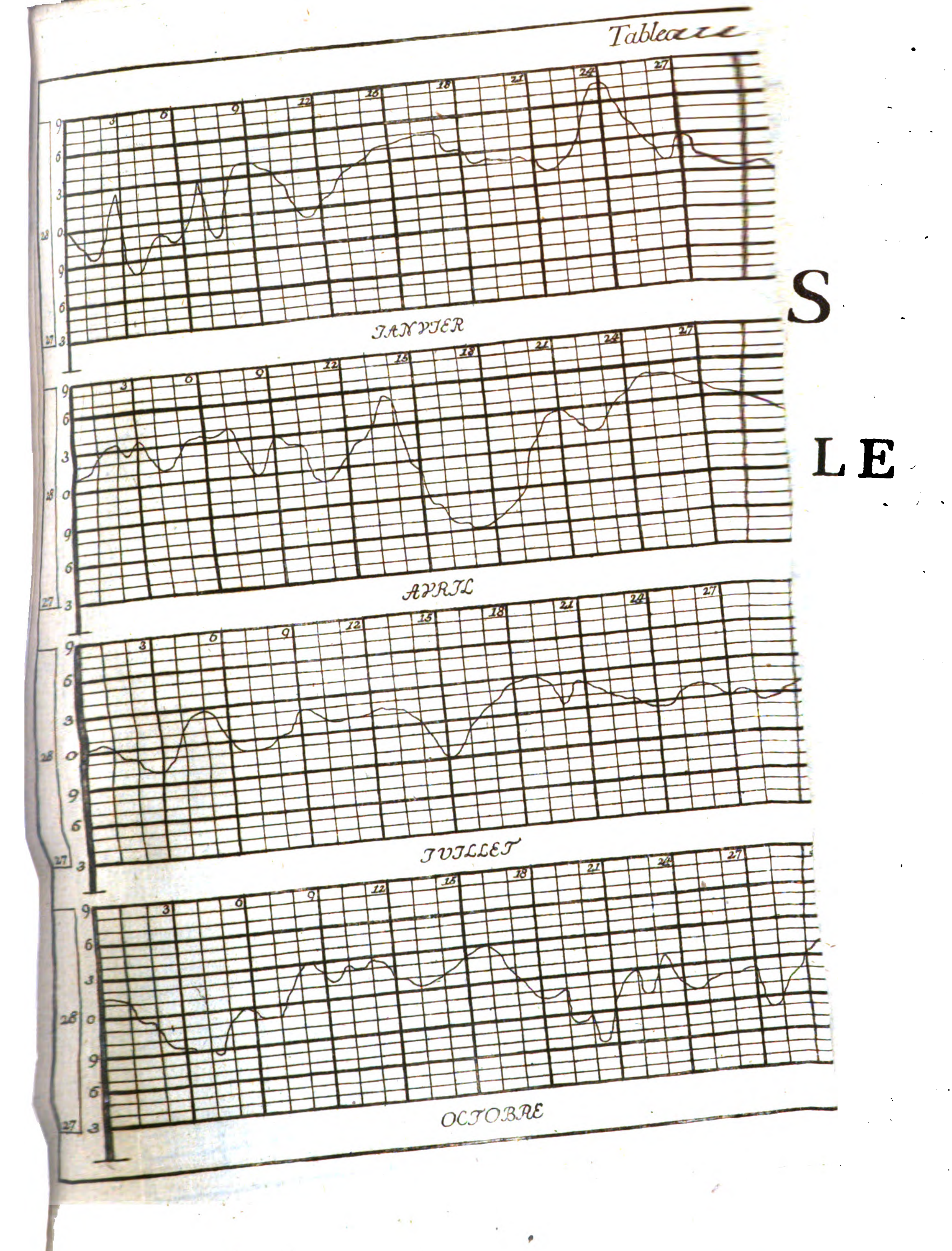
La chaleur moyenne du midi a été = 57½.

Le plus haut degré du Thermomêtre exposé aux rayons du Soleil à midi a été 99d. le 2. Décembre.

& le plus bas degré 65d. le 18 & 21 Décembre.

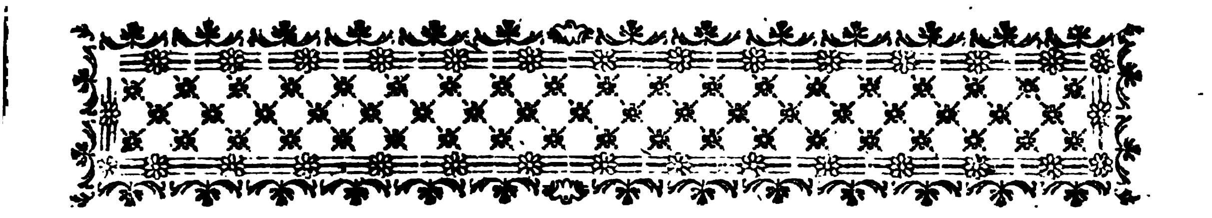
Il y a eu en Décembre: 19 jours sereins, 5 jours d'un ciel trouble ou gazé, 6 de Soleil accompagné de nuages épars, & un seul jour couvert, deux jours de petite pluie fine, & trois jours de pluie forte.




Tableau
JANVIER
AVRIL
JUILLET
OCTOBRE

NOUVEAUX MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.



RECHERCHES

sur les suites recurrentes dont les termes varient de plusieurs manieres différentes, ou sur l'intégration des équations linéaires aux différences finies & partielles; & sur l'usage de ces équations dans la théorie des hazards (*).

PAR M. DE LA GRANGE.

J'ai donné dans le premier Volume des Mémoires de la Société des Sciences de Turin une méthode nouvelle pour traiter la théorie des suites recurrentes, en la faisant dépendre de l'intégration des équations linéaires aux différences finies. Je me proposois alors de pousser ces recherches plus loin & de les appliquer principalement à la solution de plusieurs problemes de la théorie des hasards; mais d'autres objets m'ayant depuis fait perdre celui-là de vue, M. de la Place m'a prévenu en grande partie dans deux excellens Mémoires *sur les suites recurro-recurrentes*, & *sur l'intégration des équations différentielles finies & leur usage dans la théorie des hasards*, imprimés dans les Volumes VI & VII des Mémoires présentés à l'Académie des Sciences de Paris. Je crois cependant qu'on peut encore ajoûter quelque chose au travail de cet illustre Géometre, & traiter le même sujet d'une maniere plus directe, plus simple & surtout plus générale; c'est l'objet des Recherches que je vais donner dans ce Mémoire; on y trouvera des méthodes nouvelles pour l'intégration des équations linéaires aux différences

(*) Lu le 29 Avril & le 9 Mai 1776.

finies & partielles, & l'application de ces méthodes à plusieurs problemes intéressants du calcul des probabilités; mais il n'est question ici que des équations dont les coëfficiens sont constants; & je réserve pour un autre Mémoire l'examen de celles qui ont des coëfficiens variables.

ARTICLE PREMIER.

Des suites recurrentes simples, ou de l'intégration des équations linéaires aux différences finies entre deux variables.

Quoique la théorie des suites recurrentes ordinaires soit assés connue; je crois devoir commencer par la traiter en peu de mots pour servir comme d'introduction à celle des suites recurro-recurrentes qui fait le principal objet de ce Mémoire. D'ailleurs j'aurai soin de n'employer autant qu'il sera possible que des méthodes nouvelles & plus simples que celles qu'on a déja.

1. Soit la série

$$y_0,\ y_1,\ y_2,\ y_3\ \&c.\quad y_x,\ y_{x+1},\ y_{x+2}\ \&c.$$

dans laquelle on ait constamment cette équation linéaire entre n termes successifs:

$$Ay_x + By_{x+1} + Cy_{x+2} + \&c. + Ny_{x+n} = 0 \quad - - - (A),$$

A, B, C &c. N étant des coëfficiens constants quelconques; ce sera une série recurrente simple de l'ordre n, & l'équation (A) sera l'équation différentielle finie qu'il s'agit d'intégrer pour avoir l'expression du terme général y_x de la série proposée.

Pour cela je suppose $y_x = a\alpha^x$, a & α étant des constantes indéterminées; j'aurai donc $y_{x+1} = a\alpha^{x+1}$, $y_{x+2} = a\alpha^{x+2}$ &c, & les substitutions étant faites dans l'équation (A), elle deviendra divisible par $a\alpha^x$; & l'on aura après cette division

$$A + B\alpha + C\alpha^2 + \&c. + N\alpha^n = 0 \quad - - - - (B).$$

On voit par cette équation 1°. que puisque le coëfficient a ne s'y trouve pas, ce coëfficient demeure arbitraire; 2°. que l'équation étant par rapport

port à α du degré n, elle fournira en général n valeurs différentes de α, que je dénoterai par α, β, γ &c. On aura donc ainsi, en prenant aussi différens coëfficiens a, b, c &c, n valeurs différentes de y_x, savoir $a\alpha^x$, $b\beta^x$, $c\gamma^x$ &c; & comme l'équation (A) est linéaire, il est facile de voir que la somme de ces différentes valeurs de y_x, y satisfera aussi. De sorte qu'on aura en général

$$y_x = a\alpha^x + b\beta^x + c\gamma^x + \&c.$$

Et comme cette valeur de y_x contient n constantes arbitraires a, b, c &c. elle sera l'intégrale complette de l'équation (A) du n^{eme} ordre.

2. Si on suppose que les n premiers termes de la suite proposée soient donnés, on pourra par leur moyen déterminer les n constantes arbitraires a, b, c &c. il n'y aura pour cela qu'à résoudre les n équations

$$y_0 = a + b + c + \&c.$$
$$y_1 = a\alpha + b\beta + c\gamma + \&c.$$
$$y_2 = a\alpha^2 + b\beta^2 + c\gamma^2 + \&c.$$
&c.
$$y_{n-1} = a\alpha^{n-1} + b\beta^{n-1} + c\gamma^{n-1} + \&c.$$

Dans le cas de $n = 1$ on a

$$a = y_0,$$

dans le cas de $n = 2$ on aura

$$a = \frac{y_1 - \beta y_0}{\alpha - \beta}, \qquad b = \frac{y_1 - \alpha y_0}{\beta - \alpha},$$

dans le cas de $n = 3$, on aura

$$a = \frac{y_2 - (\beta + \gamma)y_1 + \beta\gamma y_0}{(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma)},$$

$$b = \frac{y_2 - (\alpha + \gamma)y_1 + \alpha\gamma y_0}{(\beta - \alpha)(\beta - \gamma)},$$

$$c = \frac{y_2 - (\alpha + \beta)y_1 + \alpha\beta y_0}{(\gamma - \alpha)(\gamma - \beta)};$$

& ainsi de suite.

De là & de la théorie connue des équations il est facile de conclure que si on fait pour abréger

$$A + B\alpha + C\alpha^2 + D\alpha^3 + \&c. + N\alpha^n = P,$$
$$B + C\alpha + D\alpha^2 + \&c. = Q,$$
$$C + D\alpha^2 + \&c. = R,$$
$$D + \&c. = S,$$
&c.

on aura en général

$$a = \frac{Qy_0 + Ry_1 + Sy_2 + \&c.}{\frac{dP}{d\alpha}},$$

& changeant dans cette expression de a, la quantité α en β, γ &c. on aura les valeurs des autres coëfficiens b, c &c.

S'il arrive que deux ou plusieurs racines soient égales, il n'y aura qu'à supposer leurs différences infiniment petites, & on trouvera, dans le cas de $\beta = \alpha$, que les deux termes $a\alpha^x + b\beta^x$ de l'expression de y_x deviendront de cette forme

$$a'\alpha^x + b'x\alpha^{x-1}$$

où l'on aura

$$a' = \frac{\frac{dQ}{d\alpha}y_0 + \frac{dR}{d\alpha}y_1 + \frac{dS}{d\alpha}y_2 + \&c.}{\frac{d^2P}{2d\alpha^2}},$$

$$b' = \frac{Qy_0 + Ry_1 + Sy_2 + \&c.}{\frac{d^2P}{2d\alpha^2}};$$

& si l'on a $\gamma = \beta = \alpha$, alors les trois termes $a\alpha^x + b\beta^x + c\gamma^x$ deviendront

$$a''\alpha^x + b''x\alpha^{x-1} + c''\frac{x(x-1)}{2}\alpha^{x-2}$$

où l'on aura

$$a'' = \frac{\frac{d^2 Q}{2 d\alpha^2} y_0 + \frac{d^2 R}{2 d\alpha^2} y_1 + \frac{d^2 S}{2 d\alpha^2} y_2 + \&c.}{\frac{d^3 P}{2.3 d\alpha^3}},$$

$$b'' = \frac{\frac{dQ}{d\alpha} y_0 + \frac{dR}{d\alpha} y_1 + \frac{dS}{d\alpha} y_2 + \&c.}{\frac{d^3 P}{2.3 d\alpha^3}},$$

$$c'' = \frac{Q y_0 + R y_1 + S y_2 + \&c.}{\frac{d^3 P}{2.3 d\alpha^3}}.$$

Et ainsi du reste.

3. Si dans l'équation proposée (A) les coëfficiens A, B, C &c. N, au lieu d'être constants, sont des fonctions données de x, que nous désignerons par A_x, B_x, C_x &c. N_x, en sorte que l'on ait l'équation

$$A_x y_x + B_x y_{x+1} + C_x y_{x+2} + \&c. + N_x y_{x+n} = 0 \quad - - (C),$$

on ne pourra, par la méthode précédente ni par aucune autre méthode connue, l'intégrer en général, à moins qu'elle ne soit que du premier ordre; mais si on suppose qu'on connoisse *a posteriori* n valeurs particulieres de y_x, que nous désignerons par α_x, β_x, γ_x &c. il est visible que l'on aura en général

$$y_x = a\alpha_x + b\beta_x + c\gamma_x + \&c.$$

& que cette expression de y_x sera complette, puisqu'elle renferme n constantes arbitraires a, b, c &c.

4. De plus on pourra dans ce même cas trouver l'intégrale complette de l'équation

$$A_x y_x + B_x y_{x+1} + C_x y_{x+2} + \&c. + N_x y_{x+n} = X_x \quad - - (D),$$

X_x étant une fonction quelconque de x.

Car puisque dans le cas de $X_x = 0$, on a $y_x = a\alpha_x + b\beta_x + c\gamma_x + \&c.$ pour l'intégrale complette, a, b, c &c. étant des constantes; supposons maintenant que les quantités a, b, c &c. soient en général

des fonctions de x que nous désignerons par a_x, b_x, c_x &c. en sorte que l'intégrale de l'équation (D) soit

$$y_x = a_x \alpha_x + b_x \beta_x + c_x \gamma_x + \&c. \quad - - - - (E);$$

faisant varier x on aura

$$y_{x+1} = a_{x+1} \alpha_{x+1} + b_{x+1} \beta_{x+1} + c_{x+1} \gamma_{x+1} + \&c.$$

ou bien, en désignant par la caractéristique Δ les différences finies, en sorte que $\Delta . a_x = a_{x+1} - a_x$, & ainsi des autres

$$y_{x+1} = a_x \alpha_{x+1} + b_x \beta_{x+1} + c_x \gamma_{x+1} + \&c.$$
$$+ \alpha_{x+1} \Delta . a_x + \beta_{x+1} \Delta . b_x + \gamma_{x+1} \Delta . c_x + \&c.$$

donc si je fais

$$\alpha_{x+1} \Delta . a_x + \beta_{x+1} \Delta . b_x + \gamma_{x+1} \Delta . c_x + \&c. = 0 \quad - - (1),$$

j'aurai

$$y_{x+1} = a_x \alpha_{x+1} + b_x \beta_{x+1} + c_x \gamma_{x+1} + \&c.$$

comme si les quantités a_x, b_x, c_x &c. n'avoient point varié.

Faisant varier de nouveau x, j'aurai donc

$$y_{x+2} = a_{x+1} \alpha_{x+2} + b_{x+1} \beta_{x+2} + c_{x+1} \gamma_{x+2} + \&c.$$
$$= a_x \alpha_{x+2} + b_x \beta_{x+2} + c_x \gamma_{x+2} + \&c.$$
$$+ \alpha_{x+2} \Delta . a_x + \beta_{x+2} \Delta . b_x + \gamma_{x+2} \Delta . c_x + \&c.$$

& faisant pareillement

$$\alpha_{x+2} \Delta . a_x + \beta_{x+2} \Delta . b_x + \gamma_{x+2} \Delta . c_x + \&c. = 0 \quad - - (2),$$

j'aurai

$$y_{x+2} = a_x \alpha_{x+2} + b_x \beta_{x+2} + c_x \gamma_{x+2} + \&c.$$

De même en faisant varier x & supposant

$$\alpha_{x+3} \Delta . a_x + \beta_{x+3} \Delta . b_x + \gamma_{x+3} \Delta . c_x + \&c. = 0 \quad - - (3),$$

on aura

$$y_{x+3} = a_x \alpha_{x+3} + b_x \beta_{x+3} + c_x \gamma_{x+3} + \&c.$$

Je continue ainsi à faire varier x & à supposer nulle la partie de y dépendante des variations de a_x, b_x, c_x &c. jusqu'aux équations suivantes inclusivement

$$\alpha_{x+n-1}\Delta.a_x + \beta_{x+n-1}\Delta.b_x + \gamma_{x+n-1}\Delta.c_x + \&c. = 0 \quad - - (n-1),$$

$$y_{x+n-1} = a_x\alpha_{x+n-1} + b_x\beta_{x+n-1} + c_x\gamma_{x+n-1} + \&c.$$

& faisant encore varier x dans cette derniere équation j'aurai

$$y_{x+n} = a_x\alpha_{x+n} + b_x\beta_{x+n} + c_x\gamma_{x+n} + \&c.$$
$$+ \alpha_{x+n}\Delta.a_x + \beta_{x+n}\Delta.b_x + \gamma_{x+n}\Delta.c_x + \&c.$$

Qu'on substitue maintenant ces valeurs de y_x, y_{x+1} &c. y_{x+n} dans l'équation (D); & comme toutes ces valeurs, excepté la derniere, sont les mêmes que si a_x, b_x, c_x &c. n'avoient pas varié, & que la derniere ne differe de ce qu'elle seroit dans cette hypothese que par les termes $\alpha_{x+n}\Delta.a_x + \beta_{x+n}\Delta.b_x + \gamma_{x+n}\Delta.c_x + \&c.$ qui y sont ajoûtés; que d'ailleurs les valeurs de y_x, y_{x+1} &c. dans le cas de α_x, β_x, γ_x &c. constantes, satisfont par l'hypothese à l'équation (C), quelles que soient les valeurs de ces constantes; il s'ensuit que le premier membre de l'équation (D) se réduira à

$$N_x(\alpha_{x+n}\Delta.a_x + \beta_{x+n}\Delta.b_x + \gamma_{x+n}\Delta.c_x + \&c.)$$

en sorte qu'on aura l'équation

$$\alpha_{x+n}\Delta.a_x + \beta_{x+n}\Delta.b_x + \gamma_{x+n}\Delta.c_x + \&c. = \frac{X_x}{N_x} \quad - - - (n).$$

On a donc ainsi n équations linéaires (1), (2), (3) &c. $(n-1)$, (n) entre les n quantités $\Delta.a_x$, $\Delta.b_x$, $\Delta.c_x$ &c. d'où l'on tirera les valeurs de ces quantités en fonctions de x, que je désignerai par P_x, Q_x, R_x &c. Donc passant des différences aux sommes, & désignant celles-ci par la caractéristique Σ, on aura $a_x = \Sigma.P_x$, $b_x = \Sigma.Q_x$, $c_x = \Sigma.R_x$ &c. ce qui étant substitué dans la formule (E), il viendra

$$y_x = \alpha_x\Sigma.P_x + \beta_x\Sigma.Q_x + \gamma_x\Sigma.R_x + \&c.$$

pour l'intégrale complette de l'équation (D).

Il s'ensuit de là que l'équation

$$A_x y_x + B_x y_{x+1} + C_x y_{x+2} + \&c. + N_x y_{x+n} = X_x$$

est généralement intégrable toutes les fois que l'on connoit n valeurs particulieres de y_x dans le cas de $X_x = 0$; théoreme analogue à celui que j'ai donné pour les équations différentielles linéaires dans le Tome III des

Mémoires de Turin. M. le Marquis de Condorcet & M. de la Place avoient déja remarqué que ce théoreme sur les équations aux différences infiniment petites étoit aussi applicable aux cas des différences finies; & ce dernier en a donné une démonstration générale & ingénieuse, mais un peu compliquée (voyez *le Tome IV. des Mémoires de Turin*, & les *Mémoires présentés à l'Académie des Sciences de Paris* en 1773); c'est ce qui m'a engagé à traiter ici cette matiere par une méthode nouvelle & aussi simple qu'on puisse le désirer.

REMARQUE.

5. Les principes de la méthode précédente peuvent s'appliquer aussi aux équations différentielles ordinaires, & sont en général d'un très grand usage dans tout le calcul intégral. Quoique ce ne soit pas ici le lieu de nous occuper de cette matiere, je vais néanmoins en traiter en peu de mots, me réservant de le faire ailleurs avec plus d'étendue.

Et d'abord, si l'on a une équation linéaire de l'ordre n telle que

$$Py + Q\frac{dy}{dx} + R\frac{d^2y}{dx^2} + \&c. + V\frac{d^ny}{dx^n} = X$$

où P, Q, R &c. V, & X soient des fonctions données de x, & qu'on connoisse l'intégrale complette de cette équation dans le cas de $X = 0$, laquelle sera nécessairement de la forme

$$y = ap + bq + cr + \&c.$$

a, b, c &c. étant des constantes arbitraires au nombre de n, & p, q, r &c. des fonctions de x, où les constantes a, b, c &c. n'entrent pas, & qui sont autant de valeurs particulieres de y dans l'hypothese de $X = 0$; on en pourra déduire aisément l'intégrale complette de la proposée. Car en regardant les arbitraires a, b, c &c. comme des variables indéterminées, & supposant nulles dans les valeurs de dy, d^2y, d^3y &c. $d^{n-1}y$ les parties qui dépendent de la variabilité de ces quantités a, b, c &c. on aura

$$dy = adp + bdq + cdr + \&c.$$

$$0 = pda + qdb + rdc + \&c.$$

$$d^2y = ad^2p + bd^2q + cd^2r + \&c.$$

$$0 = dpda + dqdb + drdc + \&c.$$

$$d^3y = a d^3p + b d^3q + c d^3r + \&c.$$
$$o = d^2p da + d^2q db + d^2r dc + \&c.$$
&c.
$$d^{n-1}y = a d^{n-1}p + b d^{n-1}q + c d^{n-1}r + \&c,$$
$$o = d^{n-2}p da + d^{n-2}q db + d^{n-2}r dc + \&c.$$

ensuite

$$d^n y = a d^n p + b d^n q + c d^n r + \&c.$$
$$+ d^{n-1}p da + d^{n-1}q db + d^{n-1}r dc + \&c.$$

De cette maniere on voit que les expressions de y, dy, d^2y &c, $d^{n-1}y$ ont la même forme que si a, b, c &c. étoient constantes, & que celle de $d^n y$ ne differe de ce qu'elle seroit dans ce cas que par les termes $d^{n-1}p da + d^{n-1}q db + d^{n-1}r dc + \&c.$ qui y sont ajoûtés; or comme dans le cas de a, b, c &c. constantes, les valeurs de y, dy, d^2y &c. $d^n y$ satisfont par l'hypothese à l'équation proposée lorsqu'on y suppose $X = o$, quelles que soient d'ailleurs les valeurs de ces constantes, il est aisé de conclure que si on substitue dans cette équation les valeurs ci-dessus de y, dy, d^2y &c. $d^n y$, tous les termes s'y détruiront, à l'exception des termes de la valeur de $d^n y$ qui dépendent de la variation des quantités a, b, c &c, & du terme X, qui avoit été supposé auparavant nul. De sorte qu'on aura, en divisant par V, l'équation

$$d^{n-1}p da + d^{n-1}q db + d^{n-1}r dc + \&c. = \frac{X}{V} dx^n;$$

& cette équation étant combinée avec les $n - 1$ équations de condition

$$p da + q db + r dc + \&c. = o,$$
$$dp da + dq db + dr dc + \&c. = o,$$
&c.
$$d^{n-2}p da + d^{n-2}q db + d^{n-2}r dc + \&c. = o,$$

on en tirera par les regles ordinaires de l'élimination les valeurs des n différentielles da, db, dc &c.; & de là on aura par l'intégration celles de

a, b, c &c. qu'on substituera dans l'expression de y. Ce qui est beaucoup plus simple que tout ce que l'on trouve dans les Tomes III & IV des Mémoires de Turin, sur cette matiere.

En général, si on connoit l'intégrale complette d'une équation quelconque de l'ordre n telle que $\frac{d^n y}{dx^n} + P = 0$, P étant une fonction de x, y, $\frac{dy}{dx}$ &c. $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, on pourra faire servir cette intégrale à trouver celle de l'équation $\frac{d^n y}{dx^n} + P = \Pi$, Π étant aussi une fonction donnée de x, y, $\frac{dy}{dx}$ &c. $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$.

Car soit $M = 0$ l'intégrale complette dont il s'agit, M sera une fonction de x, y & de n constantes arbitraires a, b, c &c; en sorte que y sera réciproquement une fonction de x & des mêmes constantes, laquelle satisfera par conséquent à l'équation $\frac{d^n y}{dx^n} + P = 0$, quelles que soient les valeurs de ces constantes.

Supposons maintenant que $M = 0$ soit également l'intégrale de l'équation $\frac{d^n y}{dx^n} + P = \Pi$, mais en y regardant les quantités a, b, c &c. comme variables; dans cette hypothese, l'expression de y en x, a, b, c &c. sera la même que dans le cas de a, b, c &c. constantes, mais celles de dy, d^2y &c. seront différentes; cependant si dans les différentiations successives on suppose nulles les parties des différentielles dy, d^2y &c. $d^{n-1}y$ qui résultent de la variabilité des quantités a, b, c &c, on aura ces $n - 1$ équations de condition

$$\frac{dy}{da}da + \frac{dy}{db}db + \frac{dy}{dc}dc + \&c. = 0,$$

$$\frac{d^2y}{dx\,da}da + \frac{d^2y}{dx\,db}db + \frac{d^2y}{dx\,dc}dc + \&c. = 0,$$

&c.

$$\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-2}da}da + \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-2}db}db + \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-2}dc}dc + \&c. = 0,$$

au

au moyen desquelles les valeurs de ces différentielles feront encore les mêmes que si a, b, c &c. étoient constantes; de sorte qu'en substituant ces valeurs ainsi que celle de y dans la quantité P, on aura encore la même fonction de x, a, b, c &c. que dans le cas où les quantités a, b, c &c. seroient constantes. Or comme la valeur de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ est la même que dans le cas de a, b, c &c. constantes, il est clair que celle de $\frac{d^n y}{dx^{n-1}}$ sera égale à ce qu'elle seroit dans le même cas plus à la variation de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ due aux quantités a, b, c &c; laquelle est $\frac{d^n y}{dx^{n-1}da}da + \frac{d^n y}{dx^{n-1}db}db + \frac{d^n y}{dx^{n-1}dc}dc +$ &c; par conséquent, si on dénote par $Y dx$ la premiere partie de cette valeur, on aura pour la valeur complette de $\frac{d^n y}{dx^{n-1}}$ la quantité

$$Y dx + \frac{d^n y}{dx^{n-1}da}da + \frac{d^n y}{dx^{n-1}db}db + \frac{d^n y}{dx^{n-1}dc}dc + \&c.$$

où Y sera après les substitutions la même fonction de x, a, b, c &c. que dans le cas de a, b, c &c. constantes; mais dans ces cas on a par l'hypothese $Y + P = 0$, quelles que soient les valeurs de ces constantes; donc la même équation aura encore lieu dans le cas où les quantités a, b, c &c, ne sont pas constantes; par conséquent dans ce dernier cas l'équation $\frac{d^n y}{dx^n} + P = \Pi$ deviendra, étant multipliée par dx,

$$\frac{d^n y}{dx^{n-1}da}da + \frac{d^n y}{dx^{n-1}db}db + \frac{d^n y}{dx^{n-1}dc}dc + \&c. = \Pi dx.$$

Cette équation étant combinée avec les $n - 1$ équations de condition trouvées ci-dessus, on aura, après avoir substitué partout les valeurs de y & de ses différentielles en x, a, b, c &c. tirées de l'équation finie $M = 0$, valeurs qui sont les mêmes que dans le cas de a, b, c &c. constantes, on aura, dis-je, n équations différentielles du premier ordre entre les n variables a, b, c &c. & la variable x; si donc on integre ces équations on aura les valeurs de a, b, c &c. en x,

qui étant ensuite substituées dans l'équation $M = 0$ donneront l'intégrale de l'équation proposée.

J'avoue que l'intégration des équations en a, b, c &c. & x sera le plus souvent très difficile, du moins aussi difficile que celle de l'équation proposée $\frac{d^n y}{dx^n} + P = \Pi$; & il n'y a peut-être que le seul cas des équations linéaires que nous avons traitées plus haut, où l'intégration des équations dont il s'agit réussisse en général, à cause que les constantes a, b, c &c. sont aussi nécessairement linéaires dans l'intégrale complette $M = 0$; mais le grand usage de la méthode précédente est pour intégrer par approximation les équations dont on connoit déja l'intégrale complette à peu près, c'est à dire en négligeant des quantités qu'on regarde comme très petites.

Par exemple, si dans l'équation $\frac{d^n y}{dx^n} + P = \Pi$ on suppose que la fonction Π soit très petite vis à vis de P, & qu'on connoisse déja l'intégrale complette $M = 0$, dans le cas de $\Pi = 0$, en employant la méthode précédente, & tirant des n équations différentielles en a, b, c &c. & x, les valeurs de da, db, dc &c. on aura des équations de cette forme

$$da = A\Pi dx, \quad db = B\Pi dx, \quad dc = C\Pi dx \quad \&c.$$

A, B, C &c. étant des fonctions finies de x, a, b, c &c. & Π étant aussi une fonction des mêmes quantités, mais très petite par l'hypothese; d'où l'on voit que les valeurs de $\frac{da}{dx}$, $\frac{db}{dx}$, $\frac{dc}{dx}$ &c. sont aussi très petites du même ordre; ainsi en regardant d'abord les quantités a, b, c &c. comme constantes, on pourra par les méthodes connues approcher de plus en plus des vraies valeurs de ces quantités.

Il n'est pas à craindre que les fonctions A, B, C &c. deviennent infinies; car cette supposition renferme les conditions nécessaires pour que l'intégrale complette $M = 0$ de l'équation $\frac{d^n y}{dx^n} + P = 0$, en devienne une intégrale particuliere; sur quoi on peut voir mon Mémoire *sur les intégrales particulieres des équations différentielles*, imprimé parmi ceux de l'année précédente.

Il eſt viſible au reſte que cette méthode que je ne fais qu'expoſer ici en paſſant, peut s'appliquer également au cas où l'on auroit plusieurs équations différentielles entre pluſieurs variables dont on connoîtroit les intégrales complettes approchées, c'eſt à dire en y négligeant des quantités ſuppoſées très petites. Elle ſera par conſéquent fort utile pour calculer les mouvemens des planetes entant qu'ils ſont altérés par leur action mutuelle, puisqu'en faiſant abſtraction de cette action, la ſolution complette du probleme eſt connue; & il eſt bon de remarquer que comme dans ce cas les conſtantes a, b, c &c. repréſentent ce qu'on nomme les élémens des planetes, notre méthode donnera immédiatement les variations de ces élémens provenantes de l'action que les planetes exercent les unes ſur les autres. J'avois déja donné un eſſai de cette méthode dans mes Recherches ſur la théorie de Jupiter & de Saturne (Mém. de Turin Tom. III. p. 323): elle eſt préſentée ici d'une maniere plus directe & plus générale; mais je me propoſe de la développer ailleurs avec plus d'étendue, & de l'appliquer à la ſolution de quelques problemes importans ſur le ſyſteme du monde.

ARTICLE SECOND.

Des ſuites recurrentes doubles, ou de l'intégration des équations linéaires aux différences finies & partielles entre trois variables.

6. Suppoſons que l'on ait une ſérie dont les termes varient de deux manieres différentes & forment une eſpece de Table à double entrée de cette forme

$y_{0,0}$	$y_{1,0}$	$y_{2,0}$	$y_{3,0}$	&c.	$y_{x,0}$	$y_{x+1,0}$	&c.
$y_{0,1}$	$y_{1,1}$	$y_{2,1}$	$y_{3,1}$	&c.	$y_{x,1}$	$y_{x+1,1}$	&c.
$y_{0,2}$	$y_{1,2}$	$y_{2,2}$	$y_{3,2}$	&c.	$y_{x,2}$	$y_{x+1,2}$	&c.
$y_{0,3}$	$y_{1,3}$	$y_{2,3}$	$y_{3,3}$	&c.	$y_{x,3}$	$y_{x+1,3}$	&c.
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.
$y_{0,t}$	$y_{1,t}$	$y_{2,t}$	$y_{3,t}$	&c.	$y_{x,t}$	$y_{x+1,t}$	&c.
$y_{0,t+1}$	$y_{1,t+1}$	$y_{2,t+1}$	$y_{3,t+1}$	&c.	$y_{x,t+1}$	$y_{x+1,t+1}$	&c.
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	

& que l'on ait constamment entre les termes de cette série une équation linéaire de cette forme

$$\begin{array}{l} Ay_{x,t} + By_{x+1,t} + Cy_{x+2,t} + \&c. + Ny_{x+n,t} = 0, \\ \quad + B'y_{x,t+1} + C'y_{x+1,t+1} + \&c. + N'y_{x+n-1,t+1} \\ \qquad + C''y_{x,t+2} + \&c. + N''y_{x+n-2,t+2} \\ \qquad\qquad \&c. \quad \&c. \\ \qquad\qquad\qquad + N^{n}y_{x,t+n} \end{array}$$

dans laquelle A, B, B', C, C', C'' &c. N, N' &c. soient des coëfficiens constants quelconques; la série dont il s'agit sera une série recurrente double de l'ordre n, & l'équation précédente sera une équation linéaire aux différences finies & partielles entre trois variables, de l'intégration de laquelle dépendra la recherche du terme général $y_{x,t}$ de la série.

7. Supposons d'abord que l'équation différentielle proposée n'ait que quatre termes & qu'elle soit de la forme

$$Ay_{x,t} + By_{x+1,t} + B'y_{x,t+1} + C'y_{x+1,t+1} = 0 \quad - - - (F).$$

Je fais $y_{x,t} = a\alpha^x\beta^t$, a, α, β étant des constantes indéterminées; j'aurai ainsi $y_{x+1,t} = a\alpha^{x+1}\beta^t$, $y_{x,t+1} = a\alpha^x\beta^{t+1}$, $y_{x+1,t+1} = a\alpha^{x+1}\beta^{t+1}$; substituant ces valeurs & divisant ensuite toute l'équation par $a\alpha^x\beta^t$, il viendra celle-ci

$$A + B\alpha + B'\beta + C'\alpha\beta = 0$$

par laquelle on pourra déterminer l'une des deux constantes α, β par l'autre.

Je tire β de cette équation, j'ai $\beta = -\frac{A + B\alpha}{B' + C'\alpha}$; donc substituant cette valeur de β j'aurai

$$y_{x,t} = a\alpha^x\left(-\frac{A + B\alpha}{B' + C'\alpha}\right)^t,$$

où a & α demeurent indéterminées.

Qu'on réduise maintenant la quantité $\left(-\frac{A+B\alpha}{B'+C'\alpha}\right)^t$ en une série qui procede suivant les puissances de α, mais en sorte que ces puissances aillent en diminuant, & si on suppose en général

$$\left(-\frac{A+B\alpha}{B'+C'\alpha}\right)^t = T\alpha^{\mu t} + T'\alpha^{\mu t-1} + T''\alpha^{\mu t-2} + T'''\alpha^{\mu t-3} + \&c.$$

on aura

$$y_{x,t} = Ta\alpha^{x+\mu t} + T'a\alpha^{x+\mu t-1} + T''a\alpha^{x+\mu t-2} + \&c.$$

Or comme a & α sont arbitraires, on aura une infinité de valeurs différentes de $y_{x,t}$, & il s'ensuit de ce que l'équation différentielle (F) est linéaire, qu'on pourra également prendre pour $y_{x,t}$ la somme d'autant de ces différentes valeurs qu'on voudra.

Donc si on prend un nombre quelconque de constantes différentes a, b, c &c. α, β, γ &c. on aura en général

$$\begin{aligned} y_{x,t} = {} & T(a\alpha^{x+\mu t} + b\beta^{x+\mu t} + c\gamma^{x+\mu t} + \&c.) \\ & + T'(a\alpha^{x+\mu t-1} + b\beta^{x+\mu t-1} + c\gamma^{x+\mu t-1} + \&c.) \\ & + T''(a\alpha^{x+\mu t-2} + b\beta^{x+\mu t-2} + c\gamma^{x+\mu t-2} + \&c.) \\ & + T'''(a\alpha^{x+\mu t-3} + b\beta^{x+\mu t-3} + c\gamma^{x+\mu t-3} + \&c.) \\ & \&c. \end{aligned}$$

Je remarque maintenant qu'à cause du nombre indéfini des constantes arbitraires a, b, c &c. α, β, γ &c. la quantité $a\alpha^{x+\mu t} + b\beta^{x+\mu t} + c\gamma^{x+\mu t} + \&c.$ doit pouvoir représenter une fonction quelconque de $x+\mu t$ que je désignerai par la caractéristique f ainsi, $f(x+\mu t)$; & alors il est visible que les quantités semblables $a\alpha^{x+\mu t-1} + b\beta^{x+\mu t-1} + c\gamma^{x+\mu t-1} + \&c.$, $a\alpha^{x+\mu t-2} + b\beta^{x+\mu t-2} + c\gamma^{x+\mu t-2} + \&c$, &c. deviendront $f(x+\mu t-1)$, $f(x+\mu t-2)$ &c; donc faisant ces substitutions on aura en général

$$\begin{aligned} y_{x,t} = {} & Tf(x+\mu t) + T'f(x+\mu t-1) \\ & + T''f(x+\mu t-2) + \&c. \end{aligned}$$

8. La détermination de la forme de la fonction $f(x + \mu t)$ dépend des valeurs de $y_{x,t}$ lorſque $t = 0$; en effet ſi on fait $t = 0$ on a $T = 1$, $T' = 0$, $T'' = 0$ &c; donc $y_{x,0} = fx$.

D'où il s'enſuit que l'on aura en général

$$y_{x,t} = Ty_{x+\mu t,0} + T'y_{x+\mu t-1,0} + T''y_{x+\mu t-2,0} + \&c.$$

où l'on voit que les quantités $y_{x+\mu t,0}$, $y_{x+\mu t-1,0}$ &c. ſont contenues parmi les termes qui forment le premier rang horiſontal de la Table du N°. 6, pourvu qu'on ſuppoſe que la ſérie de ce rang ſoit auſſi continuée à gauche de cette maniere

$$\&c. \quad y_{-(x+1),0} \quad y_{-x,0} \quad \&c. \quad y_{-3,0} \quad y_{-2,0} \quad y_{-1,0} \quad y_{0,0}$$

Si donc on regarde tous ces termes comme donnés, on aura par la formule précédente la valeur d'un terme quelconque $y_{x,t}$ de la Table dont il s'agit, dans le cas où elle eſt ſuppoſée formée par une loi telle que l'on ait conſtamment, entre quatre termes contigus ou diſpoſés en carré, une équation de la forme (F) du N°. 7.

9. Si on ſuppoſe que tous les termes du premier rang horiſontal, qui précedent $y_{0,0}$ c'eſt à dire les termes de ce rang continué en arriere, ſoient nuls, ce qui peut avoir lieu dans un grand nombre de problemes, alors l'expreſſion de $y_{x,t}$ ſera toujours compoſée d'un nombre fini de termes, parce qu'il en faudra rejetter tous ceux où ſe trouvera $y_{s,0}$, s étant un nombre négatif quelconque. On aura donc dans ce cas

$$y_{x,t} = Ty_{x+\mu t,0} + T'y_{x+\mu t-1,0} + T''y_{x+\mu t-2,0} + \&c. + T^{(x+\mu t)}y_{0,0}.$$

Dans tous les autres cas la ſérie ira à l'infini, à moins que l'on n'ait $B' = 0$ ou $C' = 0$; parce qu'alors, à cauſe de t égal à un nombre entier poſitif, la ſérie des quantités T, T' &c. ſera finie & n'aura que $t + 1$ termes.

10. Pour montrer, par un exemple connu, l'application de la formule précédente, je prends celui de la Table de Paſcal pour les combinai-

ſons, dans laquelle on ſait que chaque terme eſt égal à la ſomme de celui qui le précede dans le même rang horiſontal & de celui qui eſt au deſſus de ce dernier dans le même rang vertical; de plus le premier rang horiſontal eſt tout formé d'unités & le premier rang vertical eſt tout zéro. D'où il s'enſuit qu'on a d'abord en général cette équation

$$y_{x+1,t+1} = y_{x,t+1} + y_{x,t},$$

& qu'enſuite on a $y_{x,0} = 1$, tant que $x = 0, 1, 2$ &c. $y_{0,t} = 0$, tant que $t = 1, 2, 3$ &c.

Cette équation étant comparée à celle du N°. 7, on a $C' = 1$, $B' = -1$, $B = 0$, $A = -1$; donc $-\frac{A+Ba}{B'+C'a} = \frac{1}{a-1}$; ce qui étant élevé à la puiſſance t donne la ſérie

$$a^{-t} + ta^{-t-1} + \frac{t(t+1)}{2}a^{-t-2} + \frac{t(t+1)(t+2)}{2.\ 3}a^{-t-3} + \&c.$$

de ſorte qu'on aura dans la formule générale du N°. cité $\mu = -1$ & $T = 1$, $T' = t$, $T'' = \frac{t(t+1)}{2}$ &c.

Donc par la formule du N°. 8 on aura en général

$$y_{x,t} = y_{x-t,0} + ty_{x-t-1,0} + \frac{t(t+1)}{2}y_{x-t-2,0} + \&c.$$

Mais en faiſant $x = 0$ on doit avoir par l'hypotheſe $y_{0,t} = 0$, en ſuppoſant $t = 1, 2, 3$ &c. donc il faudra que l'on ait en général

$$y_{-t,0} + ty_{-t-1,0} + \frac{t(t+1)}{2}y_{-t-2,0} + \&c.$$

quel que ſoit t, pourvu que ce ſoit un nombre entier poſitif; d'où il eſt facile de conclure que l'on doit avoir $y_{-1,0} = 0$, $y_{-2,0} = 0$ &c. & en général $y_{s,0} = 0$ tant que s ſera entier négatif, ce qui eſt le cas du N°. 9, dans lequel nous avons vu que la ſérie devient finie.

On aura donc d'après la formule de ce N°,

$$y_{x,t} = y_{x-t,0} + ty_{x-t-1,0} + \frac{t(t+1)}{2}y_{x-t-2,0} + \&c.$$
$$+ \frac{t(t+1)\ \cdots\ (x-1)}{1.\ 2\ \cdots\ (x-t)}y_{0,0}.$$

Telle est l'expression générale d'un terme quelconque de la Table de Pascal en supposant que les termes qui forment le premier rang horisontal, & qui sont représentés par $y_{0,0}$, $y_{1,0}$, $y_{2,0}$ &c. soient quelconques. Mais dans le cas de la Table de Pascal ces termes sont tous égaux à l'unité; substituant donc l'unité à la place de ces quantités dans la formule ci-dessus, on aura

$$y_{x,t} = 1 + t + \frac{t(t+1)}{2} + \frac{t(t+1)(t+2)}{2.\ 3} + \&c. + \frac{t(t+1) \cdots (x-1)}{1.\ 2 \cdots x-t}$$

ce qui se réduit, comme l'on sait, à cette expression plus simple

$$y_{x,t} = \frac{(t+1)(t+2)(t+3) \cdots x}{1.\ 2.\ 3 \cdots x-t},$$

11. Nous avons remarqué ci-dessus que la solution précédente donne en général une expression finie de $y_{x,t}$ lorsque $C' = 0$ ou $B' = 0$; examinons donc d'abord ces deux cas.

Soit 1°. $C' = 0$, alors l'équation différentielle (F) n'aura que trois termes & sera du premier ordre. Et si l'on fait pour abréger $-\frac{B}{B'} = p$, $\frac{A}{B} = q$, on aura $-\frac{A+Ba}{B'} = pa\left(1 + \frac{q}{a}\right)$, ce qui étant élevé à la puissance t & ensuite comparé à la formule générale $Ta^{\mu t} + T'a^{\mu t-1} + \&c.$ donnera $\mu = 1$, $T = p^t$, $T' = tp^t q$, $T'' = \frac{t(t-1)}{1.\ 2} p^t q^2$ &c.

Donc (N°. 8.)

$$y_{x,t} = p^t (y_{x+t,0} + tq\, y_{x+t-1,0} + \frac{t(t-1)}{2} q^2 y_{x+t-2,0} + \&c.)$$

On voit ici non seulement que la série est toujours finie lorsque t est un nombre entier positif, mais encore qu'elle ne contient que des quantités de la forme $y_{s,0}$, s étant positif; d'où il s'ensuit que dans ce cas il suffit que le premier rang horisontal de la Table du N°. 6. soit donné, pour qu'on puisse déterminer la valeur de quelque terme que ce soit de la même Table.

Suppofons 2°. que l'on ait $B' = 0$, l'équation différentielle n'aura aussi que trois termes, mais elle sera du second ordre. Faisant dans ce cas

$-\frac{B}{C'} = p$, $\frac{A}{B} = q$, on aura $-\frac{A+B\alpha}{C'\alpha} = p\left(1+\frac{q}{\alpha}\right)$; élevant cette quantité à la puissance t, & comparant avec la formule générale, on aura $\mu = 0$, & les valeurs de T, T', T'' &c. seront les mêmes que dans le cas précédent.

Ainsi on aura

$$y_{x,t} = p^t\left(y_{x,0} + tq\,y_{x-1,0} + \frac{t(t-1)}{2}q^2 y_{x-2,0} + \&c.\right)$$

Cette expression est toujours finie tant que t est un nombre entier positif; mais lorsque t est $> x$, elle contient nécessairement des quantités telles que $y_{s,0}$, s étant négatif. Ainsi il ne suffira pas dans ce cas que le premier rang horisontal de la Table du N°. 6 soit donné, il faudra encore supposer donnés les termes précédens $y_{-1,0}$ $y_{-2,0}$ &c. Si on ne connoit pas ces termes, mais que l'on connoisse ceux qui forment le premier rang vertical de la Table, on pourra alors déduire ceux-là de ceux-ci de la maniere suivante.

Je fais $x = 0$ & t successivement 1, 2, 3 &c. j'aurai

$$y_{0,1} = p(y_{0,0} + q y_{-1,0}),$$
$$y_{0,2} = p^2(y_{0,0} + 2q y_{-1,0} + q^2 y_{-2,0}),$$
$$y_{0,3} = p^3(y_{0,0} + 3q y_{-1,0} + 3q^2 y_{-2,0} + q^3 y_{-3,0}),$$
&c.

d'où il est facile de tirer

$$q y_{-1,0} = \frac{1}{p} y_{0,1} - y_{0,0}$$
$$q^2 y_{-2,0} = \frac{1}{p^2} y_{0,2} - \frac{2}{p} y_{0,1} + y_{0,0}$$
$$q^3 y_{-3,0} = \frac{1}{p^3} y_{0,3} - \frac{3}{p^2} y_{0,2} + \frac{3}{p} y_{0,1} - y_{0,0}$$
&c.

& en général

$$q^s y_{-s,0} = \frac{1}{p^s} y_{0,s} - \frac{s}{p^{s-1}} y_{0,s-1} + \frac{s(s-1)}{2p^{s-2}} y_{0,s-2} - \&c.$$

Je conclus de là que si on considere ces deux séries

$$y_{0,0} \quad \frac{1}{q} y_{1,0} \quad \frac{1}{q^2} y_{2,0} \quad \frac{1}{q^3} y_{3,0} \quad \&c.$$

$$y_{0,0} \quad \frac{1}{p} y_{0,1} \quad \frac{1}{p^2} y_{0,2} \quad \frac{1}{p^3} y_{0,3} \quad \&c.$$

qui sont supposées données; & qu'on dénote pour plus de simplicité les termes de la premiere par Y, Y_1, Y_2, Y_3 &c. & ceux de la seconde par Y, Y', Y'', Y''' &c. qu'ensuite on prenne les différences successives des termes de cette derniere, lesquelles soient dénotées par la caractéristique Δ, en sorte que l'on ait comme l'on sait

$$\Delta . Y = Y' - Y,$$
$$\Delta^2 . Y = Y'' - 2Y' + Y,$$
$$\Delta^3 . Y = Y''' - 3Y'' + 3Y' - Y,$$
&c.

qu'on suppose enfin que la premiere suite soit continuée en arriere par les termes Y_{-1}, Y_{-2}, Y_{-3} &c. lesquels soient respectivement égaux à $\Delta . Y$, $\Delta^2 . Y$, $\Delta^3 . Y$ &c. en sorte que l'on ait en général $Y_{-t} = \Delta^t . Y$; on aura la formule

$$y_{x,t} = (p.q)^t \Big(Y_x + t Y_{x-1} + \frac{t(t-1)}{2} Y_{x-2} + \frac{t(t-1)(t-2)}{2.3} Y_{x-3} + \&c. \Big)$$

dans laquelle toutes les quantités Y_x, Y_{x-1} &c. seront connues.

12. Mais si ni C' ni B' n'est $= 0$, alors il est impossible d'avoir en général une expression finie pour $y_{x,t}$ par la méthode du N°. 7; cependant on y peut parvenir par une autre méthode, que nous allons exposer.

Je reprends l'expression de β en α (N°. 7), laquelle est $\beta = -\frac{A + B\alpha}{B' + C'\alpha}$; je fais $B' + C'\alpha = -\omega$; d'où je tire $\alpha = -\frac{\omega + B'}{C'}$ & substituant dans la valeur de β, il me vient $\beta = -\frac{B}{C'}$

$+ \left(A - \frac{BB'}{C}\right)\frac{1}{\omega}$. J'aurai donc ainsi

$$\alpha = -\frac{\omega}{C'}\left(1 + \frac{B'}{\omega}\right), \quad \beta = -\frac{B}{C'}\left(1 + \left(B' - \frac{AC'}{B}\right)\frac{1}{\omega}\right).$$

Ces valeurs étant substituées dans la quantité $\alpha^x \beta^t$; réduisant ensuite cette quantité en série suivant les puissances de $\frac{1}{\omega}$, on aura une expression de la forme

$$\alpha^x \beta^t = V\omega^x + V'\omega^{x-1} + V''\omega^{x-2} + V'''\omega^{x-3} + \&c.$$

laquelle sera toujours composée d'un nombre fini de termes, x & t étant des nombres entiers positifs.

Or puisque ω est une constante indéterminée, il est facile de prouver par un raisonnement semblable à celui qu'on a fait dans le N°. 7 relativement à l'indéterminée α, que l'on aura en général

$$y_{x,t} = V\,\text{f}.\,x + V'\,\text{f}.(x-1) + V''\,\text{f}.(x-2) + V'''\,\text{f}.(x-3) + \&c.$$

la caractéristique f. dénotant une fonction quelconque.

Telle est donc l'expression générale de $y_{x,t}$, & cette expression a sur celle du N°. cité l'avantage d'être toujours finie.

13. Supposons maintenant que les valeurs données de y soient celles qui forment le premier rang horisontal, & le premier rang vertical de la Table du N°. 6, c'est à dire qui répondent à $t = 0$, & à $x = 0$; & voyons comment on doit déterminer par leur moyen les différentes valeurs de la fonction f. x, f. $(x-1)$ &c.

Soit donc 1°. $t = 0$, & faisant pour plus de simplicité $-\frac{1}{C'} = m$ $B' = n$ en sorte que $\alpha = m\omega\left(1 + \frac{n}{\omega}\right)$, & $\alpha^x = m^x\left(\omega^x + xn\omega^{x-1} + \frac{x(x-1)}{2}n^2\omega^{x-2} + \&c.\right)$, on aura $V = m^x$, $V' = xnm^x$, $V'' = \frac{x(x-1)}{2}n^2 m^x$ &c. donc

$$y_{x,0} = m^x\left(\text{f}.\,x + xn\,\text{f}.(x-1) + \frac{x(x-1)}{2}n^2\,\text{f}.(x-2) + \&c.\right)$$

Supposons successivement $x = 0, 1, 2, 3$ &c. on aura

$$y_{0,0} = f.0,$$
$$y_{1,0} = m(f.1 + nf.0),$$
$$y_{2,0} = m^2(f.2 + 2nf.1 + n^2f.0),$$
$$y_{3,0} = m^3(f.3 + 3nf.2 + 3n^2f.1 + n^3f.0),$$
&c.

d'où l'on tire

$$f.0 = y_{0,0}$$
$$\frac{1}{n}f.1 = \frac{1}{mn}y_{1,0} - y_{0,0}$$
$$\frac{1}{n^2}f.2 = \frac{1}{m^2n^2}y_{2,0} - \frac{2}{mn}y_{1,0} + y_{0,0}$$
$$\frac{1}{n^3}f.3 = \frac{1}{m^3n^3}y_{3,0} - \frac{3}{m^2n^2}y_{2,0} + \frac{3}{mn}y_{1,0} - y_{0,0}$$
&c.

D'où l'on peut conclure que si on considere la série des termes

$$y_{0,0} \quad \frac{1}{mn}y_{1,0} \quad \frac{1}{m^2n^2}y_{2,0} \quad \frac{1}{m^3n^3}y_{3,0} \quad \&c.$$

& qu'on les désigne par Y, Y', Y'', Y''' &c. qu'ensuite on prenne les différences successives de ces termes & qu'on les désigne à la maniere ordinaire par la caractéristique Δ, on aura

$$f.0 = Y,$$
$$f.1 = n\Delta.Y,$$
$$f.2 = n^2\Delta^2.Y,$$
$$f.3 = n^3\Delta^3.Y,$$
&c.
$$f.s = n^s\Delta^s.Y.$$

Soit 2°. $x = 0$, & faisant pour abréger $-\frac{B}{C'} = p$, $B' - \frac{A.C'}{B} = q$, en sorte que $\beta = p\left(1 + \frac{q}{\alpha}\right)$, & par conséquent

$$\beta^t = p^t\left(1 + \frac{tq}{\omega} + \frac{t(t-1)q^2}{2\omega^2} + \frac{t(t-1)(t-2)q}{2.3\omega^3} + \&c.\right) \text{ on aura}$$

$$V = p^t, \quad V' = tqp^t, \quad V'' = \frac{t(t-1)}{2}q^2p^t \ \&c. \quad \text{donc}$$

$$y_{0,t} = p^t\left(f.0 + tq\,f.-1 + \frac{t(t-1)}{2}q^2 f.-2 + \&c.\right)$$

Faisons successivement $t = 0, 1, 2, 3$ &c. on aura

$$y_{0,0} = f.0,$$
$$y_{0,1} = p(f.0 + q f.-1),$$
$$y_{0,2} = p^2(f.0 + 2q f.-1 + q^2 f.-2),$$
$$y_{0,3} = p^3(f.0 + 3q f.-1 + 3q^2 f.-2 + q^3 f.-3),$$
&c.

d'où l'on tire

$$f.0 = y_{0,0}$$
$$q\,f.-1 = \frac{1}{p}y_{0,1} - y_{0,0}$$
$$q^2 f.-2 = \frac{1}{p^2}y_{0,2} - \frac{2}{p}y_{0,1} + y_{0,0}$$
$$q^3 f.-3 = \frac{1}{p^3}y_{0,3} - \frac{3}{p^2}y_{0,2} + \frac{3}{p}y_{0,1} - y_{0,0}$$
&c.

Donc si on considere la série

$$y_{0,0} \quad \frac{1}{p}y_{0,1} \quad \frac{1}{p^2}y_{0,2} \quad \frac{1}{p^3}y_{0,3} \quad \&c.$$

& qu'on désigne les termes de cette série par Y, $'Y$, $''Y$, $'''Y$ &c. qu'ensuite on prenne les différences successives de ces termes & qu'on les désigne par la caractéristique δ, on aura

$$f.0 = Y,$$
$$f.-1 = \frac{\delta Y}{q},$$
$$f.-2 = \frac{\delta^2.Y}{q^2},$$

$$\text{f.}-3 = \frac{\delta^3 . Y}{q^3},$$

&c.

$$\text{f.}-s = \frac{\delta^s . Y}{q^s}.$$

Ainſi on connoîtra les valeurs de $\text{f.}\,s$, ſoit que s ſoit poſitif, ou négatif; & l'on aura en général comme ci-deſſus

$$y_{x,t} = V\text{f.}\,x + V'\text{f.}(x-1) + V''\text{f.}(x-2) + \&c.$$

A l'égard des valeurs de V, V', V'' &c. il eſt clair que pour les trouver il n'y aura qu'à multiplier enſemble les ſéries ci-deſſus qui donnent les valeurs de α^x & de β^t; l'on aura par ce moyen

$$V = m^x p^t,$$
$$V' = m^x p^t (xn + tq),$$
$$V'' = m^x p^t \left(\frac{x(x-1)}{2} n^2 + xn \times tq + \frac{t(t-1)}{2} q^2\right),$$
$$V''' = m^x p^t \left(\frac{x(x-1)(x-2)}{2.\,3} n^3 + \frac{x(x-1)}{2} n^2 \times tq + xn \times \frac{t(t-1)}{2} q^2 + \frac{t(t-1)(t-2)}{2.\,3} q^3\right),$$

&c.

Et ſi $q = n$, ce qui a lieu lorſque $A = 0$, on aura plus ſimplement

$$V = m^x p^t,$$
$$V' = m^x p^t (x+t) n,$$
$$V'' = m^x p^t \times \frac{(x+t)(x+t-1)}{2} n^2,$$
$$V''' = m^x p^t \times \frac{(x+t)(x+t-1)(x+t-2)}{2.\,3} n^3,$$

&c.

Le probleme eſt donc réſolu avec toute la ſimplicité & la généralité qu'on peut déſirer.

14. Dans l'exemple du N°. 10 on a $C' = 1$, $B' = -1$, $B = 0$, $A = -1$; donc $m = 1$, $n = 1$, $p = 0$, $q = \infty$, & $pq = 1$. Donc on trouvera (à cause de $p = 0$, $q = \infty$ & $pq = 1$) $V = 0$, $V' = 0$, $V'' = 0$ &c. $V^t = m^x$, $V^{t+1} = m^x \times xn$, $V^{t+2} = m^x \times \frac{x(x-1)}{2} n^2$, $V^{t+3} = m^x \times \frac{x(x-1)(x-2)}{2.\ 3} n^3$ &c. Ensuite la série Y, Y', Y'' &c. deviendra $y_{0,0}$, $y_{1,0}$, $y_{2,0}$ &c. de sorte qu'on aura en général $f.s = \Delta^s . y_{0,0}$, s étant un nombre positif. Enfin, à cause de $p = 0$, $q = \infty$ & $pq = 1$, on trouvera $f.0 = y_{0,0}$, $f.-1 = -y_{0,1}$, $f.-2 = y_{0,2}$ &c. $f.-s = \pm y_{0,s}$; le signe supérieur étant pour le cas de s pair, & l'inférieur pour celui de s impair.

Substituant donc ces valeurs dans l'expression générale de $y_{x,t}$, on aura

$$y_{x,t} = m^x \Big(\Delta^{x-t}.y_{0,0} + x\Delta^{x-t-1}.y_{0,0} + \frac{x(x-1)}{2}\Delta^{x-t-2}.y_{0,0} + \&c.$$

$$+ \frac{x(x-1)(x-2)\cdots(t+1)}{1.\ 2.\ 3\cdots x-t} y_{0,0} - \frac{x(x-1)(x-2)\cdots t}{1.\ 2.\ 3\cdots x-t+1} y_{0,1}$$

$$+ \frac{x(x-1)\cdots(t-1)}{1.\ 2\cdots x-t+2} y_{0,2} - \frac{x(x-1)\cdots(t-2)}{1.\ 2\cdots x-t+3} y_{0,3} + \&c. \Big),$$

où les différences $\Delta.y_{0,0}$, $\Delta^2.y_{0,0}$ &c. se rapportent uniquement aux termes du premier rang horisontal $y_{0,0}$, $y_{1,0}$, $y_{2,0}$ &c. en sorte que $\Delta.y_{0,0} = y_{1,0} - y_{0,0}$, $\Delta^2.y_{0,0} = y_{2,0} - 2y_{1,0} + y_{0,0}$ &c.

Par le moyen de cette formule on peut donc avoir la valeur d'un terme quelconque de la Table de Pascal, en supposant que dans cette Table le premier rang horisontal & le premier rang vertical soient quelconques.

Dans la Table même de Pascal, le premier rang horisontal est tout formé d'unités, & le premier rang vertical est tout zéro à l'exception du premier terme, en sorte que l'on a $y_{0,0} = 1$, $y_{1,0} = 1$, $y_{2,0} = 1$ &c. $y_{0,1} = 0$, $y_{0,2}$ &c; donc $\Delta.y_{0,0} = 0$, $\Delta^2.y_{0,0} = 0$ &c. Ainsi la formule précédente deviendra dans ce cas

$$y_{x,t} = \frac{x(x-1)(x-2) \ldots (t+1)}{1.\ 2.\ 3 \ldots x-t};$$

ce qui s'accorde avec ce que l'on a trouvé à la fin de l'Art. 10.

15. Soit proposée maintenant l'équation générale du second ordre

$$\begin{aligned} Ay_{x,t} + By_{x+1,t} &+ Cy_{x+2,t} = 0 \ldots (G), \\ + B'y_{x,t+1} &+ C'y_{x+1,t+1} \\ &+ C''y_{x,t+2} \end{aligned}$$

Je fais, comme ci-dessus, $y_{x,t} = a\alpha^x\beta^t$; substituant & divisant ensuite tous les termes par $a\alpha^x\beta^t$, il me vient cette équation en α & β

$$A + B\alpha + B'\beta + C\alpha^2 + C'\alpha\beta + C''\beta^2 = 0 \ldots (H),$$

par laquelle on pourra déterminer β en α.

Je cherche donc par la méthode connue de Newton la valeur de β en α exprimée par une série descendante, c'est à dire dans laquelle les exposans de α aillent en diminuant. J'éleve ensuite cette série à la puissance t au moyen des formules connues pour cet objet; j'obtiens par là une valeur de β^t en α de la forme suivante

$$\beta^t = T\alpha^{\mu t} + T'\alpha^{\mu t - \mu'} + T''\alpha^{\mu t - \mu''} + T'''\alpha^{\mu t - \mu'''} + \&c.$$

où les nombres μ', μ'', μ''' seront nécessairement tous positifs, & croissants.

Donc substituant cette valeur de β^t, on aura cette expression particuliere de $y_{x,t}$ savoir

$$y_{x,t} = Ta\alpha^{x+\mu t} + T'a\alpha^{x+\mu t-\mu'} + T''a\alpha^{x+\mu t-\mu''} + \&c.$$

dans laquelle a & α seront des constantes indéterminées.

De là, par un raisonnement semblable à celui du N°. 7, on tirera immédiatement l'expression générale

$$y_{x,t} = T\,\text{f.}(x+\mu t) + T'\,\text{f.}(x+\mu t-\mu') + T''\,\text{f.}(x+\mu t-\mu'') + \&c.$$

la caractéristique f. dénotant une fonction quelconque indéterminée.

Or tant que C'' ne sera pas nul, l'équation en β montera au second degré & aura par conséquent deux racines; on aura donc pour β, & par con-

conséquent aussi pour β^t deux séries différentes; donc si l'autre valeur de β^t est représentée par la série

$$\beta^t = V\alpha^{\nu t} + V'\alpha^{\nu t - \nu'} + V''\alpha^{\nu t - \nu''} + V'''\alpha^{\nu t - \nu'''} + \&c.$$

les nombres ν', ν'', ν''' &c. étant aussi positifs & croissants; on en tirera pareillement une valeur de $y_{x,t}$, qui sera

$$y_{x,t} = V\phi.(x + \nu t) + V'\phi.(x + \nu t - \nu') + V''\phi.(x + \nu t - \nu'') + \&c.$$

la caractéristique ϕ. désignant aussi une fonction quelconque indéterminée.

Réunissant maintenant ces deux valeurs de $y_{x,t}$, on aura en général

$$y_{x,t} = T\text{f}.(x + \mu t) + T'\text{f}.(x + \mu t - \mu') + T''\text{f}.(x + \mu t - \mu'') + \&c.$$
$$+ V\phi.(x + \nu t) + V'\phi.(x + \nu t - \nu') + V''\phi.(x + \nu t - \nu'') + \&c.$$

expression qui est nécessairement l'intégrale complette de la proposée, puisqu'elle contient deux fonctions indéterminées.

16. Il est clair que cette expression de $y_{x,t}$ sera toujours composée d'un nombre infini de termes, à moins que les deux valeurs de β en α ne soient finies; ce qui n'a lieu que lorsque l'équation (H) peut se décomposer en deux équations du premier degré. Dans ce cas on aura pour $y_{x,t}$ une expression finie, & par conséquent on aura l'intégrale finie de l'équation différentielle proposée. Mais il peut arriver dans ce même cas que les deux valeurs de β en α soient égales; ce qui donnera $V = T$, $V' = T'$ &c. $\nu = \mu$, $\nu' = \mu'$ &c. en sorte que les deux fonctions arbitraires se fondront en une seule; ce qui rendra la valeur de $y_{x,t}$ incomplette.

Pour remédier à cet inconvénient on supposera, suivant la méthode usitée dans ces sortes de cas, que les deux valeurs de β different entr'elles d'une quantité très petite, c'est à dire qu'on prendra pour la seconde valeur de β, $\beta + d\beta$; ce qui donnera pour la seconde valeur de β^t, $\beta^t + t\beta^{t-1}d\beta$; où il faut remarquer que le différentiel $d\beta$ demeure indéterminé, parce qu'en différentiant l'équation (H) il arrivera nécessairement que les quantités par lesquelles les deux différentiels $d\alpha$ & $d\beta$ se trouveront multipliés, seront nulles à la fois. De là il est aisé de conclure que si on dénote

par $,T$, $,T'$, $,T''$, $,T'''$ &c. les valeurs de T, T', T'', T''' &c. qui répondent à $t-1$, c'est à dire qui résultent de la substitution de $t-1$ à la place de t, on aura pour $y_{x,t}$ cette autre expression

$$\begin{aligned} y_{x,t} = & T\text{f.}(x+\mu t) + T'\text{f.}(x+\mu t-\mu') + T''\text{f.}(x+\mu t-\mu'') + \&\text{c.} \\ & + t\,{,T}\text{F.}(x+\mu(t-1)) + t\,{,T'}\text{F.}(x+\mu(t-1)-\mu') \\ & + t\,{,T''}\text{F.}(x+\mu(t-1)-\mu'') + \&\text{c.} \end{aligned}$$

dans laquelle les caractéristiques f. & F. dénotent des fonctions quelconques.

17. Pour déterminer maintenant les fonctions arbitraires, on supposera que les deux premiers rangs horisontaux de la Table du N°. 6 soient donnés, c'est à dire qu'on connoisse toutes les valeurs de $y_{x,0}$ & de $y_{x,1}$; on fera donc 1°. $t=0$, & comme dans ce cas on a $T=1$, $T'=0$, $T''=0$ &c. & de même $V=1$, $V'=0$, $V''=0$ &c. la formule du N°. 15 donnera $y_{x,0} = \text{f.}x + \Phi.x$; on fera 2°. $t=1$, & dénotant par θ, θ', θ'' &c. υ, υ', υ'' &c. les valeurs de T, T', T'' &c. V, V', V'' &c. qui répondent à $t=1$, la même formule donnera

$$\begin{aligned} y_{x,1} = & \theta\text{f.}(x+\mu) + \theta'\text{f.}(x+\mu-\mu') + \theta''\text{f.}(x+\mu-\mu'') + \&\text{c.} \\ & + \upsilon\Phi.(x+\nu) + \upsilon'\Phi.(x+\nu-\nu') + \upsilon''\Phi.(x+\nu-\nu'') + \&\text{c.} \end{aligned}$$

ainsi on aura deux équations, à l'aide desquelles, en donnant successivement à x toutes les valeurs 0, 1, 2, 3 &c. on pourra déterminer celles des fonctions $\text{f.}x$ & $\Phi.x$; mais il est clair que cette détermination sera très difficile en général, à moins que l'expression de $y_{x,1}$ ne soit finie, ce qui n'arrivera que lorsque la valeur de β en α est finie.

Si les deux valeurs de β sont égales, la détermination des fonctions $\text{f.}x$ & $\text{F.}x$ de la formule du N°. 16 sera très facile; car en faisant $t=0$ on aura d'abord $y_{x,0} = \text{f.}x$; & faisant ensuite $t=1$, on aura $,T=1$, $,T'=0$, $,T''=0$ &c. donc $y_{x,1} = \theta\text{f.}(x+\mu-\mu') + \theta'\text{f.}(x+\mu-\mu') + \&\text{c.} + \text{F.}x$; de sorte qu'on connoîtra immédiatement par-là les valeurs générales des deux fonctions.

18. Au reste quoique l'expression de $y_{x,t}$ trouvée par la méthode précédente soit en général composée d'un nombre infini de termes, il y a cependant un cas très étendu, & qui a lieu dans la plûpart des questions qui conduisent à ces sortes d'équations différentielles, dans lequel cette expression devient finie; en sorte que la détermination des fonctions arbitraires n'a plus de difficulté. Ce cas est celui où l'on suppose que si on continue en arriere les deux premiers rangs horisontaux de la Table du N°. 6, tous les termes qui formeroient ces rangs ainsi continués soient nuls; c'est à dire lorsque l'on aura en général $y_{x,0}$ & $y_{x,1} = 0$ tant que x sera négatif.

En effet, il est aisé de voir qu'on aura alors $f.(-s) = 0$, & $\phi.(-s) = 0$ tant que s sera plus grand que μ & ν; de sorte que comme les nombres qui sont après les caractéristiques f. & ϕ. dans l'expression générale de $y_{x,t}$ vont continuellement en diminuant, les fonctions de ces nombres deviendront enfin nulles, ce qui rendra l'expression dont il s'agit finie.

Il est facile maintenant d'appliquer aux équations différentielles de tous les ordres, comprises sous la formule générale du N°. 6, la méthode que nous venons d'exposer pour les équations du second ordre, & d'en tirer des conclusions semblables; ainsi nous ne nous étendrons pas d'avantage sur cette méthode.

19. Dans le cas des équations du second ordre à trois termes nous avons trouvé moyen de remédier à l'inconvénient de la méthode générale, & d'obtenir une expression finie de $y_{x,t}$ (N°. 12); en considérant l'artifice qu'on a employé dans l'endroit cité, & qui consiste à exprimer les deux quantités α & β par une troisieme indéterminée ω, d'une maniere finie, on se convaincra aisément, qu'il peut aussi servir pour toutes les équations du second ordre, comme on va le voir.

Je reprends donc l'équation (H) du N°. 15, & je fais d'abord évanouir les termes où les indéterminées sont à la premiere dimension, en supposant $\alpha = m + \iota$, $\beta = n + \theta$, & prenant m & n tels que l'on ait

$$B + 2Cm + C'n = 0, \qquad B' + 2C''n + C'm = 0,$$

ce qui donne

$$m = \frac{2BC'' - B'C'}{C'^2 - 4CC''}, \qquad n = \frac{2B'C - BC'}{C'^2 - 4CC''};$$

moyennant quoi si on fait pour abréger

$$k = A + Bm + B'n + Cm^2 + C'mn + C''n^2,$$

on a cette transformée en ε & θ

$$C\varepsilon^2 + C'\varepsilon\theta + C''\theta^2 + k = 0,$$

laquelle étant multipliée par C peut se mettre sous cette forme

$$(C\varepsilon + h\theta)(C\varepsilon + l\theta) + Ck = 0,$$

en supposant

$$h = \frac{C'}{2} + \sqrt{\left(\frac{C'^2}{4} - CC''\right)},$$

$$l = \frac{C'}{2} - \sqrt{\left(\frac{C'^2}{4} - CC''\right)}.$$

Je fais maintenant

$$C\varepsilon + h\theta = \omega,$$

j'aurai

$$C\varepsilon + l\theta = \frac{Ck}{\omega},$$

d'où je tire sur le champ

$$\theta = \frac{\omega - \frac{Ck}{\omega}}{h - l},$$

$$\varepsilon = \frac{l\omega - \frac{hCk}{\omega}}{C(l - h)};$$

donc enfin

$$\alpha = m + \frac{l\omega - \frac{hCk}{\omega}}{C(l - h)},$$

$$\beta = n + \frac{\omega - \frac{Ck}{\omega}}{h - l}.$$

Ainsi les deux indéterminées α & β sont exprimées par une troisieme indéterminée ω d'une maniere finie & sans fraction complexe, de sorte que la valeur de $\alpha^x\beta^t$ sera toujours finie tant que x & t seront entiers positifs.

Et il est à remarquer à l'égard des expressions précédentes que l'ambiguité du radical qui entre dans les valeurs de h & de l n'influe point sur la forme de ces expressions; car en changeant le signe de ce radical on ne fait que changer h en l & *vice versa;* or en faisant ce changement & mettant en même tems $\frac{Ck}{\eta}$ à la place de ω, & par conséquent η à la place de $\frac{Ck}{\omega}$, on verra que les nouvelles expressions de α & β en η seront les mêmes que les premieres en ω.

Cela posé, si on fait pour abréger d'avantage

$$p = \frac{l}{C(l-h)}, \qquad q = \frac{hk}{h-l},$$

$$r = \frac{1}{h-l}, \qquad s = \frac{Ck}{l-h},$$

on aura

$$\alpha = m + p\omega + \frac{q}{\omega},$$

$$\beta = n + r\omega + \frac{s}{\omega},$$

par conséquent

$$\alpha^x\beta^t = \left(m + p\omega + \frac{q}{\omega}\right)^x\left(n + r\omega + \frac{s}{\omega}\right)^t.$$

Cette expression de $\alpha^x\beta^t$ étant développée & ordonnée suivant les puissances de ω, se réduira à une série finie de la forme

$$V + V'\omega + V''\omega^2 + V'''\omega^3 + \&c. + V^{(x+t)}\omega^{x+t}$$
$$+ \frac{{}'V}{\omega} + \frac{{}''V}{\omega^2} + \frac{{}'''V}{\omega^3} + \&c. + \frac{{}^{(x+t)}V}{\omega^{x+t}},$$

où les coëfficiens V, V', V'' &c. $'V$, $''V$ &c. seront des fonctions de x & t, qu'on peut déterminer par différens moyens d'après les méthodes connues.

Donc comme ω est une quantité absolument arbitraire, on en pourra conclure immédiatement par des raisonnemens analogues à ceux que nous avons faits plus haut (N°. 7) l'expression générale de $y_{x,t}$, laquelle sera

$$y_{x,t} = V\text{f.}(0) + V'\text{f.}(1) + V''\text{f.}(2) + V'''\text{f.}(3) + \&c. + V^{(x+t)}\text{f.}(x+t) + {}'V\text{f.}(-1) + {}''V\text{f.}(-2) + {}'''V\text{f.}(-3) + \&c. + {}^{(x+t)}V\text{f.}(-x-t),$$

la caractéristique f. dénotant une fonction arbitraire.

20. Pour déterminer cette fonction, ou du moins ses différentes valeurs particulieres qui entrent dans l'expression précédente, nous supposerons que dans la Table du N°. 6 le premier rang horisontal & le premier rang vertical soient donnés en sorte qu'on connoisse toutes les valeurs de $y_{x,0}$ & de $y_{0,t}$. On supposera donc d'abord $t = 0$ & x successivement 0, 1, 2, 3 &c. ensuite $x = 0$ & t successivement 0, 1, 2, 3 &c. on aura par ce moyen les équations nécessaires pour déterminer les valeurs de $f(0)$, $f.(1)$, $f.(-1)$ &c. Mais comme en s'y prenant ainsi on tombe dans des formules assés compliquées, je vais donner une autre maniere de parvenir plus aisément au but.

21. Pour cela je remarque d'abord que comme $p\omega + \frac{q}{\omega} = s$, $r\omega + \frac{s}{\omega} = \theta$, on aura par les formules connues

$$p\omega + \frac{q}{\omega} = s,$$

$$p^2\omega^2 + \frac{q^2}{\omega^2} = s^2 - 2pq,$$

$$p^3\omega^3 + \frac{q^3}{\omega^3} = s^3 - 3pqs,$$

&c.

& en général

$$p^\lambda \omega^\lambda + \frac{q^\lambda}{\omega^\lambda} = \varepsilon^\lambda - \lambda p q \varepsilon^{\lambda-2} + \frac{\lambda(\lambda-3)}{2} p^2 q^2 \varepsilon^{\lambda-4} + \frac{\lambda(\lambda-4)(\lambda-5)}{2.\ 3} p^3 q^3 \varepsilon^{\lambda-6} - \&c.$$

& de même l'on aura

$$r^\lambda \omega^\lambda + \frac{s^\lambda}{\omega^\lambda} = \theta^\lambda - \lambda r s \theta^{\lambda-2} + \frac{\lambda(\lambda-3)}{2} r^2 s^2 \theta^{\lambda-4} - \frac{\lambda(\lambda-4)(\lambda-5)}{2.\ 3} r^3 s^3 \theta^{\lambda-6} - \&c.$$

d'où l'on tire

$$\omega^\lambda = \frac{s^\lambda \varepsilon^\lambda - q^\lambda \theta^\lambda - \lambda(p q s^\lambda \varepsilon^{\lambda-2} - r s q^\lambda \theta^{\lambda-2}) + \&c.}{p^\lambda s^\lambda - q^\lambda r^\lambda},$$

$$\frac{1}{\omega^\lambda} = \frac{r^\lambda \varepsilon^\lambda - p^\lambda \theta^\lambda - \lambda(p q r^\lambda \varepsilon^{\lambda-2} - r s p^\lambda \theta^{\lambda-2}) + \&c.}{q^\lambda r^\lambda - p^\lambda s^\lambda}.$$

Si on substitue ces valeurs dans la série $V + V'\omega + \frac{'V}{\omega} + V''\omega^2 + \frac{''V}{\omega^2} + \&c.$ il est visible qu'on aura une transformée de cette forme

$$Z + Z'\varepsilon + Z''\varepsilon^2 + Z'''\varepsilon^3 + \&c. + Z^{(x+t)}\varepsilon^{x+t} + {}'Z\theta + {}''Z\theta^2 + {}'''Z\theta^3 + \&c. + {}^{(x+t)}Z\theta^{x+t},$$

laquelle sera par conséquent égale & identique à la quantité $\alpha^x \beta^t = (m+\varepsilon)^x (n+\theta)^t$, en supposant qu'il y ait entre ε & θ l'équation $C\varepsilon^2 + C'\varepsilon\theta + C''\theta^2 + k = 0$ (N°. 19).

Maintenant comme ε & θ sont deux différentes fonctions de l'indéterminée z, on en peut conclure sur le champ par un raisonnement analogue à celui du N°. 7, cette expression générale de $y_{x,t}$, savoir

$$y_{x,t} = Z\mathrm{F}.(0) + Z'\mathrm{F}.(1) + Z''\mathrm{F}.(2) + \&c. + Z^{(x+t)}\mathrm{F}.(x+t) + {}'Z\Phi.(1) + {}''Z\Phi.(2) + \&c. + {}^{(x+t)}Z\Phi.(x+t),$$

où les caractéristiques F. & Φ. dénotent des fonctions quelconques.

22. Qu'on suppose maintenant pour déterminer ces fonctions $t = 0$ & ensuite $x = 0$; on aura

1°. Lorsque $t = 0$, $(m+\iota)^x (n+\theta)^t = (m+\iota)^x = m^x + x m^{x-1}\iota + \frac{x(x-1)}{2} m^{x-2}\iota^2 + \&c.$ donc $Z = m^x$, $Z' = x m^{x-1}$, $Z'' = \frac{x(x-1)}{2} m^{x-2}$ &c. & $'Z = 0$, $''Z = 0$ &c. donc

$$y_{x,0} = m^x (F.(0) + x\frac{F.(1)}{m} + \frac{x(x-1)}{2}.\frac{F.(2)}{m^2} + \&c.$$

d'où en faisant successivement $x = 0, 1, 2$ &c. on tirera aisément les valeurs de $F.(0)$, $F.(1)$, $F.(2)$ &c. Et par la méthode du N°. 13 on trouvera que si on désigne la série des quantités $y_{0,0}$ $\frac{1}{m} y_{1,0}$ $\frac{1}{m^2} y_{2,0}$ $\frac{1}{m^3} y_{3,0}$ &c. par Y, Y', Y'' &c. & qu'on dénote par Δ, Δ^2 &c. les différences successives des termes de cette série, on aura en général

$$F.(\mu) = m^\mu \Delta^\mu . Y.$$

2°. Lorsque $x = 0$, $(m+\iota)^x (n+\theta)^t = (n+\theta)^t = n^t + t n^{t-1}\theta + \frac{t(t-1)}{2} n^{t-2}\theta^2 + \&c$; donc $Z = n^t$, $'Z = t n^{t-1}$, $''Z = \frac{t(t-1)}{2} n^{t-2}$ &c. & $Z' = 0$, $Z'' = 0$ &c. donc

$$y_{0,t} = n^t (\Phi.(0) + t\frac{\Phi.(1)}{n} + \frac{t(t-1)}{2}.\frac{\Phi.(2)}{n^2} + \&c.)$$

en supposant $\Phi.(0) = F.(0)$.

De là on trouvera, comme ci-devant, que si on considere la série

$$y_{0,0} \quad \frac{1}{n} y_{0,1} \quad \frac{1}{n^2} y_{0,2} \quad \frac{1}{n^3} y_{0,3} \quad \&c.$$

& qu'on en désigne les termes par Y, $'Y$, $''Y$, $'''Y$ &c. qu'on dénote ensuite par δ, δ^2 &c. les différences successives de ces termes, on trouvera, dis-je, en général

$$\Phi.(\nu) = n^\nu \delta^\nu . Y.$$

Or en faisant μ & $\nu = 0$, on a $F.(0) = Y = \Phi.(0)$, comme cela doit être par l'hypothese.

Donc

Donc ſi on ſubſtitue ces valeurs dans l'expreſſion de $y_{x,t}$ du N°. précédent, on aura

$$y_{x,t} = ZY + mZ'\Delta.Y + m^2Z''\Delta^2.Y + \&c. + m^{x+t}Z^{(x+t)}\Delta^{x+t}.Y$$
$$+ n\,{}'Z\delta.Y + n^2\,{}''Z\delta^2.Y + \&c. + n^{x+t}\,{}^{(x+t)}Z\delta^{x+t}.Y.$$

formule par laquelle on pourra connoître un terme quelconque de la Table du N°. 6. dès qu'on connoîtra ceux des deux premiers rangs, l'un horiſontal, l'autre vertical.

23. Si maintenant on compare enſemble les deux expreſſions de $y_{x,t}$ des N°. 19 & 21 il ſera facile d'en conclure les valeurs de la fonction f. par celles des fonctions F. & Φ; & il n'eſt pas difficile de voir qu'on aura en général entre f.(λ), f.($-\lambda$), F.(λ), F.($\lambda-2$) &c. Φ.(λ), Φ.($\lambda-2$) &c. les mêmes relations qu'entre ω^λ, $\frac{1}{\omega^\lambda}$, s^λ, $s^{\lambda-2}$ &c. θ^λ, $\theta^{\lambda-2}$ &c. De ſorte que ſi on ſubſtitue les valeurs des fonctions F. & Φ. trouvées ci-deſſus, & qu'on faſſe pour abréger $p^\lambda s^\lambda - q^\lambda r^\lambda = \frac{1}{\Lambda}$, on aura, λ étant poſitif,

$$\text{f.}(\lambda) = \Lambda s^\lambda m^\lambda\left(\Delta^\lambda.Y - \lambda\frac{pq}{m^2}\Delta^{\lambda-2}.Y + \frac{\lambda(\lambda-3)}{2}.\frac{p^2q^2}{m^4}\Delta^{\lambda-4}.Y - \&c.\right)$$
$$+ \Lambda q^\lambda n^\lambda\left(\delta^\lambda.Y - \lambda\frac{rs}{n^2}\delta^{\lambda-2}.Y + \frac{\lambda(\lambda-3)}{2}.\frac{r^2s^2}{n^4}\delta^{\lambda-4}.Y - \&c.\right),$$
$$\text{f.}(-\lambda = \Lambda p^\lambda n^\lambda\left(\delta^\lambda.Y - \lambda\frac{rs}{n^2}\delta^{\lambda-2}.Y + \frac{\lambda(\lambda-3)}{2}.\frac{r^2s^2}{n^4}\delta^{\lambda-4}.Y - \&c.\right)$$
$$- \Lambda r^\lambda m^\lambda\left(\Delta^\lambda.Y - \lambda\frac{pq}{m^2}\Delta^{\lambda-2}.Y + \frac{\lambda(\lambda-3)}{2}.\frac{p^2q^2}{m^4}\Delta^{\lambda-4}.Y - \&c.\right);$$

ce ſont les valeurs de la fonction f. qui réſulteroient des équations du N°. 20, comme il eſt facile de s'en convaincre par le calcul; ainſi il n'y aura qu'à ſubſtituer ces valeurs dans la formule du N°. 19.

24. La méthode par laquelle nous venons d'intégrer d'une maniere finie & complette toutes les équations différentielles du ſecond ordre entre

trois variables pourroit s'étendre aussi aux équations des ordres supérieurs si, dans une équation quelconque à deux indéterminées, il étoit toujours possible d'exprimer chacune de ces indéterminées par une fonction rationelle finie & sans fraction complexe d'une troisieme indéterminée; mais comme cela n'a lieu, pour les équations qui passent le second degré, que dans des cas particuliers, on doit regarder la méthode précédente comme bornée aux équations différentielles du premier & du second ordre.

Pour suppléer à ce défaut nous allons donner dans l'Article suivant une autre méthode qui s'étendra aux équations de tous les ordres, & qui joindra à l'avantage de donner toujours des intégrales finies, celui de rendre la détermination des fonctions arbitraires très facile dans tous les cas.

ARTICLE TROISIEME

où l'on donne une méthode générale pour l'intégration des équations linéaires aux différences finies entre trois variables.

25. Considérons l'équation différentielle du n^{eme} degré du N°. 6, & faisons en général $y_{x,t} = a\alpha^x\beta^t$; il est facile de voir qu'après les substitutions & la division par $a\alpha^x\beta^t$, il viendra cette équation du n^{eme} degré en α & β

$$\begin{array}{llll} A + B\alpha + C\alpha^2 & + \&c. & + N\alpha^n & = 0 \;---\; (I) \\ \quad + B'\beta + C'\alpha\beta & + \&c. & + N'\alpha^{n-1}\beta & \\ \quad\quad + C''\beta^2 & + \&c. & + N''\alpha^{n-2}\beta^2 & \\ \quad\quad \&c. & & \&c. & \\ & & + N^{(n)}\beta^n & \end{array}$$

par laquelle il faudra déterminer β en α ou *vice versa*.

Je remarque maintenant qu'on ne peut exprimer en général β en puissances de α que par une série infinie, ce qui donnera, comme on l'a vu dans l'Art. 2, une expression de $y_{x,t}$ en série infinie; mais comme on n'a pas besoin de la valeur de β, mais seulement de celle de β^t, où t est censé

plus grand que n, j'obſerve qu'on peut réduire cette valeur à une férie rationelle & finie de termes ordonnés ſuivant les puiſſances de α, pourvu qu'on y admette auſſi les puiſſances de β inférieures à β^n; car il eſt viſible que ſi on prend la valeur de β^n donnée par l'équation précédente, & qu'on la ſubſtitue autant qu'il eſt poſſible dans la valeur de β^t, qu'enſuite dans les termes réſultans de cette premiere ſubſtitution, on ſubſtitue de nouveau autant qu'il eſt poſſible la même valeur de β^n, & ainſi de ſuite juſqu'à ce qu'on ait rabaiſſé les puiſſances de β au deſſous de β^n; il eſt viſible, dis-je, qu'on parviendra à une formule de cette forme

$$\left.\begin{array}{l} \beta^t = T + T'\alpha + T''\alpha^2 + T'''\alpha^3 + \&c. + T^{(t)}\alpha^t \\ \quad + {}_{,}T\beta + {}_{,}T'\alpha\beta + {}_{,}T''\alpha^2\beta + \&c. + {}_{,}T^{(t-1)}\alpha^{t-1}\beta \\ \quad + {}_{,,}T\beta^2 + {}_{,,}T'\alpha\beta^2 + \&c. + {}_{,,}T^{(t-2)}\alpha^{t-2}\beta^2 \\ \quad \&c. \\ \quad + {}_{(n-1)}T\beta^{n-1} + \&c. + {}_{(n-1)}T^{(t-n+1)}\alpha^{t-n+1}\beta^{n-1} \end{array}\right\} (K)$$

où les coëfficiens T, T', T'' &c. $_{,}T$, $_{,}T'$ &c. &c. feront des fonctions rationelles données de t & des coëfficiens A, B, B' &c. de l'équation en α & β.

26. Multipliant donc cette expreſſion de β^t par $a\alpha^x$, on aura une valeur particuliere de $y_{x,t}$ dans laquelle les deux conſtantes a & α feront à volonté; & comme l'équation différentielle propoſée eſt linéaire & ne contient aucun terme ſans y, il eſt viſible qu'on pourra auſſi prendre pour $y_{x,t}$ la ſomme d'autant de pareilles valeurs particulieres qu'on voudra, en ſuppoſant que les quantités a & α ſoient différentes dans chacune de ces valeurs.

De là & de ce que les quantités β, β^2, β^3 &c. juſqu'à β^{n-1} ſont néceſſairement des fonctions irrationelles de α, irréductibles entr'elles, il eſt aiſé de conclure par un raiſonnement analogue à celui qu'on a employé dans le N°. 7 que l'on aura en général

$$y_{x,t} = T\,\mathrm{f}.(x) + T'\mathrm{f}.(x+1) + T''\mathrm{f}.(x+2) + T'''\mathrm{f}.(x+3) + \&c. + T^{(t)}\mathrm{f}.(x+t)$$

$$+ {}_{,}T\,{}^{1}\mathrm{f}.(x) + {}_{,}T'\,{}^{1}\mathrm{f}.(x+1) + {}_{,}T''\,{}^{1}\mathrm{f}.(x+2) + \&c. + {}_{,}T^{(t-1)}\,{}^{1}\mathrm{f}.(x+t-1)$$

$$+ {}_{,,}T\,{}^{2}\mathrm{f}.(x) + {}_{,,}T'\,{}^{2}\mathrm{f}.(x+1) + \&c. + {}_{,,}T^{(t-2)}\,{}^{2}\mathrm{f}.(x+t-2)$$

&c.

$$+ {}_{(n-1)}T\,{}^{n-1}\mathrm{f}.(x) + \&c. + {}_{(n-1)}T^{(t-n-1)}\,{}^{n-1}\mathrm{f}.(x+t-n+1)$$

où les caractéristiques f, ${}^{1}\mathrm{f}$, ${}^{2}\mathrm{f}$ &c. ${}^{n-1}\mathrm{f}$ dénotent des fonctions arbitraires quelconques indépendantes entr'elles; de sorte que comme le nombre de ces différentes fonctions est n, & par conséquent égal à l'exposant de l'ordre de l'équation différentielle proposée, on doit regarder l'expression précédente comme l'intégrale complette de cette même équation.

27. Pour déterminer maintenant les valeurs de ces différentes fonctions, je suppose que les n premiers rangs horisontaux de la Table du N°. 6 soient donnés, en sorte qu'on connoisse toutes les différentes valeurs de $y_{x,0}$, $y_{x,1}$, $y_{x,2}$ &c. $y_{x,n-1}$, c'est à dire toutes les valeurs de $y_{x,t}$ qui répondent à $t = 0, 1, 2$ &c. $n-1$.

Or faisant $t = 0$ on a $\beta^t = 1$; donc dans la formule (K) du N°. 25 on aura $T = 1$, $T' = 0$ &c. ${}_{,}T = 0$ &c; faisant $t = 1$ on a $\beta^t = \beta$, donc ${}_{,}T = 1$, & tous les autres coëfficiens nuls; faisant $t = 2$ on a $\beta^t = \beta^2$; donc ${}_{,,}T = 2$, & les autres coëfficiens nuls; & ainsi de suite.

Donc si on fait $t = 0$, on aura dans la formule du N°. 26 $y_{x,0} = \mathrm{f}.(x)$; si on fait $t = 1$, on aura $y_{x,1} = {}^{1}\mathrm{f}.(x)$; si on fait $t = 2$, on aura $y_{x,2} = {}^{2}\mathrm{f}.(x)$ &c. & ainsi de suite jusqu'à $y_{x,n-1} = {}^{n-1}\mathrm{f}.(x)$.

On connoit donc par ce moyen toutes les fonctions arbitraires; & substituant leurs valeurs dans la formule générale on aura

$$\begin{aligned}y_{x,t} = {} & T y_{x,0} + T' y_{x+1,0} + T'' y_{x+2,0} + T''' y_{x+3,0} + \&c. + T^{(t)} y_{x+t,0} \\ & + {}_{,}T y_{x,1} + {}_{,}T' y_{x+1,1} + {}_{,}T'' y_{x+2,1} + \&c. + {}_{,}T^{(t-1)} y_{x+t-1,1} \\ & + {}_{,,}T y_{x,2} + {}_{,,}T' y_{x+1,2} + \&c. + {}_{,,}T^{(t-2)} y_{x+t-2,2} \\ & \&c. \\ & + {}_{(n-1)}T y_{x,n-1} + \&c. + {}_{(n-1)}T^{(t-n-1)} y_{x+t-n-1,n-1}\end{aligned}$$

28. Pour déterminer les coëfficiens T, T', T'' &c. ${}_{,}T'$, ${}_{,}T''$ &c. &c. de la formule (K) du N°. 25, on peut employer différentes méthodes.

Et d'abord il eſt clair que ſi on tire de l'équation (I) la valeur de β en α, qu'on la ſubſtitue enſuite dans l'équation (K), & qu'après avoir ordonné les termes ſuivant les puiſſances de α, on faſſe chaque terme égal à zéro, on aura une ſuite d'équations par leſquelles on pourra déterminer les coëfficiens cherchés.

Cette méthode peut être rendue plus ſimple par la conſidération des différentes racines de l'équation (I). En effet ſi on repréſente l'équation (K) ainſi

$$\beta^t = A + {}_{,}A\beta + {}_{,,}A\beta^2 + \&c. + {}_{(n-1)}A\beta^{n-1},$$

A étant un polynome en α du degré t, ${}_{,}A$ un autre polynome en α du degré $t-1$ & ainſi de ſuite; & que d'un autre côté on déſigne par β', β'' &c. les n racines de l'équation (I) ordonnée par rapport à β, on aura ces n équations différentes

$$\begin{aligned}\beta'^t &= A + {}_{,}A\beta' + {}_{,,}A\beta'^2 + \&c. + {}_{(n-1)}A\beta'^{n-1} \\ \beta''^t &= A + {}_{,}A\beta'' + {}_{,,}A\beta''^2 + \&c. + {}_{(n-1)}A\beta''^{n-1} \\ &\&c.\end{aligned}$$

au moyen deſquelles on déterminera ſéparément les n quantités A ${}_{,}A$ ${}_{,,}A$ &c. en β', β'' &c. Alors il n'y aura plus qu'à ſubſtituer à la place de β', β'' &c. leurs valeurs en α réduites en ſérie aſcendante, & pouſſées ſeulement juſqu'à la $t^{ème}$ puiſſance pour la quantité A, juſqu'à la $(t-1)^{ème}$ puiſſance pour la quantité ${}_{,}A$ & ainſi de ſuite.

29. Mais dès qu'on aura déterminé par cette méthode ou par une autre quelconque les premiers termes des polynomes A $,A$ $_{,,}A$ &c. on pourra trouver tous les suivans d'une maniere plus simple en cherchant à l'aide du calcul différentiel la loi qui doit régner entr'eux. Pour cela on différentiera logarithmitiquement l'équation $\beta^t = A + {}_{,}A\beta + {}_{,,}A\beta^2 +$ &c. $_{(n-1)}A\beta^{n-1}$, en faisant varier à la fois les quantités α & β, ce qui donnera

$$\frac{t\,\mathrm{d}\beta}{\beta} = \frac{\mathrm{d}A + \beta\,\mathrm{d}{}_{,}A + \beta^2\,\mathrm{d}{}_{,,}A + \&c. + ({}_{,}A + 2{}_{,,}A\beta + \&c.)\,\mathrm{d}\beta}{A + {}_{,}A\beta + {}_{,,}A\beta^2 + \&c.};$$

on substituera à la place de $\mathrm{d}\beta$ sa valeur en α & β & $\mathrm{d}\alpha$ tirée de l'équation (I) par la différentiation, & faisant évanouir les fractions on ordonnera tous les termes par rapport aux puissances de β; il est facile de comprendre que dans cette nouvelle équation la plus haute puissance de β ne pourra être que β^{2n-1}; ainsi il n'y aura qu'à rabaisser les $n-1$ puissances β^n, β^{n+1} &c. β^{2n-1} au dessous du degré n^{eme} au moyen de l'équation (I); après quoi on ordonnera l'équation par rapport aux n puissances restantes de β & on fera séparément égales à zéro toutes les quantités multipliées par chacune de ces différentes puissances de β; l'on aura n équations différentielles du premier ordre entre α & les n quantités A $,A$ $_{,,}A$ &c. On substituera maintenant dans chacune de ces équations les expressions de A, $,A$ &c. en α, & par la comparaison des termes on obtiendra des équations entre les coëfficiens T, T', T'' &c. $,T$, $,T'$ &c. &c. par lesquelles on pourra déterminer les coëfficiens.

30. Si au lieu de supposer donnés les n premiers rangs horisontaux de la Table du N°. 6, ainsi qu'on l'a fait dans la solution précédente, on vouloit regarder comme donnés les n premiers rangs verticaux de la même Table, c'est à dire les valeurs de $y_{0,t}$ $y_{1,t}$ $y_{2,t}$ &c. $y_{n-1,t}$; il est visible qu'on pourroit résoudre ce cas par la même méthode en changeant seulement t en x, c'est à dire β en α, ou ce qui revient au même, en opérant à l'égard de β & de α comme on l'a fait à l'égard de α & de β; il n'y aura à cela aucune difficulté nouvelle.

Il n'en seroit pas de même si les rangs donnés étoient en partie horisontaux & en partie verticaux; cependant comme ce cas peut avoir lieu dans bien des questions, nous allons donner la méthode de le résoudre.

31. Supposons donc qu'on connoisse les m premiers rangs horisontaux de la Table du N°. 6 & les $n - m$ premiers rangs verticaux de la même Table; c'est à dire qu'on connoisse les valeurs de $y_{x,0}$ $y_{x,1}$ $y_{x,2}$ &c. $y_{x,m}$, ainsi que celles de $y_{0,t}$ $y_{1,t}$ $y_{2,t}$ &c. $y_{n-m,t}$; & qu'on demande la valeur d'un terme quelconque $y_{x,t}$.

Ayant fait $y_{x,t} = a\alpha^x\beta^t$, on aura (Art. 25) l'équation (I) entre α & β; je considere dans cette équation le terme $N^{(m)}\alpha^{n-m}\beta^m$, lequel est donné par tous les autres termes de la même équation, & j'observe qu'en substituant la valeur de $\alpha^{n-m}\beta^m$ qui vient de ce terme dans la quantité $\alpha^x\beta^t$, & ensuite dans les termes provenans de cette substitution, autant que cela sera possible, on parviendra nécessairement à une expression de $\alpha^x\beta^t$ par les puissances de α & de β, dans laquelle la plus haute de ces puissances sera la $(x+t)^{eme}$, & où les deux puissances α^{n-m} & β^m ne se trouveront jamais ensemble, puisqu'on suppose qu'on les ait fait disparoître par la substitution de la valeur de $\alpha^{n-m}\beta^m$.

Cette équation de $\alpha^x\beta^t$ sera donc de la forme suivante:

$$\begin{aligned}
\alpha^x\beta^t = {} & V + V'\alpha + V''\alpha^2 + V'''\alpha^3 + \&c. + V^{(x+t)}\alpha^{x+t} \\
& + {}_{,}V\beta + {}_{,}V'\alpha\beta + {}_{,}V''\alpha^2\beta + {}_{,}V'''\alpha^3\beta + \&c. + {}_{,}V^{(x+t-1)}\alpha^{x+t-1}\beta \\
& + {}_{,,}V\beta^2 + {}_{,,}V'\alpha\beta^2 + {}_{,,}V''\alpha^2\beta^2 + {}_{,,}V'''\alpha^3\beta^2 + \&c. \\
& \qquad + {}_{,,}V^{(x+t-2)}\alpha^{x+t-2}\beta^2 \\
& \&c. \\
& + {}_{(m)}V\beta^m + {}_{(m)}V'\alpha\beta^m + {}_{(m)}V''\alpha^2\beta^m + \&c. + {}_{(m)}V^{(n-m-1)}\alpha^{n-m-1}\beta^m \\
& + {}_{(m+1)}V\beta^{m+1} + {}_{(m+1)}V'\alpha\beta^{m+1} + {}_{(m+1)}V''\alpha^2\beta^{m+1} + \&c. \\
& \qquad + {}_{(m+1)}V^{(n-m-1)}\alpha^{n-m-1}\beta^{m+1} \\
& + {}_{(m+2)}V\beta^{m+2} + {}_{(m+2)}V'\alpha\beta^{m+2} + {}_{(m+2)}V''\alpha^2\beta^{m+2} + \&c. \\
& \qquad + {}_{(m+2)}V^{(n-m-1)}\alpha^{n-m-1}\beta^{m+2} \\
& \&c. \\
& + {}_{(x+t)}V\beta^{x+t} + {}_{(x+t)}V'\alpha\beta^{x+t} + {}_{(x+t)}V''\alpha^2\beta^{x+t} + \&c. \\
& \qquad + {}_{(x+t)}V^{(n-m-1)}\alpha^{n-m-1}\beta^{x+t}
\end{aligned}$$

où les coëfficiens V, V', ${}_{,}V'$ &c. feront des fonctions connues de x & de t, & des coëfficiens de l'équation (I).

32. Je remarque maintenant que les valeurs des puissances & des produits de α & de β qui composent l'expression précédente de $\alpha^x \beta^t$ sont nécessairement différentes & irréductibles entr'elles, puisque l'équation (I), d'où dépend la relation entre α & β, contient de plus le produit $\alpha^{n-m}\beta^m$, lequel ne se trouve point dans cette expression. De cette considération & des principes posés plus haut, il est aisé de conclure immédiatement l'expression générale de $y_{x,t}$ en ne faisant que substituer dans celle de $\alpha^x \beta^t$ à la place de chaque produit tel que $\alpha^r \beta^s$ une fonction quelconque de r & de s, qu'on pourra désigner par $f.(r,s)$; on aura donc ainsi

$$\begin{aligned}
y_{x,t} = {} & V f.(0,0) + V' f.(1,0) + V'' f.(2,0) + V''' f.(3,0) + \&c. \\
& \qquad + V^{(x+t)} f.(x+t,0) \\
& + {}_{,}V f.(0,1) + {}_{,}V' f.(1,1) + {}_{,}V'' f.(2,1) + {}_{,}V''' f.(3,1) + \&c. \\
& \qquad + {}_{,}V^{(x+t-1)} f.(x+t-1,1) \\
& + {}_{,,}V f.(0,2) + {}_{,,}V' f.(1,2) + {}_{,,}V'' f.2,2) + {}_{,,}V''' f.(3,2) + \&c. \\
& \qquad + {}_{,,}V^{(x+t-2)} f.(x+t-2,2) \\
& \&c. \\
& + {}_{(m)}V f.(0,m) + {}_{(m)}V' f.(1,m) + {}_{(m)}V'' f.(2,m) + \&c. \\
& \qquad + {}_{(m)}V^{(n-m-1)} f.(m-n-1,m) \\
& + {}_{(m+1)}V f.(0,m+1) + {}_{(m+1)}V' f.(1,m+1) + {}_{(m+1)}V'' f.(2,m+1) \\
& \qquad + \&c. + {}_{(m+1)}V^{(n+m-1)} f.(m-n-1,m+1) \\
& + {}_{(m+2)}V f.(0,m+2) + {}_{(m+2)}V' f.(1,m+2) + {}_{(m+2)}V'' f.(2,m+2) \\
& \qquad + \&c. + {}_{(m+2)}V^{(n-m-1)} f.(m-n-1,m+2) \\
& \&c. \\
& + {}_{(x+t)}V f.(0,x+t) + {}_{(x+t)}V' f.(1,x+t) + {}_{(x+t)}V'' f.(2,x+t) + \&c. \\
& \qquad + {}_{(x+t)}V^{(n-m-t)} f.(m-n-1,x+t).
\end{aligned}$$

33.

33. Pour déterminer les valeurs de la fonction f. on supposera successivement $t = 0, 1, 2$ &c. $m - 1$, & ensuite $x = 0, 1, 2$ &c. $n - m - 1$, puisque par l'hypothese les valeurs correspondantes de $y_{x,t}$ sont données.

Or en faisant $t = 0$ la quantité $\alpha^x \beta^t$ devient α^x; donc dans la formule du N°. 31. on aura pour lors $V^{(x)} = 1$ & les autres coëfficiens nuls; en faisant $t = 1$, on a $\alpha^x \beta$; donc $,V^{(x)} = 1$, & les autres coëfficiens nuls; en faisant $t = 2$, on a $\alpha^x \beta^2$; donc $_{,,}V^{(x)} = 1$, & les autres coëfficiens nuls; & ainsi de suite jusqu'à $_{(m-1)}V^{(x)} = 1$, lorsque $t = m - 1$.

De même en faisant $x = 0$, $\alpha^x \beta^t$ devient β^t; donc on aura dans la même formule $_{(t)}V = 1$ & les autres coëfficiens nuls; en faisant $x = 1$, on aura $\alpha \beta^t$; donc $_{(t)}V' = 1$ & les autres coëfficiens nuls; on aura pareillement, lorsque $x = 2$, $_{(t)}V'' = 1$ & les autres coëfficiens nuls; & ainsi de suite jusqu'à $_{(t)}V^{(n-m-1)} = 1$, lorsque $x = n - m - 1$.

Si on fait donc dans l'expression de $y_{x,t}$ du N°. préc. successivement $t = 0, 1, 2$ &c. $m - 1$, on aura $y_{x,0} = f.(x, 0)$, $y_{x,1} = f.(x, 1)$, $y_{x,2} = f.(x, 2)$ &c. jusqu'à $y_{x,m-1} = f.(x, m-1)$, quel que soit x. Et si on fait successivement $x = 0, 1, 2$ &c. $n - m - 1$, on aura $y_{0,t} = f.(0, t)$, $y_{1,t} = f.(1, t)$, $y_{2,t} = f.(2, t)$ &c. jusqu'à $y_{n-m-1,t} = f.(n - m - 1, t)$, quel que soit t. On connoîtra donc de cette maniere les valeurs des fonctions qui entrent dans l'expression dont il s'agit, & substituant ces valeurs on aura la formule suivante, qui ne contient que des quantités connues:

$$\begin{aligned} y_{x,t} = & V y_{0,0} + V' y_{1,0} + V'' y_{2,0} + V''' y_{3,0} + \&c. \\ & + V^{(x+t)} y_{x+t,0} \\ & + ,V y_{0,1} + ,V' y_{1,1} + ,V'' y_{2,1} + ,V''' y_{3,1} + \&c. \\ & + ,V^{(x+t-1)} y_{x+t-1,1} \\ & + _{,,}V y_{0,2} + _{,,}V' y_{1,2} + _{,,}V'' y_{2,2} + _{,,}V''' y_{3,2} + \&c. \\ & + _{,,}V^{(x+t-2)} y_{x+t-2,2} \end{aligned}$$

$$+ {}_{'''}V y_{0,3} + {}_{'''}V' y_{1,3} + {}_{'''}V'' y_{2,3} + {}_{'''}V''' y_{3,3} + \&c.$$
$$+ {}_{'''}V^{(x+t-3)} y_{x+t-3,3}$$

&c.

$$+ {}_{(m)}V y_{0,m} + {}_{(m)}V' y_{1,m} + {}_{(m)}V'' y_{2,m} + \&c.$$
$$+ {}_{(m)}V^{(n-m-1)} y_{n-m-1,m}$$
$$+ {}_{(m+1)}V y_{0,m+1} + {}_{(m+1)}V' y_{1,m+1} + {}_{(m+1)}V'' y_{2,m+1} + \&c.$$
$$+ {}_{(m+1)}V^{(n-m-1)} y_{n-m-1,m+1}$$
$$+ {}_{(m+2)}V y_{0,m+2} + {}_{(m+2)}V' y_{1,m+2} + {}_{(m+2)}V'' y_{2,m+2} + \&c.$$
$$+ {}_{(m+2)}V^{(n-m-1)} y_{n-m-1,m+2}$$

&c.

$$+ {}_{(x+t)}V y_{0,x+t} + {}_{(x+t)}V' y_{1,x+t} + {}_{(x+t)}V'' y_{2,x+t} + \&c.$$
$$+ {}_{(x+t)}V^{(n-m-1)} y_{n-m-1,x+t}$$

34. Quant à la maniere de déterminer les coëfficiens V, V', V'' &c. $,V'$, $,V''$ &c. &c. on pourra employer des méthodes analogues à celles que nous avons proposées plus haut (N°. 28).

En effet, si on cherche la valeur de β en α ou de α en β par l'équation (I) & qu'on la substitue dans la formule du N°. 31, on aura par la comparaison des termes affectés des mêmes puissances de α ou de β une suite d'équations par lesquelles on pourra déterminer les coëfficiens dont il s'agit. On pourra aussi employer le calcul différentiel pour trouver la loi de ces coëfficiens; car en différentiant logarithmiquement l'équation $\alpha^x \beta^t = V +$ &c, du N°. 31, substituant ensuite à la place de $\frac{d\beta}{d\alpha}$ sa valeur tirée de l'équation (I), & faisant disparoître au moyen de cette même équation les termes où se trouvera $\alpha^{n-m}\beta^m$ ainsi qu'on l'a enseigné dans le N°. 29, on aura une équation dont chaque terme devra ensuite être supposé égal à zéro; ce qui donnera une suite d'équations qui contiendront la relation qui doit régner entre les coëfficiens dont il s'agit.

Au reste, comme tout cela n'est plus qu'une affaire d'analyse, nous ne nous en occuperons pas d'avantage, nous contentant pour le présent d'avoir réduit l'intégration des équations linéaires aux différences finies & partielles à une théorie connue, qui ne demande d'autres secours que ceux que les méthodes ordinaires peuvent fournir.

REMARQUE I.

35. Je vais terminer cet Article par quelques Remarques importantes; la premiere, que l'on pourra toujours trouver autant de différentes expressions de $y_{x,t}$ qu'il y aura de termes dans la derniere colonne de l'équation (I), laquelle répond à la derniere colonne, ou au plus haut rang de l'équation différentielle proposée du N°. 6. En effet, à chacun des termes dont il s'agit tel que $N^{(m)}\alpha^{n-m}\beta^{m}$, lequel vient du terme $N^{(m)}y_{x+n-m,t+m}$ de l'équation différentielle, répondra, comme on l'a vu, une expression de $y_{x,t}$ dans laquelle les termes donnés de la Table du N°. 6 seront ceux qui forment les m premiers rangs horisontaux, & les $n-m$ premiers rangs verticaux; & il est facile de se convaincre, avec un peu de réflexion, qu'on ne sauroit trouver une telle expression que par le moyen d'un semblable terme; en sorte que si le terme de cette forme manquoit dans l'équation différentielle, il seroit alors impossible de pouvoir exprimer en général la valeur de $y_{x,t}$ par le moyen des m premiers rangs horisontaux & des $n-m$ premiers rangs verticaux de la Table du N°. 6. Par exemple dans le cas de l'équation différentielle (F) du N°. 7, où l'on n'a qu'un seul terme de l'ordre le plus élevé, en sorte que n étant $=2$, m n'a qu'une seule valeur $=1$, l'expression générale de $y_{x,t}$ demande nécessairement qu'on connoisse le premier rang horisontal, & le premier rang vertical de la Table citée; & c'est aussi ce que nous avons supposé dans la solution du N°. 13.

REMARQUE II.

36. La seconde Remarque concerne le cas où l'équation (I) a des facteurs rationels en sorte qu'elle peut se décomposer en autant d'équations particulieres. Dans ce cas on peut simplifier la méthode générale en con-

ſidérant à part chacune de ces équations, & cherchant l'expreſſion de $y_{x,t}$ qui réſulte de chacune d'elles; car la ſomme de ces différentes expreſſions de $y_{x,t}$ ſera l'expreſſion complette de $y_{x,t}$ qui convient à l'équation différentielle propoſée. En effet ſuppoſons que l'équation (I) du degré n puiſſe ſe décompoſer en deux équations rationelles des degrés p & q, en ſorte que $p + q = n$; il eſt facile de prouver que ſi on fait $y_{x,t} = y'_{x,t} + y''_{x,t}$, l'équation différentielle $y_{x,t}$ de l'ordre n pourra auſſi ſe décompoſer en deux équations, l'une en $y'_{x,t}$ de l'ordre p, l'autre en $y''_{x,t}$ de l'ordre q; & ces deux équations ſeront telles que ſi on met dans la premiere $\alpha^x \beta^t$ à la place de $y'_{x,t}$, & dans la ſeconde $\alpha^x \beta^t$ à la place de $y''_{x,t}$, il en réſultera les deux équations des degrés p & q qui ſont les facteurs de l'équation (I) réſultante de la ſubſtitution de $\alpha^x \beta^t$ à la place de $y_{x,t}$ dans l'équation différentielle propoſée. Et cette concluſion aura lieu pour tous les facteurs de la même équation (I).

A l'égard des fonctions arbitraires, il eſt clair que l'expreſſion de $y'_{x,t}$ en contiendra un nombre p, & que l'expreſſion de $y''_{x,t}$ en contiendra un nombre q; de ſorte que l'expreſſion de $y_{x,t}$ en contiendra un nombre égal à $p + q$, c'eſt à dire égal à n; par conſéquent cette expreſſion ſera complette.

Pour déterminer maintenant ces fonctions d'après les valeurs données de $y_{x,0}$ $y_{x,1}$ &c. $y_{0,t}$ $y_{1,t}$ &c. (N°. 33), on ſuppoſera d'abord que les quantités données ſoient $y'_{x,0}$ $y'_{x,1}$ &c. $y'_{0,t}$ $y'_{1,t}$ &c. ainſi que $y''_{x,0}$ $y''_{x,1}$ &c. $y''_{0,t}$ $y''_{1,t}$ &c; on déterminera à l'aide des premieres les fonctions arbitraires de l'expreſſion de $y'_{x,t}$, & à l'aide des ſecondes les fonctions arbitraires de l'expreſſion de $y''_{x,t}$ par la méthode générale du N°. cité; enſuite il n'y aura plus qu'à ſubſtituer à la place de ces quantités leurs valeurs en $y_{x,0}$ $y_{x,1}$ &c. $y_{0,t}$ $y_{1,t}$ &c.

Pour cela on remarquera que puiſqu'on a une équation différentielle en $y'_{x,t}$ & une en $y''_{x,t}$ & que de plus $y_{x,t} = y'_{x,t} + y''_{x,t}$, on peut toujours par l'élimination trouver la valeur de $y'_{x,t}$ ainſi que celle de $y''_{x,t}$ en $y_{x,t}$ & ſes différences; ainſi on connoîtra par là les valeurs des quantités dont il s'agit par celles de $y_{x,0}$ $y_{x,1}$ &c.

Si l'équation (I) avoit plusieurs facteurs rationels, on feroit relativement à tous ces facteurs des raisonnemens analogues aux précédens, & on en tireroit des conclusions semblables.

REMARQUE III.

37. La troisieme Remarque a pour objet le cas où l'équation (I) a des facteurs égaux; en ce cas on sait par la théorie des équations que ces facteurs seront nécessairement rationels; de sorte que suivant la méthode du N°. préc. on pourra considérer ces facteurs égaux à part & indépendamment des autres; ainsi la difficulté se réduit au cas où l'équation en α & β sera une puissance quelconque d'une autre équation. Désignons cette derniere équation par $\Pi = 0$, & soit l'équation proposée en α & β, $\Pi^m = 0$; je dis que si l'on cherche l'expression générale de $y_{x,t}$ d'après l'équation $\Pi = 0$ par les méthodes expliquées ci-dessus, & qu'on nomme cette valeur $y'_{x,t}$ qu'ensuite on désigne par $y''_{x,t}$ $y'''_{x,t}$ &c. d'autres expressions semblables, dans lesquelles les fonctions arbitraires soient différentes, on aura pour l'expression générale de $y_{x,t}$ résultante de l'équation $\Pi^m = 0$, $y_{x,t} = y'_{x,t} + xy''_{x-1,t}$ ou $y_{x,t} = y'_{x,t} + ty''_{x,t-1}$ si $m = 2$; $y_{x,t} = y'_{x,t} + xy''_{x-1,t} + x(x-1)y''_{x-2,t}$, ou $y_{x,t} = y'_{x,t} + xy''_{x-1,t} + xty'''_{x-1,t-1}$, ou $y_{x,t} = y'_{x,t} + ty''_{x,t-1} + txy'''_{x-1,t-1}$, ou enfin $y_{x,t} = y'_{x,t} + ty''_{x,t-1} + t(t-1)y'''_{x,t-2}$ si $m = 3$; & ainsi de suite; ces différentes expressions de $y_{x,t}$ revenant toujours à la même.

En effet, si on cherche la valeur de $\alpha^x\beta^t$ d'après l'équation $\Pi = 0$, on aura pour l'équation $\Pi^2 = 0$ la même valeur de $\alpha^x\beta^t$ & de plus celle-ci $x\alpha^{x-1}\beta^t d\alpha$ ou $t\alpha^x\beta^{t-1}d\beta$, $d\alpha$ & $d\beta$ étant des quantités indéterminées; & pour l'équation $\Pi^3 = 0$, on aura, outre la valeur de $\alpha^x\beta^t$ qui répond à $\Pi = 0$, ces deux autres-ci $x\alpha^{x-1}\beta^t d\alpha$, $x(x-1)\alpha^{x-2}d\alpha^2$, ou bien ces deux-ci $x\alpha^{x-1}\beta^t d\alpha$, $xt\alpha^{x-1}\beta^{t-1}d\alpha d\beta$, ou $t\alpha^x\beta^{t-1}d\beta$, $tx\alpha^{x-1}\beta^{t-1}d\alpha d\beta$, ou bien encore $t\alpha^x\beta^{t-1}d\beta$, $t(t-1)\alpha^x\beta^{t-2}d\beta^2$, & ainsi de suite; étant indifférent de faire varier α ou β à chaque nouvelle différentiation; de là & de ce que nous avons déja dit dans les N°. 16 & 36 il est facile de déduire les formules précédentes pour l'expression générale de $y_{x,t}$, & de les continuer plus loin pour tous les exposans m.

Quant à la détermination des fonctions arbitraires, elle n'a aucune difficulté; car il n'y aura qu'à déterminer d'abord celles qui entrent dans les expressions de $y'_{x,t}$, de $y''_{x,t}$ &c. par les valeurs de $y'_{x,0}$, $y'_{x,1}$ &c. $y'_{0,t}$, $y'_{1,t}$ &c. de $y''_{x,0}$ $y''_{x,1}$ &c. $y''_{0,t}$ $y''_{1,t}$ &c; ensuite on déterminera ces dernieres par celles de $y_{x,0}$ $y_{x,1}$ &c. $y_{0,t}$ $y_{1,t}$ &c. d'après les formules $y_{x,t} = y'_{x,t} + x y''_{x-1,t}$ &c. données ci-dessus, combinées avec l'équation différentielle qui répond à l'équation $\Pi = 0$, & qui est la même pour toutes les quantités $y'_{x,t}$ $y''_{x,t}$ &c. puisqu'elles ne different entr'elles que par les fonctions arbitraires.

REMARQUE IV.

38. La quatrieme Remarque roulera sur quelques transformations qu'on peut employer pour faciliter l'intégration des équations aux différences finies & partielles. Si dans l'équation en α & β résultante de la substitution de $\alpha^x \beta^t$ à la place de $y_{x,t}$ dans l'équation différentielle proposée, on fait

$$\alpha = a\varepsilon^m \gamma^n + a'\varepsilon^{m'} \gamma^{n'} + a''\varepsilon^{m''} \gamma^{n''} + \&c.$$

$$\beta = b\varepsilon^p \gamma^q + b'\varepsilon^{p'} \gamma^{q'} + b''\varepsilon^{p''} \gamma^{q''} + \&c.$$

a, a', a'' &c. b, b', b'' &c. m, m', m'' &c. n, n', n'' &c. p, p', p'' &c. q, q', q'' &c. étant des constantes quelconques données & ε, γ deux nouvelles indéterminées, on aura une transformée en ε, γ qui pourra dans plusieurs cas être plus simple & plus traitable que l'équation primitive en α, β.

Or je dis que si on regarde cette équation en ε, γ comme résultante immédiatement d'une équation à différences finies & partielles entre les trois variables x, t & $z_{x,t}$, par la substitution de $\varepsilon^x \gamma^t$ à la place de $z_{x,t}$, & qu'on en déduise par les méthodes ci-dessus l'expression générale de $z_{x,t}$, il sera facile d'en conclure l'expression générale de $y_{x,t}$ de la maniere suivante. On substituera pour cela les mêmes valeurs de α & β dans la quantité $\alpha^x \beta^t$, & développant les termes on aura une expression de cette forme

$$\alpha^x \beta^t = A\varepsilon^{mx+pt}\gamma^{nx+qt} + B\varepsilon^{mx+pt+\mu}\gamma^{nx+qt+\nu} + C\varepsilon^{mx+pt+\pi}\gamma^{nx+qt+\rho} + \&c.$$

Or $\varepsilon^x \gamma^t$ eſt une valeur particuliere de $z_{x,t}$, de même que $\alpha^x \beta^t$ eſt une valeur particuliere de $y_{x,t}$; ainſi paſſant des valeurs particulieres aux expreſſions générales, on aura ſur le champ

$$y_{x,t} = A z_{mx+pt,nx+qt} + B z_{mx+pt+\mu,nx+qt+\nu} + C z_{mx+pt+\pi,nx+qt+\rho} + \&c.$$

On pourroit transformer de nouveau l'équation en ε & γ, & on trouveroit de la même maniere la valeur correſpondante de $z_{x,t}$.

Suppoſons, par exemple, $\alpha = a + p\varepsilon$, $\beta = b + q\gamma$, on aura

$$\alpha^x \beta^t = A + B\varepsilon + C\gamma + D\varepsilon^2 + E\varepsilon\gamma + F\gamma^2 + \&c.$$

en faiſant

$$A = a^x b^t,$$

$$B = x a^{x-1} p \times b^t, \qquad C = t b^{t-1} q \times a^x,$$

$$D = \frac{x(x-1)}{2} a^{x-2} p^2 b^t, \qquad E = x a^{x-1} p \times t b^{t-1} q \quad \&c.$$

&c.

& de là

$$y_{x,t} = A z_{0,0} + B z_{1,0} + C z_{0,1} + D z_{2,0} + E z_{1,1} + \&c.$$

Si on vouloit faire ſucceſſivement les deux ſubſtitutions, on auroit d'abord

$$y_{x,t} = a^x y'_{0,t} + x a^{x-1} p y'_{1,t} + \frac{x(x-1)}{2} a^{x-2} p^2 y'_{2,t} + \&c.$$

& enſuite

$$y'_{x,t} = b^t z_{x,0} + t b^{t-1} q z_{x,1} + \frac{t(t-1)}{2} b^{t-2} q^2 z_{x,2} + \&c.$$

Réciproquement on pourra déterminer les valeurs de $z_{x,t}$ par celle de $y_{x,t}$ en ſubſtituant dans $\varepsilon^x \gamma^t$ les valeurs de ε & γ en α & β, & changeant enſuite chaque produit de α & β tel que $\alpha^r \beta^s$ en $y_{r,s}$.

REMARQUE V.

39. La cinquieme Remarque eſt qu'il peut arriver dans la ſolution des problemes que les termes donnés dans la Table du N°. 6 ne ſoient pas ceux qui forment les premiers rangs horiſontaux ou verticaux de cette

Table, ainsi que nous l'avons toujours supposé jusqu'ici, mais d'autres quelconques. Alors parmi les différentes formes qu'on peut donner à l'expression générale de $y_{x,t}$ il faudra choisir celle qui rendra la détermination des fonctions arbitraires par les termes donnés, la plus facile; mais on ne sauroit donner des regles générales pour cela, & il faut abandonner cette recherche à la sagacité de l'Analyste.

En général, il faudra toujours qu'il y ait autant de lignes indéfinies de termes donnés dans la Table du N°. 6, qu'il y a d'unités dans l'exposant de l'ordre de l'équation différentielle; mais il n'est pas nécessaire que ces lignes soient horisontales ou verticales; elles peuvent également être inclinées d'une maniere quelconque, & même elles peuvent être courbes ou plutôt composées d'un assemblage de lignes droites différemment inclinées. Nous en verrons des exemples dans l'Article cinquieme.

REMARQUE VI.

40. Ma derniere Remarque concerne le cas où l'on a à intégrer plusieurs équations linéaires qui renferment autant de différentes inconnues telles que $y_{x,t}$ $z_{x,t}$ $u_{x,t}$ &c; il est facile de se convaincre qu'on peut toujours par l'élimination parvenir à une seule équation finale qui ne renferme qu'une seule inconnue $y_{x,t}$; mais il sera souvent fort pénible de s'y prendre ainsi, & on arrivera au but d'une maniere beaucoup plus simple en appliquant immédiatement nos méthodes aux équations proposées. Pour cela on fera d'abord

$$y_{x,t} = a\alpha^x\beta^t, \quad z_{x,t} = b\alpha^x\beta^t, \quad u_{x,t} = c\alpha^x\beta^t \quad \&c.$$

ce qui donnera, après avoir divisé chaque équation par $\alpha^x\beta^t$, autant d'équations en α, β & en a, b, c &c. qu'il y a de ces dernieres quantités, & où ces quantités seront toutes linéaires; de sorte que si on élimine les quantités $\frac{b}{a}$, $\frac{c}{a}$ &c. on parviendra à une équation finale en α & β qui contiendra la relation qu'il doit y avoir entre ces deux indéterminées, & qui sera la même qu'on eût trouvée par la substitution de $a\alpha^x\beta^t$ à la place de $y_{x,t}$ dans l'équation en $y_{x,t}$ résultante de l'élimination des autres inconnues $z_{x,t}$ $u_{x,t}$ &c. On pourra donc trouver d'après cette équation & par le moyen

moyen des méthodes exposées jusqu'ici, l'expression générale de $y_{x,t}$; nous dénoterons cette expression par $y'_{x,t}$. Maintenant comme les équations en a, b, c &c. sont purement linéaires, on pourra trouver les valeurs de $\frac{b}{a}$, $\frac{c}{a}$ &c. par des fonctions rationelles de α & β; soient donc $\frac{b}{a} = \frac{B}{A}$; $\frac{c}{a} = \frac{C}{A}$ &c. A, B, C &c. étant des fonctions rationelles entieres de α & β; comme a est une constante qui demeure arbitraire, on pourra mettre partout aA à la place de a; par ce moyen les quantités $a\alpha^x\beta^t$, $b\alpha^x\beta^t$, $c\alpha^x\beta^t$ &c. qui sont les valeurs particulieres de $y_{x,t}$, $z_{x,t}$, $u_{x,t}$ &c. deviendront $aA\alpha^x\beta^t$, $aB\alpha^x\beta^t$, $aC\alpha^x\beta^t$ &c. Or les quantités A, B, C &c. sont nécessairement de cette forme

$$A = P\alpha^m\beta^n + P'\alpha^{m'}\beta^{n'} + \&c.$$
$$B = Q\alpha^p\beta^q + Q'\alpha^{p'}\beta^{q'} + \&c.$$
$$C = R\alpha^r\beta^s + R'\alpha^{r'}\beta^{s'} + \&c.$$

P, Q, R, P' &c. m, n, m' &c. étant des constantes données; donc les valeurs particulieres dont il s'agit deviendront de la forme

$$Pa\alpha^{x+m}\beta^{t+n} + P'a\alpha^{x+m'}\beta^{t+n'} + \&c.$$
$$Qa\alpha^{x+p}\beta^{t+q} + Q'a\alpha^{x+p'}\beta^{t+q'} + \&c.$$
$$Ra\alpha^{x+r}\beta^{t+s} + R'a\alpha^{x+r'}\beta^{t+s'} + \&c;$$

mais par l'hypothese $a\alpha^x\beta^t$ est la valeur particuliere de $y'_{x,t}$; donc passant des valeurs particulieres aux expressions générales, on aura aussi en général

$$y_{x,t} = Py'_{x+m,t+n} + P'y'_{x+m',t+n'} + \&c.$$
$$z_{x,t} = Qy'_{x+p,t+q} + Q'y'_{x+p',t+q'} + \&c.$$
$$u_{x,t} = Ry'_{x+r,t+s} + R'y'_{x+r',t+s'} + \&c.$$
&c.

Et il n'y aura plus qu'à substituer à la place de $y'_{x,t}$ son expression générale trouvée précédemment.

ARTICLE QUATRIÈME.

Des suites recurrentes triples, ou de l'intégration des équations linéaires aux différences finies & partielles entre quatre variables.

41. Si on imagine une suite dont les termes varient de trois manieres différentes, & qu'on suppose qu'il y ait toujours entre un certain nombre de termes successifs de cette suite une même équation linéaire, dont les coëfficiens soient constants; ce sera là une suite recurrente triple; & l'équation dont il s'agit sera une équation linéaire aux différences finies & partielles entre quatre variables, dont l'intégration sera l'objet de cet Article.

A l'imitation de ce que nous avons pratiqué à l'égard des suites recurrentes doubles, nous désignerons un terme quelconque d'une suite recurrente triple par $y_{x,t,u}$, en sorte qu'en faisant successivement $x = 0, 1, 2, 3$ &c. $t = 0, 1, 2, 3$ &c. $u = 0, 1, 2, 3$ &c. on aura tous les termes qui pourront entrer dans cette suite; d'où l'on voit que ces termes pourront former une Table à triple entrée en forme de parallélipipede, de même que les termes $y_{x,t}$ des suites recurrentes doubles forment une Table à double entrée en forme de rectangle (N°. 6).

42. Cela posé, soit l'équation du troisieme ordre

$$\begin{aligned} A y_{x,t,u} + B y_{x+1,t,u} &+ C y_{x+1,t+1,u} + D y_{x+1,t+1,u+1} = 0 \ldots (L), \\ + B' y_{x,t+1,u} &+ C' y_{x+1,t,u+1} \\ + B'' y_{x,t,u+1} &+ C'' y_{x,t+1,u+1} \end{aligned}$$

laquelle est, comme l'on voit, d'une forme semblable à celle de l'équation (*F*) du N°. 7.

Pour intégrer cette équation je suppose $y_{x,t,u} = a\alpha^x \beta^t \gamma^u$, a, α, β, γ étant des constantes; substituant cette valeur & divisant ensuite toute l'équation par $a\alpha^x \beta^t \gamma^u$, j'ai celle-ci

$$A + B\alpha + B'\beta + B''\gamma + C\alpha\beta + C'\alpha\gamma + C''\beta\gamma + D\alpha\beta\gamma = 0 \ldots (M),$$

d'où je tire la valeur de γ en α & β, savoir $\gamma = -\frac{A + B\alpha + B'\beta + C\alpha\beta}{B'' + C'\alpha + C''\beta + D\alpha\beta}$, ou bien en divisant le haut & le bas de cette fraction par $\alpha\beta$,

$$\gamma = -\frac{C + \frac{B'}{\alpha} + \frac{B}{\beta} + \frac{A}{\alpha\beta}}{D + \frac{C''}{\alpha} + \frac{C'}{\beta} + \frac{B''}{\alpha\beta}}$$

J'éleve maintenant cette quantité à la puissance u, & développant les termes suivant les différentes puissances de $\frac{1}{\alpha}$ & de $\frac{1}{\beta}$, j'aurai

$$\begin{aligned}\gamma^u = V &+ V'\frac{1}{\alpha} + V''\frac{1}{\alpha^2} + V'''\frac{1}{\alpha^3} + \&c.\\ &+ {}_{,}V\frac{1}{\beta} + {}_{,}V'\frac{1}{\alpha\beta} + {}_{,}V''\frac{1}{\alpha^2\beta} + \&c.\\ &+ {}_{,,}V\frac{1}{\beta^2} + {}_{,,}V'\frac{1}{\alpha\beta^2} + \&c.\\ &+ {}_{,,,}V\frac{1}{\beta^3} + \&c.\\ &\&c.\end{aligned}$$

où les coëfficiens V, V', ${}_{,}V'$ &c. seront des fonctions connues de u & des constantes A, B, B' &c.

Multipliant donc cette expression de γ^u en série par $a\alpha^x\beta^t$, on aura une valeur particuliere de $y_{x,t,u}$; & à cause que a, α & β sont indéterminées & que l'équation est linéaire, on pourra prendre aussi pour $y_{x,t,u}$ la somme d'autant de pareilles expressions qu'on voudra en changeant à volonté les valeurs de a, α & β. De là il est aisé de conclure par un raisonnement analogue à celui du N°. 7, qu'on aura l'expression générale de $y_{x,t,u}$ en mettant dans celle de $\alpha^x\beta^t\gamma^u$ à la place de chaque produit de α & β tel que $\alpha^r\beta^s$ une fonction quelconque de r & s, qu'on pourra désigner par $f.(r,s)$. Ainsi donc on aura sur le champ

$$\begin{aligned}y_{x,t,u} = V\,f.(x,t) &+ V'f.(x-1,t) + V''f.(x-2,t) + V'''f.(x-3,t) + \&c.\\ &+ {}_{,}V\,f.(x,t-1) + {}_{,}V'f.(x-1,t-1) + {}_{,}V''f.(x-2,t-1) + \&c.\\ &+ {}_{,,}V\,f.(x,t-2) + {}_{,,}V'f.(x-1,t-2) + \&c.\\ &+ {}_{,,,}V\,f.(x,t-3) + \&c.\\ &\&c.\end{aligned}$$

43. Pour déterminer maintenant les valeurs de la fonction $f.(x,t)$, je suppose qu'on connoisse toutes les valeurs de $y_{x,t,u}$ lorsque $u = 0$; or faisant $u = 0$, il est clair qu'on a $\gamma^u = 1$; donc $V = 1$, & tous les autres coëfficiens nuls; donc la formule précédente donnera lorsque $u = 0$, $y_{x,t,0} = f.(x,t)$. Donc si on fait cette substitution on aura

$$\begin{aligned} y_{x,t,u} = & V y_{x,t,0} + V' y_{x-1,t,0} + V'' y_{x-2,t,0} + V''' y_{x-3,t,0} + \&c. \\ & + {}_{,}V y_{x,t-1,0} + {}_{,}V' y_{x-1,t-1,0} + {}_{,}V'' y_{x-2,t-1,0} + \&c. \\ & + {}_{,,}V y_{x,t-2,0} + {}_{,,}V' y_{x-1,t-2,0} + \&c. \\ & + {}_{,,,}V y_{x,t-3,0} + \&c. \\ & \&c. \end{aligned}$$

Cette solution est, comme l'on voit, tout à-fait analogue à celle du N°. 8; aussi est-elle sujette au même inconvénient, qui est de donner pour $y_{x,t,u}$ une expression composée d'un nombre infini de termes, à moins que trois des quatre quantités B'', C', C'', D ne s'évanouissent à la fois, auquel cas la valeur de γ^u sera finie, u étant (hyp.) un nombre entier positif.

Cependant la solution précédente pourra être utile dans tous les cas où les termes donnés $y_{x,t,0}$ sont nuls pour toutes les valeurs négatives de x, & de t; car alors il est visible que l'expression ci-dessus de $y_{x,t,u}$ sera toujours terminée; & c'est ce qui peut avoir lieu dans un grand nombre de questions.

44. Mais on peut par un moyen semblable à celui du N°. 12, obtenir une expression finie de $y_{x,t,u}$ dans tous les cas. En effet, si dans la valeur de γ du N°. 42 on fait

$$B'' + C'\alpha + C''\beta + D\alpha\beta = \omega,$$

ce qui donne

$$\beta = \frac{\omega - B'' - C'\alpha}{C'' + D\alpha},$$

& qu'ensuite on fasse dans cette valeur de β, $C'' + D\alpha = \eta$; d'où $\alpha = \frac{\eta - C''}{D}$, on aura en substituant successivement ces valeurs,

$$\alpha = \frac{\eta + C''}{D}$$

$$\beta = \frac{C'C'' - DB'' - C'\eta + D\omega}{D\eta}$$

$$\gamma = \frac{D(BC'' - DA - B\eta) + (C'C'' - DB' - C\eta)(C'C'' - DB'' - C\eta + D\omega)}{D^2\eta\omega}$$

expreſſions qui ont l'avantage d'être ſans une forme finie & de ne point contenir de fraction complexe; de ſorte que ſi on multiplie enſemble ces quantités élevées reſpectivement aux puiſſances x, t, u, & qu'on développe les termes ſuivant les puiſſances & les produits de η & de ω, on aura pour $\alpha^x\beta^t\gamma^u$ une expreſſion finie, tant que x, t, u ſeront entiers poſitifs.

Suppoſons donc

$$\left(\frac{\eta + C''}{D}\right)^x \left(\frac{C'C'' - DB'' - C'\eta + D\omega}{D}\right)^t \left(\frac{BC'' - DA - B\eta}{D} + \frac{(C'C'' - DB' - C\eta)(C'C'' - DB'' - C'\eta + D\omega)}{D^2}\right)^u$$

$$\begin{aligned} &= Z + Z'\eta + Z''\eta^2 + Z'''\eta^3 + \&c. + Z^{(x+t+2u)}\eta^{x+t+2u} \\ &+ {}_{,}Z\omega + {}_{,}Z'\eta\omega + {}_{,}Z''\eta^2\omega + \&c. \\ &+ {}_{,,}Z\omega^2 + {}_{,,}Z'\eta\omega^2 + \&c. \\ &+ {}_{,,,}Z\omega^3 + \&c. \\ &\&c. \\ &+ {}_{(t+u)}Z\omega^{t+u} + \&c. + {}_{(t+u)}Z^{(x+u)}\eta^{x+u}\omega^{t+u} \end{aligned}$$

où les coëfficiens Z, Z', ${}_{,}Z$ &c. ſont des fonctions connues de x, t, u & des conſtantes A, B, B' &c; il n'y aura plus qu'à multiplier cette ſérie par $\eta^{-t-u}\omega^{-u}$ pour avoir la valeur de $\alpha^x\beta^t\gamma^u$ en η & ω; & comme η & ω ſont indéterminées, on en pourra tirer immédiatement la valeur complette de $y_{x,t,u}$ en ne faiſant que changer chaque produit tel que $\eta^{-r}\omega^{-s}$ en f. (r, s); de cette maniere, on aura donc

$$y_{x,t,u} = Z\,\text{f.}(t+u,u) + Z'\,\text{f.}(t+u-1,u) + Z''\,\text{f.}(t+u-2,u) + Z'''\,\text{f.}(t+u-3,u) + \&c.$$
$$+ {}_{,}Z\,\text{f.}(t+u,u-1) + {}_{,}Z'\,\text{f.}(t+u-1,u-1) + {}_{,}Z''\,\text{f.}(t+u-2,u-1) + \&c.$$
$$+ {}_{,,}Z\,\text{f.}(t+u,u-2) + {}_{,,}Z'\,\text{f.}(t+u-1,u-2) + \&c.$$
$$+ {}_{,,,}Z\,\text{f.}(t+u,u-3) + \&c.$$
$$\&c.$$

45. Pour déterminer maintenant les valeurs de la fonction f.(r,s), on fera comme plus haut $u=0$, & on supposera ensuite successivement $x=0,1,2,3$ &c. $t=0,1,2,3$ &c. on aura par ce moyen une suite d'équations, d'où l'on tirera les différentes valeurs de la fonction dont il s'agit en $y_{0,0,0}$ $y_{1,0,0}$ $y_{0,1,0}$ &c; mais il sera difficile de parvenir par ce moyen à des formules assez simples, telles que celles que nous avons trouvées pour le cas de trois variables seulement (N°. 13).

46. On peut aussi appliquer aux équations qui font l'objet de cet Article la méthode générale de l'Article précédent, & en tirer des conclusions semblables.

En effet, il est d'abord évident que si $\alpha^l\beta^m\gamma^n$ est un des termes de la plus haute dimension de l'équation en α, β, γ résultante de la substitution de $\alpha^x\beta^t\gamma^u$ à la place de $y_{x,t,u}$ dans l'équation différentielle proposée, il est évident, dis-je, qu'en substituant successivement, autant qu'il est possible, la valeur de ce terme dans la quantité $\alpha^x\beta^t\gamma^u$, on pourra la réduire à une suite finie de puissances de α, β, γ, parmi lesquelles il ne se trouvera jamais le produit $\alpha^l\beta^m\gamma^n$. Ensuite on pourra prouver par les principes du N°. 32 qu'il n'y aura qu'à mettre dans cette expression de $\alpha^x\beta^t\gamma^u$ à la place d'un produit quelconque tel que $\alpha^r\beta^s\gamma^q$ une fonction quelconque des trois nombres r, s, q qu'on pourra désigner par f.(r,s,q), pour avoir sur le champ l'expression générale & complette de $y_{x,t,u}$. Enfin on démontrera comme dans le N°. 33, que ces fonctions seront respectivement égales aux premiers termes de la suite recurrente proposée, en sorte qu'on aura en géné-

ral $f.(r, s, q) = y_{r,s,q}$; il faudra donc supposer donnés tous les termes de la forme $y_{r,s,q}$ dans lesquels on n'aura pas à la fois $r =$ ou $> l$, $s =$ ou $> m$, $q =$ ou $> n$; & alors on aura par le moyen de ces termes l'expression générale de $y_{x,t,u}$.

47. Par exemple dans le cas du N°. 42, l'équation en α, β, γ, contenant dans le rang de la plus haute dimension le terme $D\alpha\beta\gamma$, on pourra réduire la quantité $\alpha^x \beta^t \gamma^u$ à une suite finie de la forme

$$\begin{array}{llllll}
P + Q\alpha & + R\alpha^2 & + S\alpha^3 & + T\alpha^4 & \&c. \\
\quad + Q'\beta & + R'\alpha\beta & + S'\alpha^2\beta & + T'\alpha^3\beta & \\
\quad + Q''\gamma & + R''\alpha\gamma & + S''\alpha^2\gamma & + T''\alpha^3\gamma & \\
 & + R'''\beta^2 & + S'''\alpha\beta^2 & \&c. & \\
 & + R^{IV}\beta\gamma & + S^{IV}\alpha\gamma^2 & & \\
 & + R^{V}\gamma^2 & + S^{V}\beta^3 & & \\
 & & + S^{VI}\beta^2\gamma & & \\
 & & + S^{VII}\beta\gamma^2 & & \\
 & & + S^{VIII}\gamma^3 & &
\end{array}$$

dans laquelle se trouvent toutes les puissances de α, β, γ, soit seules soit combinées entr'elles deux à deux, mais jamais les trois quantités α, β, γ ensemble. Et comme le terme $D\alpha\beta\gamma$ est le seul de la plus haute dimension dans l'équation dont il s'agit, il s'ensuit qu'on ne pourra trouver que cette seule expression finie de $\alpha^x \beta^t \gamma^u$. Par conséquent on ne pourra avoir qu'une seule expression complette de $y_{x,t,u}$, laquelle résultera de la substitution de $f.(r,s,q)$ ou bien de $y_{r,s,q}$ à la place de $\alpha^r \beta^s \gamma^q$ dans la formule précédente.

Dans ce cas donc il faudra supposer connus tous les termes tels que $y_{r,s,q}$, l'un des trois nombres r, s, q étant nul; c'est à dire tous les termes $y_{r,s,0}$, $y_{r,0,q}$, $y_{0,s,q}$ lesquels forment les trois faces du parallélipipede de la Table à triple entrée dont on a parlé dans le N°. 41.

A l'égard des coëfficiens P, Q, Q', Q'', R, &c. on pourra employer des méthodes analogues à celles qu'on a proposées dans l'Article troisieme; mais comme dans le cas de l'équation (M) on peut représenter les trois quantités α, β, γ par des fonctions finies & rationelles de deux autres indéterminées, ainsi qu'on l'a trouvé dans le N°. 44, il sera plus simple de substituer ces valeurs de α, β, γ en η & ω, dans l'expression $\alpha^x \beta^t \gamma^u$, & ensuite dans la série $P + Q\alpha + Q'\beta$ &c. & de déterminer ensuite par la comparaison des termes homologues les valeurs des coëfficiens P, Q, Q' &c.

48. Je ne pousserai pas plus loin ces recherches sur l'intégration des équations linéaires aux différences partielles & finies dont les coëfficiens sont constants; il est aisé de voir par quels moyens on pourra appliquer aux équations de tous les ordres les méthodes que nous venons d'exposer; je vais montrer maintenant l'usage de ces méthodes dans un petit nombre de problemes choisis concernant la théorie des probabilités, ce qui servira non seulement à jeter un plus grand jour sur ces méthodes, mais encore à donner à l'analogie des hasards un nouveau degré de perfection.

ARTICLE CINQUIEME.

Application des méthodes précédentes à la solution de différens problèmes de l'analyse des hasards.

PROBLEME I.

49. *Un joueur parie d'amener un évenement donné,* b *fois au moins, en un nombre* a *de coups, la probabilité de l'amener à chaque coup étant* p; *on demande le sort de ce joueur.*

Désignons par $y_{x,t}$ son sort lorsqu'il n'a plus que x coups à jouer, & qu'il a encore à amener l'évenement en question t fois; il est clair que le sort cherché sera $y_{a,b}$. Or en supposant qu'on joue un coup, il est facile de former par les principes connus de l'analyse des hasards l'équation suivante

$$y_{x,t} = p y_{x-1,t-1} + (1-p) y_{x-1,t};$$

qui

qui est, comme l'on voit, linéaire du second ordre aux différences finies & partielles entre trois variables.

De plus on voit par les conditions du probleme que le joueur gagne lorsque $t = 0$, x étant quelconque; & qu'il perd lorsque x étant égal à zéro, t est plus grand que zéro; ainsi on aura $y_{x,0} = 1$, x étant quelconque & $y_{0,t} = 0$, t étant > 0; de sorte que dans ce cas les termes donnés de la Table (N°. 6) seront ceux qui forment le premier rang horisontal & le premier vertical.

Telles sont donc les conditions du probleme; pour le résoudre il ne s'agit plus que d'intégrer convenablement l'équation différentielle trouvée d'après les méthodes exposées dans l'Article second.

Pour cela je mets cette équation sous la forme suivante, en augmentant d'une unité les nombres x & t,

$$p y_{x,t} + (1 - p) y_{x,t+1} - y_{x+1,t+1} = 0,$$

& je remarque qu'elle est comprise dans la formule (F) du N°. 7 en faisant $A = p$, $B = 0$, $B' = 1 - p$, $C' = -1$. Employant donc la solution du même N°. on aura $\beta = -\frac{p}{1-p-\alpha} = \frac{p}{\alpha} \times \frac{1}{1 - \frac{1-p}{\alpha}}$;

donc $\beta^t = p^t\left(\alpha^{-t} + t(1-p)\alpha^{-t-1} + \frac{t(t+1)}{2}(1-p)^2\alpha^{-t-2} + \&c.\right)$;

d'où l'on tire (N°. 8) l'expression générale

$$y_{x,t} = p^t\Big(y_{x-t,0} + t(1-p)y_{x-t-1,0} + \frac{t(t+1)}{2}(1-p)^2 y_{x-t-2,0} + \&c.\Big).$$

Cette expression va à l'infini; mais comme il faut, par les conditions du probleme, que l'on ait $y_{0,t} = 0$ lorsque t est > 0, il est visible qu'il faudra que l'on ait séparément $y_{-t,0} = 0$, $y_{-t-1,0} = 0$, $y_{-t-2,0} = 0$ &c. quel que soit t, pourvu qu'il soit > 0; d'où il s'ensuit que les quantités $y_{s,0}$ devront être toujours nulles lorsque s sera un nombre négatif, ce qui est le cas du N°. 9. où l'on a vu que la série devient finie.

Ensuite les conditions du probleme donnent aussi $y_{x,0} = 1$, quel que soit x; donc substituant ces valeurs dans l'expression précédente, on aura

$$y_{x,t} = p^t \left(1 + t(1-p) + \frac{t(t+1)}{2}(1-p)^2 + \&c.\right)$$

où il ne faudra prendre qu'autant de termes qu'il y a d'unités dans $x - t + 1$.

Donc enfin changeant x en a & t en b, on aura pour le sort cherché

$$y_{a,b} = p^b \left(1 + b(1-p) + \frac{b(b+1)}{2}(1-p)^2 + \&c. + \frac{b(b+1) \; - \; - \; - \; (a-1)}{1.\; 2 \; - \; - \; - \; - \; (a-b)}(1-p)^{a-b}\right).$$

Ce probleme est résolu dans la Science des hasards de Moivre (p. 13 édit. de 1756) par induction, & nos solutions s'accordent parfaitement.

COROLLAIRE.

50. Si la question étoit *d'amener l'évenement donné* b *fois ni plus ni moins, en* a *coups;* conservant les mêmes dénominations que ci-dessus, on trouveroit d'abord la même équation différentielle & par conséquent la même expression générale de $y_{x,t}$; ensuite on prouveroit aussi que $y_{0,t}$ doit être zéro tant que $t > 0$; ce qui rendra nulles toutes les quantités $y_{s,0}$ où s sera négatif; mais à l'égard de $y_{x,0}$ il faudra considérer que cette quantité exprime le sort du joueur lorsqu'il doit encore jouer x coups, & qu'il ne doit plus amener l'évenement donné; or comme la probabilité de ne pas amener cet évenement à chaque coup est $1 - p$, celle de ne pas l'amener dans x coups successifs sera $(1-p)^x$; ainsi on aura $y_{x,0} = (1-p)^x$, & en général $y_{s,0} = (1-p)^s$, s étant un nombre positif quelconque ou zéro. Par ces substitutions l'expression de $y_{x,t}$ deviendra

$$y_{x,t} = p^t(1-p)^{x-t}\left(1 + t + \frac{t(t+1)}{2} + \&c. + \frac{t(t+1) \; - \; - \; - \; (x-1)}{1.\; 2 \; - \; - \; - \; - \; (x-t)}\right)$$

ce qui peut se réduire à cette forme plus simple

$$y_{x,t} = p^t(1-p)^{x-t} \times \frac{(t+1)(t+2) \; - \; - \; - \; - \; - \; x}{1.\; 2 \; - \; - \; - \; - \; (x-t+1)}.$$

Donc changeant x en a, t en b, on aura pour le fort cherché

$$y_{a,b} = \frac{(b+1)(b+2) \cdots a}{1.\ 2 \cdots (a-b+1)} p^b (1-p)^{a-b}.$$

On auroit pu au reste déduire immédiatement la solution de ce dernier probleme de celle du N°. préc.; car il est facile de comprendre que si de la probabilité d'amener un évenement donné b fois au moins en a coups, on ôte celle de l'amener $b+1$ fois au moins en un pareil nombre de coups, il doit rester la probabilité d'amener le même évenement b fois seulement en a coups; d'où il s'ensuit que si on désigne par $Y_{a,b}$ la valeur de $y_{a,b}$ du N°. 49, on aura pour le cas du Corollaire présent $y_{a,b} = Y_{a,b+1} - Y_{a,b}$. C'est de cette maniere que le probleme dont il s'agit est résolu dans l'ouvrage cité de Moivre p. 15; mais celle que nous venons d'en donner est non seulement plus simple, mais elle a de plus l'avantage d'être déduite de principes directs.

PROBLEME II.

51. *On suppose qu'à chaque coup il puisse arriver deux évenemens dont les probabilités respectives soient* p *&* q; *& on demande le sort d'un joueur qui parieroit d'amener le premier de ces évenemens* b *fois au moins & le second* c *fois au moins, en un nombre* a *de coups.*

Soit en général $y_{x,t,u}$ le sort du joueur lorsqu'il a encore x coups à jouer, & qu'il doit encore amener les deux évenemens, l'un t fois & l'autre u fois; il est clair que le sort cherché sera $y_{a,b,c}$.

Maintenant si on suppose que l'on joue un coup, & qu'on considere les différens cas qui peuvent arriver, on formera aisément, d'après les principes connus de la théorie des hasards, l'équation

$$y_{x,t,u} = p y_{x-1,t-1,u} + q y_{x-1,t,u-1} + (1-p-q) y_{x-1,t,u};$$

laquelle est, comme l'on voit, aux différences finies & partielles entre quatre variables.

Or il est visible 1°. que le joueur perd lorsque x étant nul, t & u ont encore une valeur positive quelconque; d'où il s'ensuit que l'on doit

avoir en général $y_{0,t,u} = 0$ lorsque t ou $u > 0$. 2°. Que si on fait $u = 0$, on a le cas du probleme précédent, de sorte que la valeur de $y_{x,t,0}$ doit être la même que celle de $y_{x,t}$ du N°. 49 ci-dessus; 3°. Que si on fait $t = 0$, on aura aussi le cas du même probleme en changeant seulement p en q & t en u; par conséquent la valeur de $y_{x,0,u}$ sera aussi la même que celle de $y_{x,t}$ du N°. 49, mais en y changeant t en u, p en q.

Cela posé, je mets l'équation différentielle sous la forme suivante

$$p y_{x,t,u+1} + q y_{x,t+1,u} + (1 - p - q) y_{x,t+1,u+1} - y_{x+1,t+1,u+1} = 0$$

& la comparant à la formule (L) du N°. 41 j'aurai, en faisant pour abréger $n = 1 - p - q$, $\gamma = \frac{q}{\alpha} \times \frac{1}{1 - \frac{n}{\alpha} - \frac{p}{\alpha\beta}}$; d'où

$$\gamma^u = \frac{q^u}{\alpha^u}\left(1 + \frac{u}{\alpha}\left(n + \frac{p}{\beta}\right) + \frac{u(u+1)}{2\alpha^2}\left(n^2 + \frac{2np}{\beta} + \frac{p^2}{\beta^2}\right) + \frac{u(u+1)(u+2)}{2.3\alpha^3}\left(n^3 + \frac{3n^2p}{\beta} + \frac{3np^2}{\beta^2} + \frac{p^3}{\beta^3}\right) + \&c.\right)$$

& de là j'aurai sur le champ par la formule du N°. 43 cette expression générale

$$\begin{aligned} y_{x,t,u} = q^u\big(&y_{x-u,t,0} + u(n y_{x-u-1,t,0} + p y_{x-u-1,t-1,0}) \\ &+ \frac{u(u+1)}{2}(n^2 y_{x-u-2,t,0} + 2np y_{x-u-2,t-1,0} + p^2 y_{x-u-2,t-2,0}) \\ &+ \frac{u(u+1)(u+2)}{2.3}(n^3 y_{x-u-3,t,0} + 3n^2p y_{x-u-3,t-1,0} + 3np^2 y_{x-u-3,t-2,0} \\ &+ p^3 y_{x-u-3,t-3,0}) + \&c.\big) \end{aligned}$$

Cette formule va à l'infini, mais comme il faut que lorsque $x = 0$ on ait $y_{0,t,u} = 0$, quels que soient t & u, pourvu qu'ils ne soient pas nuls à la fois, il est facile de voir que tous les termes de la forme $y_{r,s,0}$ dans lesquels r sera négatif, devront nécessairement être nuls; de sorte que la formule deviendra finie, & qu'elle ne devra être poussée que jusqu'aux termes, inclusivement, qui seront affectés du coëfficient $\frac{u(u+1)(u+2)\cdots(x-1)}{1.\ 2.\ 3\cdots(x-u)}$.

Ainsi donc on n'aura plus que des termes de la forme $y_{r,s,0}$ où r sera toujours positif, mais où s pourra devenir négatif. Pour connoître les valeurs de $y_{r,s,0}$ lorsque s est négatif, je fais dans la formule générale ci-dessus $t = 0$, auquel cas la valeur de $y_{x,0,u}$ doit être égale à celle de $y_{x,t}$ du N°. 49 en changeant t en u & p en q; & comme cette égalité doit avoir lieu quels que soient x & u, j'en déduis aisément par la comparaison des termes affectés des mêmes coëfficiens u, $\frac{u(u+1)}{2}$ &c. ces égalités

$$y_{x-u,0,0} = 1,$$

$$n y_{x-u-1,0,0} + p y_{x-u-1,-1,0} = 1 - q,$$

$$n^2 y_{x-u-2,0,0} + 2np y_{x-u-2,-1,0} + p^2 y_{x-u-2,-2,0} = (1-q)^2$$

& ainsi de suite; d'où l'on tire successivement, à cause de $n = 1 - p - q$,

$$y_{x-u,0,0} = 1, \quad y_{x-u-1,-1,0} = 1, \quad y_{x-u-2,-2,0} = 1 \quad \&c.$$

de sorte qu'on aura en général $y_{r,s,0} = 1$ lorsque s sera zéro ou négatif, r étant positif ou zéro.

On peut d'ailleurs se convaincre *a priori* que $y_{r,s,0}$ doit être $= 1$ lorsque s est négatif; car, en supposant s positif, cette quantité exprime le sort du joueur, lorsqu'il lui reste encore r coups à jouer, & qu'il doit encore amener l'un des évenemens s fois; or si s devient négatif, il est visible que l'on aura le sort du joueur lorsqu'il a déja amené l'évenement dont il s'agit s fois de plus qu'il n'avoit besoin; auquel cas par les conditions du jeu il est censé avoir déja gagné; par conséquent son sort doit alors être toujours égal à l'unité.

Donc en général pour avoir la valeur de tous les termes $y_{r,s,0}$ qui peuvent entrer dans l'expression ci-dessus de $y_{x,t,u}$, on remarquera 1°. que ces termes sont tous nuls pour toutes les valeurs négatives de r; 2°. que ces termes sont tous égaux à l'unité pour toutes les valeurs négatives, ou nulles de s, r étant zéro ou positif; 3°. que r & s étant positifs ou zéro, on aura par le probleme précédent

$$y_{r,s} = p^s\Big(1 + s(1-p) + \frac{s(s+1)}{2}(1-p)^2 + \&c.$$
$$+ \frac{s(s+1) \ldots \ldots (r-1)}{1.\,2 \ldots \ldots (r-s)}(1-p)^{r-s}\Big).$$

Ainsi le probleme est résolu.

On voit par là comment il faudroit s'y prendre si le nombre des évenemens étoit quelconque; il n'y aura de difficulté que dans la longueur du calcul.

PROBLEME III.

52. *Les mêmes choses étant supposées que dans le Probleme II, on demande le sort d'un joueur qui parieroit d'amener, dans un nombre de coups indéterminé, le second des deux évenemens* b *fois avant que le premier fût arrivé* a *fois.*

Je désigne par $y_{x,t}$ le sort du joueur lorsqu'il doit encore amener le second évenement t fois avant que le premier arrive x fois; il est clair que $y_{a,b}$ sera le sort cherché.

Imaginons maintenant qu'on joue un coup, & comme la probabilité du premier évenement est p & celle du second est q à chaque coup par l'hypothese, on formera aisément l'équation

$$y_{x,t} = p y_{x-1,t} + q y_{x,t-1}$$

& l'on remarquera que le joueur gagne lorsque $t = 0$, & x positif quelconque, & qu'il perd lorsque $x = 0$, & t positif quelconque; de sorte que l'on aura $y_{x,0} = 1$, x étant > 0, & $y_{0,t} = 0$, t étant > 0.

Cela posé, si on met l'équation différentielle sous la forme

$$p y_{x,t+1} + q y_{x+1,t} - y_{x+1,t+1} = 0,$$

& qu'on la compare à la formule (F) du N°. 7, on aura $\beta = -\frac{q\alpha}{p-\alpha} = \frac{q}{1-\frac{p}{\alpha}}$; donc

$$\beta^t = q^t\Big(1 + t\frac{p}{\alpha} + \frac{t(t+1)}{2}\cdot\frac{p^2}{\alpha^2} + \frac{t(t+1)(t+2)}{2.\,3}\cdot\frac{p^3}{\alpha^3} + \&c.\Big)$$

& par conséquent N°. 8,

$$y_{x,t} = q^t\left(y_{x,0} + tp\,y_{x-1,0} + \frac{t(t+1)}{2}p^2 y_{x-2,0} + \&c.\right).$$

Or puisque $y_{0,t} = 0$, il faudra que l'on ait $y_{0,0} = 0$, $y_{0,-1} = 0$, $y_{0,-2} = 0$ &c. de sorte qu'on aura le cas du N°. 9, où la série devient finie, & comme d'ailleurs on doit aussi avoir $y_{x,0} = 1$, il en résultera cette expression

$$y_{x,t} = q^t\left(1 + tp + \frac{t(t+1)}{2}p^2 + \frac{t(t+1)(t+2)}{2.3}p^3 + \&c.\right.$$
$$\left. + \frac{t(t+1)(t+2) \cdots (t-x-2)}{1.\ 2.\ 3 \cdots (x-1)}p^{x-1}\right)$$

où il n'y aura plus qu'à changer x en a & t en b.

Autre solution du Probleme III.

53. On peut aussi trouver une autre solution du probleme précédent par le moyen des formules du N°. 13, lesquelles donnent dans tous les cas une expression finie de $y_{x,t}$.

En appliquant ces formules au cas présent on aura $m = 1$, $n = p$; de sorte que les quantités Y, Y', Y'' &c. seront $y_{0,0}$, $\frac{1}{p}y_{1,0}$, $\frac{1}{p^2}y_{2,0}$ &c. & à cause que les conditions du probleme demandent que $y_{0,0} = 0$, $y_{1,0} = 1$, $y_{2,0} = 1$ &c. cette série deviendra 0, $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{p^2}$ &c; d'où en prenant les différences successives on aura $Y = 0$, $\Delta.Y = \frac{1}{p}$, $\Delta^2.Y = \frac{1}{p^2} - \frac{2}{p}$, $\Delta^3.Y = \frac{1}{p^3} - \frac{3}{p^2} + \frac{3}{p}$ &c; donc $f.0 = 0$, $f.1 = 1$, $f.2 = 1 - 2p$, $f.3 = 1 - 3p + 3p^2$, $f.4 = 1 - 4p + 6p^2 - 4p^3$ &c; d'où il est facile de conclure qu'on aura en général $f.x = (1-p)^x - (-p)^x$, tant que x est 0 ou > 0.

Ensuite comme les conditions du probleme exigent aussi que $y_{0,0} = 0$, $y_{0,1} = 0$, $y_{0,2} = 0$ &c. il s'ensuit que les quantités Y, $'Y$, $''Y$ &c. seront toutes nulles; par conséquent leurs différences $\delta.Y$, $\delta^2.Y$ &c. se-

ront nulles, ce qui donnera $f.0 = 0$, $f. -1 = 0$, $f. -2 = 0$ &c. & $f. -x = 0$.

Enfin, comme $A = 0$, & que ce que nous avons nommé p dans l'endroit cité est $= -\frac{B}{C'} = q$, on aura $V = q^t$, $V' = (x+t)q^t p$, $V'' = \frac{(x+t)(x+t-1)}{2} q^t p^2$ &c. Donc substituant ces valeurs dans la formule $y_{x,t} = V f.x + V' f.(x-1) + V'' f.(x-2) +$ &c. on aura

$$y_{x,t} = q^t\big((1-p)^x - (-p)^x + (x+t)((1-p)^{x-1} - (-p)^{x-1})p$$
$$+ \frac{(x+t)(x+t-1)}{2}((1-p)^{x-2} - (-p)^{x-2})p^2 + \&c.$$
$$+ \frac{(x+t)(x+t-1) \;\text{- - -}\; (t+2)}{1.\;\;2 \;\text{- - - - -}\; (x-1)} p^{x-1}\big).$$

On peut encore simplifier cette expression en remarquant que $(1-p)^x - (-p)^x = (1-p)^{x-1} - (1-p)^{x-2}p + (1-p)^{x-3}p^2$ — &c. $\pm p^{x-1}$, $(1-p)^{x-1} - (-p)^{x-1} = (1-p)^{x-2}$ — $(1-p)^{x-3}p +$ &c. $\mp p^{x-2}$, & ainsi de suite; de sorte qu'en substituant ces valeurs & ordonnant par rapport aux puissances de $1-p$, on aura

$$y_{x,t} = q^t\Big((1-p)^{x-1} + (x+t-1)(1-p)^{x-2}p$$
$$+ \Big(\frac{(x+t)(x+t-1)}{2} - \frac{x+t}{1} - 1\Big)(1-p)^{x-3}p^2 + \&c. + \text{- - -}\, p^{x-1}\Big)$$

ou bien en réduisant

$$y_{x,t} = q^t\Big((1-p)^{x-1} + (x+t-1)(1-p)^{x-2}p$$
$$+ \frac{(x+t-1)(x+t-2)}{2}(1-p)^{x-3}p^2 + \&c.$$
$$+ \frac{(x+t-1)(x+t-2) \;\text{- - -}\; (t+1)}{1.\;\;2 \;\text{- - - - - -}\; (x-1)} p^{x-1}\Big).$$

Cette expression de $y_{x,t}$, quoique sous une forme différente de celle que nous avons trouvée dans le N°. préc., revient cependant dans le fond à celle-là, comme on peut s'en convaincre aisément en développant les puissances

ſances de $1-p$, & ordonnant enſuite les termes ſuivant celles de p; ce qui peut ſervir de confirmation de l'exactitude de nos méthodes.

Au reſte, on voit que dans le probleme dont il s'agit la méthode de la premiere ſolution eſt préférable à celle dont nous venons de faire uſage, non ſeulement parce que le procédé en eſt plus aiſé, mais ſurtout parce que le réſultat en eſt beaucoup plus ſimple.

PROBLEME IV.

54. *On ſuppoſe qu'à chaque coup il puiſſe arriver trois évenemens différens, que je déſignerai pour plus de clarté par* P, Q, R, *& que les probabilités de ces évenemens ſoient reſpectivement égales à* p, q, r; *on demande le ſort d'un joueur qui parieroit d'amener l'évenement* R c *fois avant que l'évenement* Q *arrive* b *fois, & que l'évenement* P *arrive* a *fois.*

Soit $y_{x,t,u}$ le ſort du joueur lorſqu'il a encore à amener l'évenement R u fois avant que l'évenement Q arrive t fois & que l'évenement P arrive x fois; on aura $y_{a,b,c}$ pour le ſort cherché. Or, en ſuppoſant qu'on joue un coup, on parviendra à l'équation

$$y_{x,t,u} = py_{x-1,t,u} + qy_{x,t-1,u} + ry_{x,t,u-1} = 0;$$

& comme le joueur eſt cenſé avoir gagné lorſque $u = 0$ & x, t plus grands que zéro; qu'au contraire il eſt cenſé avoir perdu lorſque $t = 0$, & x, u plus grands que zéro, & lorſque $x = 0$ & t, u plus grands que zéro, il s'enſuit qu'on aura $y_{x,t,0} = 1$, $y_{x,0,u} = 0$, $y_{0,t,u} = 0$, x, t, u étant des nombres quelconques entiers poſitifs.

L'équation différentielle ci-deſſus étant miſe ſous la forme

$$py_{x,t+1,u+1} + qy_{x+1,t,u+1} + ry_{x+1,t+1,u} - y_{x+1,t+1,u+1} = 0,$$

ſe trouve compriſe dans la formule (L) du N°. 42, & l'on aura $\gamma = -\frac{r\alpha\beta}{q\alpha + p\beta - \alpha\beta} = \frac{r}{1 - \frac{p}{\alpha} - \frac{q}{\beta}}$; d'où

$$y^u = r^u\left(1 + u\left(\frac{p}{\alpha} + \frac{q}{\beta}\right) + \frac{u(u+1)}{2}\left(\frac{p^2}{\alpha^2} + \frac{2pq}{\alpha\beta} + \frac{q^2}{\beta^2}\right) + \frac{u(u+1)(u+2)}{2.\ 3}\left(\frac{p^3}{\alpha^3} + \frac{3p^2q}{\alpha^2\beta} + \frac{3pq^2}{\alpha\beta^2} + \frac{q^3}{\beta^3}\right) + \&c.\right).$$

Et de là on pourra tirer immédiatement la valeur de $y_{x,t,u}$ en changeant dans l'expression de y^u chaque produit tel que $\frac{1}{\alpha^{\varrho}\beta^{\sigma}}$ en $y_{x-\varrho,t-\sigma,0}$, ainsi qu'on le voit par la comparaison des formules générales des N°. 42 & 43. Ainsi on aura

$$y_{x,t,u} = r^u\Big(y_{x,t,0} + u(py_{x-1,t,0} + qy_{x,t-1,0}) + \frac{u(u+1)}{2}(p^2y_{x-2,t,0} + 2pqy_{x-1,t-1,0} + q^2y_{x,t-2,0}) + \frac{u(u+1)(u+2)}{2.\ 3}(p^3y_{x-3,t,0} + 3p^2qy_{x-2,t-1,0} + 3pq^2y_{x-1,t-2,0} + q^3y_{x,t-3,0}) + \&c.\Big).$$

Or par les conditions du probleme il faut que $y_{x,t,u}$ devienne égal à zéro lorsque $x = 0$, ou $t = 0$ quel que soit u; & il est visible par l'expression précédente que cette condition emporte celle que chaque quantité telle que $y_{x,t,0}$ soit nulle lorsque $x = 0$ ou négatif, ou lorsque $t = 0$ ou négatif. De plus il faut aussi par les conditions du probleme que $y_{x,t,0}$ soit $= 1$ lorsque x, & t sont plus grands que zéro. D'où il s'ensuit que l'expression générale de $y_{x,t,u}$ deviendra finie, & sera représentée de la maniere suivante

$$y_{x,t,u} = r^u\left(1 + u(p+q) + \frac{u(u+1)}{2}(p^2 + 2pq + q^2) + \frac{u(u+1)(u+2)}{2.\ 3}(p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3) + \&c.\right),$$

en ne continuant cette série que tant que les puissances de p seront moindres que x, & celles de q moindres que t.

De forte que si on désigne, pour plus de simplicité, les coëfficiens u, $\frac{u(u+1)}{2}$, $\frac{u(u+1)(u+2)}{2.3}$ &c. par u', u'', u''' &c. on pourra donner à l'expression dont il s'agit cette forme

$$y_{x,t,u} = r^u \left\{ \begin{array}{l} 1 + u'p + u''p^2 + \&c. + u^{(x-1)}p^{x-1} \\ + u'q + 2u''pq + 3u'''p^2q + \&c. + xu^{(x)}p^{x-1}q \\ + u''q^2 + 3u'''pq^2 + 6u^{IV}p^2q^2 + \&c. + \frac{x(x+1)}{2}u^{(x+1)}p^{x-1}q^2 \\ \&c. \quad \&c. \quad \&c. \quad \&c. \quad \&c. \\ + u^{(t-1)}q^{t-1} + tu^{(t)}pq^{t-1} + \frac{t(t+1)}{2}u^{(t+1)}p^2q^{t-1} + \&c. \\ \qquad + \ldots u^{(x+t-2)}p^{x-1}q^{t-1} \end{array} \right.$$

où le coëfficient du dernier terme $u^{(x+t-2)}p^{x-1}q^{x-1}$ sera également $\frac{x(x+1)(x+2) \; - \; - \; - \; (x+t-2)}{2.\;3 \; - \; - \; - \; - \; - \; (t-1)}$ ou $\frac{t(t+1)(t+2) \; - \; - \; - \; (t+x-2)}{2.\;3 \; - \; - \; - \; - \; - \; (x-1)}$, ces deux quantités étant égales entr'elles, comme on peut s'en convaincre en multipliant l'une par la dénomination de l'autre & *vice versa.*

COROLLAIRE I.

55. *Si on supposoit qu'à chaque coup il pût arriver quatre évenemens différens* P, Q, R, S *dont les probabilités respectives fussent* p, q, r, s, *& qu'on cherchât le sort d'un joueur qui parieroit d'amener l'évenement* S z *fois avant que les évenemens* R, Q, P *pussent arriver respectivement* u, t, x *fois;* le probleme seroit toujours résoluble par la même méthode & on trouveroit pour le sort cherché l'expression

$$s^z\left(1 + z(p+q+r) + \frac{z(z+1)}{2}(p+q+r)^2 + \frac{z(z+1)(z+2)}{2.3}(p+q+r)^3 + \&c.\right)$$

dans laquelle, après avoir développé les puissances de $p+q+r$, il ne faudra retenir que les termes où p sera élevé à une puissance moindre que x, q à une puissance moindre que t, & r à une puissance moindre que u; de sorte que tous les termes qui doivent entrer dans l'expression dont il s'agit

formeront un parallélipipede rectangle, dont les trois côtés qui partent du même angle où il y a le terme s^z seront formés par ces trois séries

$$s^z\left(1+zp+\frac{z(z+1)}{2}p^2+\&c.+\frac{z(z+1)\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;(z+x-2)}{1.\;2\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;(x-1)}p^{x-1}\right),$$

$$s^z\left(1+zq+\frac{z(z+1)}{2}q^2+\&c.+\frac{z(z+1)\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;(z+t-2)}{1.\;2\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;(t-1)}q^{t-1}\right),$$

$$s^z\left(1+zr+\frac{z(z+1)}{2}r^2+\&c.+\frac{z(z+1)\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;(z+u-2)}{1.\;2\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;(u-1)}r^{u-1}\right),$$

& le nombre de tous les termes sera égal à $(x-1)(t-1)(u-1)$.

COROLLAIRE 2.

56. En général si les évenemens qui peuvent arriver à chaque coup sont A, B, C, D &c. & leurs probabilités respectives a, b, c, d &c, & qu'on demande le sort d'un joueur qui parieroit d'amener l'évenement A α fois avant que B arrive β fois, C, γ fois, D, δ fois &c., on trouvera cette expression

$$a^\alpha\left(1+\alpha(b+c+d+\&c.)+\frac{\alpha(\alpha+1)}{2}(b+c+d+\&c.)^2\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)}{2.\;3}(b+c+d+\&c.)^3+\&c.\right)$$

dans laquelle, après avoir développé les puissances de $b+c+d+$ &c. il ne faudra retenir que les termes où les puissances de b seront moindres que β, celles de c moindres que γ, celles de d moindres que δ &c; de sorte que le nombre de tous les termes qui devront entrer dans cette expression sera $(\beta-1)(\gamma-1)(\delta-1)\ldots\ldots$; & il est facile de prouver par le théoreme connu sur la forme des coëfficiens des puissances des multinomes, que chacun de ces termes sera de la forme suivante

$$\frac{\alpha(\alpha+1)\;.\;.\;.\;(\alpha+l+m+n+\&c.-1)}{1.\;2\;.\;.\;.\;.\;.\;(l+m+n+\&c.)}\times\frac{(l+1)(l+2)\;.\;.\;.\;(l+m+n+\&c.)}{1.2.3\ldots m\times 1.2.3\ldots n\times 1\ldots}a^\alpha b^l c^m d^n\ldots$$

en donnant successivement à l, m, n &c. toutes les valeurs entieres depuis zéro jusqu'à $\beta-1$, $\gamma-1$, $\delta-1$ &c. respectivement.

REMARQUE.

57. Le Probleme dont nous venons de donner une ſolution très générale & très ſimple renferme d'une maniere générale celui qu'on nomme communément dans l'analyſe des haſards le probleme des partis, & qui n'a encore été réſolu complettement que pour le cas de deux joueurs. (*Voyez l'Analyſe de Monmort Prop. XL & XLI, ſeconde Édit.; la Science des haſards de Moivre Prob. VI, ſeconde Édit.; le Mémoire de M. de la Place imprimé parmi les Mémoires préſentés à l'Académie des Sciences en 1773. Prob. XIV & XV.*)

Si deux joueurs A & B jouant enſemble à pluſieurs parties ont les probabilités reſpectives p & q de gagner chaque partie en particulier, & qu'il manque au joueur A x parties ou points, & au joueur B t parties ou points pour gagner; on aura évidemment le cas du Probleme III (N°. 52), & $y_{x,t}$ ſera le ſort ou l'eſpérance du joueur B; & nos deux ſolutions s'accordent avec celles qu'on trouve dans l'Ouvrage cité de Monmort Art. 191, 190.

S'il y a trois joueurs A, B, C dont les probabilités reſpectives pour gagner chaque partie ſoient p, q, r, & qu'il manque à A x parties, à B t parties, à C r parties; on aura le cas du Probleme IV (N°. 54); & $y_{x,t,u}$ ſera le ſort ou l'eſpérance du joueur C; & ainſi de ſuite.

En général, s'il y a autant de joueurs que l'on veut A, B, C, D &c. dont les probabilités reſpectives de gagner chaque partie ſoient a, b, c, d &c. & qu'il leur manque reſpectivement α, β, γ, δ &c. parties, on aura par le Corollaire 2^d. ci-deſſus l'expreſſion générale du ſort du joueur A, & par conſéquent auſſi celle du ſort de chacun des autres joueurs en changeant entr'elles les quantités a, b, c &c. & α, β, γ &c.

PROBLEME V.

58. *La probabilité d'amener un évenement donné à chaque coup étant* p, *un joueur parie qu'en* a *coups au moins il amenera cet évenement un nombre de fois qui ſurpaſſera de* b *le nombre des fois où il ne l'amenera pas.*

Soit $y_{x,t}$ le ſort du joueur lorſqu'il n'a plus que x coups à jouer, & qu'il doit encore amener l'évenement donné un nombre de fois qui ſurpaſſe

de t le nombre des fois où il n'amenera pas cet évenement; il eſt clair que le ſort cherché ſera $y_{a,b}$.

Si on imagine maintenant qu'on joue un coup, il eſt facile de former l'équation ſuivante

$$y_{x,t} = p y_{x-1,t-1} + (1-p) y_{x-1,t+1};$$

& comme le joueur gagne lorſque $t = 0$ & x quelconque, qu'au contraire il perd lorſque, x étant nul, t eſt encore poſitif, il s'enſuit qu'on aura $y_{x,0} = 1$, x étant quelconque, & $y_{0,t} = 0$, t étant > 0.

Je fais pour plus de ſimplicité $1 - p = q$, & je mets l'équation ci-deſſus ſous la forme ſuivante

$$p y_{x,t} + q y_{x,t+2} - y_{x+1,t+1} = 0$$

qui eſt, comme l'on voit, compriſe dans la formule générale (G) du N°. 15; & il en viendra, d'après la formule (H), cette équation en α & β, $p - \alpha\beta + q\beta^2 = 0$; d'où il faudra tirer la valeur de β & enſuite celle de β^t en α par une ſérie deſcendante. Pour cela il faut employer la méthode que j'ai donnée dans mon Mémoire *ſur la réſolution des équations littérales* imprimé dans le Volume de cette Académie pour l'année 1768. Dans l'Art. 26 de ce Mémoire on trouve deux formules qui donnent les deux valeurs de x^m dans l'équation $a - bx + cx^2 = 0$, & qui peuvent s'appliquer au cas préſent en faiſant $x = \beta$, $m = t$, $a = p$, $b = \alpha$, $c = q$; on aura ainſi

$$\beta^t = \frac{p^t}{\alpha^t} + \frac{tp^{t+1}q}{\alpha^{t+2}} + \frac{t(t+3)}{2} \cdot \frac{p^{t+2}q^2}{\alpha^{t+4}} + \frac{t(t+4)(t+5)}{2.3} \cdot \frac{p^{t+3}q^3}{\alpha^{t+6}} + \&c. \text{ ou}$$

$$\beta^t = \frac{\alpha^t}{q^t} - \frac{tp\alpha^{t-2}}{q^{t-1}} + \frac{t(t-3)}{2} \cdot \frac{p^2\alpha^{t-4}}{q^{t-2}} - \frac{t(t-4)(t-5)}{2.3} \cdot \frac{p^3\alpha^{t-6}}{q^{t-3}} + \&c.$$

Ces deux valeurs de β^t étant comparées aux expreſſions générales de β^t du N°. 15, on aura

1°. $\mu = -1$, $\mu' = 2$, $\mu'' = 4$ &c. $T = p^t$, $T' = tp^{t+1}q$, $T'' = \frac{t(t+3)}{2} p^{t+2} q^2$ &c.

2°. $v = 1$, $v' = 2$, $v'' = 4$ &c. $V = \frac{1}{q^t}$, $V' = -\frac{tq}{q^{t-1}}$,
$V'' = \frac{t(t-3)}{2} \cdot \frac{p^2}{q^{t-2}}$ &c.

Donc on aura Art. cité

$$y_{x,t} = p^t\Big(f.(x-t) + tpq\,f.(x-t-2) + \frac{t(t+3)}{2}p^2q^2f.(x-t-4) + \frac{t(t+4)(t+5)}{2.3}p^3q^3\,f.(x-t-6) + \&c.\Big) + \frac{1}{q^t}\Big(\varphi.(x+t) - tpq\,\varphi.(x+t-2) + \frac{t(t-3)}{2}p^2q^2\varphi.(x+t-4) - \frac{t(t-4)(t-5)}{2.3}p^3q^3\,\varphi.(x+t-6) + \&c.\Big),$$

les caractéristiques f. & φ. dénotant deux fonctions arbitraires, qu'on déterminera de la maniere suivante d'après les conditions données du probleme.

La premiere condition demande que lorsque $x = 0$, on ait $y_{0,t} = 0$; t étant un nombre entier positif quelconque, il est facile de se convaincre qu'on ne peut satisfaire à cette condition qu'en supposant que la fonction désignée par la caractéristique φ. soit toujours zéro, & que celle désignée par la caractéristique f. devienne aussi nulle lorsque le nombre dont elle est fonction devient négatif. De cette maniere l'expression de $y_{x,t}$ deviendra finie & sera de la forme

$$y_{x,t} = p^t\Big(f.(x-t) + tpq\,f.(x-t-2) + \frac{t(t+3)}{2}p^2q^2f.(x-t-4) + \frac{t(t+4)(t+5)}{2.3}p^3q^3\,f.(x-t-6) + \&c.\Big)$$

en prenant seulement autant de termes qu'il y a d'unités dans $\frac{x-t}{2} + 1$, ou dans $\frac{x-t-1}{2} + 1$.

L'autre condition du probleme demande ensuite que lorsque $t = 0$ & x quelconque, on ait $y_{x,0} = 1$; mais dans ce cas on aura par la formule précédente $y_{x,0} = f.x$; donc $f.x$ doit toujours être $= 1$, tant

que x n'est pas négatif. Donc les valeurs de $f.(x-t)$, $f.(x-t-2)$ &c. dans l'expression ci-dessus seront toutes $=1$. Ainsi on aura

$$y_{x,t} = p^t\left(1 + tpq + \frac{t(t+3)}{2}p^2q^2 + \frac{t(t+4)(t+5)}{2.3}p^3q^3 + \&c.\right)$$

en ne prenant qu'autant de termes qu'il y aura d'unités dans $\frac{x-t}{2}+1$, ou dans $\frac{x-t-1}{2}+1$.

Si on vouloit que t fût négatif, alors en changeant t en $-t$, dans l'expression générale de $y_{x,t}$, on ne feroit qu'y changer p en q & f. en ϕ & *vice versa*, & faisant le même raisonnement qu'auparavant on trouveroit

$$y_{x,-t} = q^t\left(1 + tpq + \frac{t(t+3)}{2}p^2q^2 + \&c.\right).$$

C'est ce qui est d'ailleurs évident de soi-même; car le cas de t négatif est le même que si t restant positif on échangeoit entr'eux les évenemens P & Q, ce qui ne produit d'autre différence dans la solution que de substituer q à la place de p & *vice versa*.

Ce Probleme répond au Probleme LXV de Moivre, & la solution précédente s'accorde avec la seconde solution de cet Auteur (p. 210 3me Édit.)

Autre solution du Probleme V.

59. Dans la solution précédente nous avons dû résoudre une équation du 2^d degré pour avoir la valeur de β en α par l'équation $p - \alpha\beta + q\beta^2 = 0$; mais si au lieu de déterminer β en α on vouloit au contraire déterminer α en β, on n'auroit alors qu'une équation linéaire à résoudre, & cette valeur de α en β auroit l'avantage d'être finie & de donner directement une expression de $y_{x,t}$ en termes finis.

En effet, on aura $\alpha = \frac{p}{\beta} + q\beta$; j'éleve ce binome à la puissance x, & je réunis, pour plus de simplicité, les termes extremes & ceux qui sont également éloignés des extremes; j'aurai ainsi

$\alpha^x =$

$$\alpha^x = p^x\beta^{-x} + q^x\beta^x + xpq(p^{x-2}\beta^{2-x} + q^{x-2}\beta^{x-2}) + \frac{x(x-1)}{2}p^2q^2(p^{x-4}\beta^{4-x} + q^{x-4}\beta^{x-4}) + \&c.$$

formule qu'il ne faudra pouſſer que juſqu'aux termes qui auront pour coëfficient $\frac{x(x-1)(x-2)\ldots\left(\frac{x+1}{2}\right)}{1.\ 2.\ 3\ \ldots}$ ſi x eſt impair, ou bien $\frac{x(x-1)(x-2)\ldots\left(\frac{x}{2}+1\right)}{1.\ 2.\ 3\ \ldots}$ ſi x eſt pair, en ayant ſoin dans ce dernier cas de ne prendre que la moitié de ce coëfficient.

Multipliant cette valeur de α^x par β^t j'aurai cette expreſſion de $\alpha^x\beta^t$:

$$\alpha^x\beta^t = p^x\beta^{t-x} + q^x\beta^{t+x} + xpq(p^{x-2}\beta^{t+2-x} + q^{x-2}\beta^{t-2+x}) + \frac{x(x-1)}{2}p^2q^2(p^{x-4}\beta^{t+4-x} + q^{x-4}\beta^{t-4+x}) + \&c.$$

d'où, par les principes établis dans l'Article 2 ci-deſſus, on tirera immédiatement cette expreſſion générale de $y_{x,t}$, ſavoir

$$\begin{aligned} y_{x,t} = {} & p^x f.(t-x) + q^x f.(t+x) \\ & + xpq(p^{x-2} f.(t+2-x) + q^{x-2} f.(t-2+x)) \\ & + \frac{x(x-1)}{2}p^2q^2(p^{x-4} f.(t+4-x) + q^{x-4} f.(t-4+x)) \\ & + \&c. \end{aligned}$$

la caractériſtique f. déſignant une fonction arbitraire, qui doit être déterminée par les conditions du probleme.

Pour cet effet il faut ſe rappeller que lorſque $x = 0$ on doit avoir $y_{0,t} = 0$, t étant > 0, & que lorſque $t = 0$ on doit avoir $y_{x,0} = 1$, x étant $=$ ou > 0; donc 1°. on aura $f.t = 0$, t étant un nombre quelconque poſitif; 2°. on aura

$$\begin{aligned} 1 = {} & p^x f.(-x) + q^x f.(x) \\ & + xpq(p^{x-2} f.(2-x) + q^{x-2} f.(x-2)) \\ & + \frac{x(x-1)}{2}p^2q^2(p^{x-4} f.(4-x) + q^{x-4} f.(x-4)) + \&c. \end{aligned}$$

x étant un nombre quelconque positif ou zéro. Si on fait successivement $x = 0, 1, 2, 3$ &c. on pourra tirer de cette équation les valeurs de f.(0), p f.$(-1) + q$ f.(1), p^2 f.$(-2) + q^2$ f.(2) &c. & l'on trouvera en général par les formules déja connues

$$p^s \text{f.}(-s) + q^s \text{f.}(s) = 1 - spq + \frac{s(s-3)}{2} p^2 q^2 - \frac{s(s-4)(s-5)}{2 \cdot 3} p^3 q^3 + \frac{s(s-5)(s-6)(s-7)}{2 \cdot 3 \cdot 4} p^4 q^4 - \&c.$$

en ne prenant dans cette série qu'autant de termes qu'il y a d'unités dans $\frac{s+1}{2}$ ou dans $\frac{s}{2} + 1$.

Donc, puisqu'on doit avoir en général f.$(s) = 0$ tant que $s > 0$, on aura pour le probleme dont il s'agit

$$y_{x,t} = p^x \left(\text{f.}(t-x) + x \frac{q}{p} \text{f.}(t+2-x) + \frac{x(x-1)}{2} \cdot \frac{q^2}{p^2} \text{f.}(t+4-x) + \&c. \right)$$

en ne prenant qu'autant de termes qu'il y a d'unités dans $\frac{x-t+1}{2}$ ou dans $\frac{x-t}{2} + 1$; & il n'y aura plus qu'à substituer dans cette formule à la place de chaque fonction telle que f.$(-s)$ la quantité

$$\text{f.}(-s) = \frac{1}{p^s} - \frac{sq}{p^{s-1}} + \frac{s(s-3)}{2} \frac{q^2}{p^{s-2}} - \&c.$$

où le nombre des termes doit être $\frac{s+1}{2}$ ou $\frac{s}{2} + 1$.

Troisieme solution du Prob. V.

60. Comme l'équation qui détermine β en α est du second degré & que les termes donnés de la Table du N°. 6 sont ceux qui forment le premier rang horisontal & le premier rang vertical, on aura la solution tout à la fois la plus simple & la plus directe par la méthode de l'Article troisieme (N°. 31) en convertissant la quantité $\alpha^x \beta^t$ en une série finie de la forme suivante

$$\alpha^x \beta^t = V + V'\alpha + V''\alpha^2 + V'''\alpha^3 + \&c.$$
$$+ {}_{,}V\beta + {}_{,,}V\beta^2 + {}_{,,,}V\beta^3 + \&c.;$$

car alors on aura sur le champ (N°. 33)

$$y_{x,t} = V y_{0,0} + V' y_{1,0} + V'' y_{2,0} + V''' y_{3,0} + \&c.$$
$$+ {}_{,}V y_{0,1} + {}_{,,}V y_{0,2} + {}_{,,,}V y_{0,3} + \&c.$$

Et comme les conditions du probleme demandent que $y_{x,0} = 1$, x étant $= 0, 1, 2$ &c. & que $y_{0,t} = 0$, t étant $= 1, 2, 3$ &c. on aura dans le cas du Probleme proposé

$$y_{x,t} = V + V' + V'' + V''' + \&c.$$

Ainsi la difficulté se réduit à trouver la somme des coëfficiens V, V', V'' &c. de la premiere partie de l'expression de $\alpha^x \beta^t$.

Pour cela je substitue d'abord à la place de α sa valeur en β dans la quantité $\alpha^x \beta^t$; j'ai comme dans le N°. 59

$$\alpha^x \beta^t = p^x \beta^{t-x} + q^x \beta^{t+x}$$
$$+ xpq(p^{x-2}\beta^{t+2-x} + q^{x-2}\beta^{t-2+x})$$
$$+ \frac{x(x-1)}{2} p^2 q^2 (p^{x-4}\beta^{t+4-x} + q^{x-4}\beta^{t-4+x}) + \&c.$$

Lorsque $x < t$, cette formule ne contiendra que des puissances positives de t, & formera par conséquent la seconde partie de l'expression cherchée de $\alpha^x \beta^t$, la premiere devenant alors toute nulle; ce qui donnera par conséquent $y_{x,t} = 0$, comme cela doit être lorsque le nombre des coups restants est moindre que le nombre t. Mais dans le cas où $x > t$, la formule précédente renferme nécessairement des puissances négatives de β; qu'il faudra éliminer de la maniere suivante.

Si on éleve successivement au carré, au cube &c. l'équation $\alpha = \frac{p}{\beta} + q\beta$, on en pourra tirer les valeurs de $\frac{p}{\beta} + q\beta$, $\frac{p^2}{\beta^2} + q^2\beta^2$, $\frac{p^3}{\beta^3} + q^3\beta^3$ &c. en α, & on aura en général par les formules déja connues

$$\frac{p^s}{\beta^s} + q^s\beta^s = \alpha^s - spq\alpha^{s-2} + \frac{s(s-3)}{2}p^2q^2\alpha^{s-4} + \frac{s(s-4)(s-5)}{2.3}p^4q^4\alpha^{s-6} - \&c.$$

en ne continuant cette série que tant que les puissances de α seront positives.

Désignons pour plus de simplicité cette série en α par $A^{(s)}$; on aura donc $\frac{p^s}{\beta^s} + q^s\beta^s = A^{(s)}$; donc $\beta^{-s} = \frac{A^{(s)}}{p^s} - \left(\frac{q}{p}\right)^s\beta^s$. Donc si par le moyen de cette formule on fait évanouir dans l'expression ci-dessus de $\alpha^x\beta^t$ toutes les puissances négatives de β, elle se réduira à deux suites, l'une composée de puissances positives de α, & l'autre composée de puissances positives de β; ainsi elle aura la forme demandée.

Comme pour notre objet il suffit de connoître la premiere suite, on considérera uniquement les puissances négatives de β qui entrent dans l'expression de $\alpha^x\beta^t$, & faisant pour plus de simplicité $t = x - u$, on aura cette formule

$$p^x\beta^{-u} + xpq \times p^{x-2}\beta^{2-u} + \frac{x(x-1)}{2}p^2q^2 \times p^{x-4}\beta^{4-u} + \&c.$$

en ne prenant qu'autant de termes qu'il y a d'unités dans $\frac{u+1}{2}$ ou dans $\frac{u}{2}+1$.

Ensuite on mettra à la place de chaque puissance négative β^{-s} sa valeur en α, $\frac{A^{(s)}}{p^s}$, en négligeant les puissances positives de β; par ce moyen on aura, pour la premiere partie de l'expression demandée de $\alpha^x\beta^t$, la formule

$$p^t\left(A^{(u)} + xpqA^{(u-2)} + \frac{x(x-1)}{2}p^2q^2A^{(u-4)} + \&c.\right)$$

dans laquelle il n'y aura plus qu'à supposer $\alpha = 1$ pour avoir la valeur cherchée de $y_{x,t}$.

Or, puisque dans notre cas $q = 1 - p$ (N°. 58), il est clair que $\beta = 1$ donne $\alpha = 1$ dans l'équation $\alpha = \frac{p}{\beta} + q\beta$; donc aussi dans

l'équation qui en est dérivée $\frac{p^s}{\beta^s} + q^s\beta^s = A^{(s)}$, en faisant $\beta = 1$, la quantité α contenue dans $A^{(s)}$ deviendra $= 1$; donc on aura lorsque $\alpha = 1$, $A^{(s)} = p^s + q^s$; donc faisant cette substitution & remettant $x - t$ à la place de u, on aura

$$y_{x,t} = p^t\left(p^{x-t} + q^{x-t} + xpq(p^{x-t-2} + q^{x-t-2}) + \frac{x(x-1)}{2}p^2q^2(p^{x-t-4} + q^{x-t-4}) + \&c.\right)$$

en ne continuant cette série que tant que l'exposant des quantités $p^{x-t-\&c.} + q^{x-t-\&c.}$ sera positif ou zéro, & en ayant soin dans ce dernier cas de prendre 1 à la place de $p^0 + q^0$, parce que $A^{(0)} = 1$.

Cette solution est la même que la premiere solution de Moivre (p. 209).

PROBLEME VI.

61. *Supposant, comme dans le Probleme précédent, que la probabilité d'amener un évenement donné à chaque coup soit* p; *un joueur parie qu'en* a *coups au moins il amenera cet évenement un nombre de fois tel que ce nombre sera ou plus grand de* b *que le nombre des fois où il n'amenera pas le même évenement, ou bien moindre de* c *que ce dernier nombre.*

Soit $y_{x,t}$ le sort du joueur lorsqu'il n'a plus que x coups à jouer & que la différence entre le nombre des fois où l'évenement donné est déja arrivé & le nombre des fois où cet évenement n'est pas arrivé est exprimée par $t - c$; il est clair qu'au commencement où $x = a$ on aura $t - c = 0$, par conséquent $t = c$; de sorte que le sort cherché sera $y_{a,c}$.

Si l'on suppose maintenant que l'on joue un coup on trouvera l'équation

$$y_{x,t} = py_{x-1,t+1} + (1-p)y_{x-1,t-1}$$

qui est, comme l'on voit, semblable à celle du Prob. préc. avec cette seule différence que p est ici à la place de $1-p$; ce qui vient de ce qu'ici le nombre t n'exprime pas la même chose que dans le Prob. préc.

Or d'après les conditions du probleme il est aisé de voir que le joueur doit gagner lorsque $t - c = b$ & lorsque $t - c = c$, quel que soit x, ce qui donne $t = b + c$ ou $= 0$, & par conséquent $y_{x,0} = 1$, $y_{x,b+c} = 1$, x étant positif ou zéro.

Ensuite on voit que le joueur perdra lorsque x étant nul, $t - c$ sera compris entre les limites b & $-c$, c'est à dire que t sera entre les limites 0 & $b + c$; donc on aura $y_{0,t} = 0$, t étant 1, 2, 3 &c. $b + c - 1$.

Ainsi les termes donnés de la Table du N°. 6 sont, dans ce cas, ceux qui forment le premier rang horisontal, ensuite ceux qui forment le premier rang vertical jusqu'au $(b + c + 1)^{\text{eme}}$ terme seulement, & enfin ceux qui forment le $(b + c + 1)^{\text{eme}}$ rang horisontal; de sorte que la premiere ligne des termes donnés est droite & horisontale, & que la seconde est composée de deux droites, l'une verticale & finie, l'autre horisontale & indéfinie; ce qui peut servir d'exemple de ce qu'on a observé dans le N°. 39.

Puis donc que l'équation différentielle est de la même forme que celle du Prob. préc. on pourra employer les mêmes moyens pour l'intégrer; mais je remarque d'abord que la premiere solution conduisant à une expression générale de $y_{x,t}$ composée d'un nombre infini de termes, ne sauroit s'appliquer commodément au cas présent. On prendra donc d'abord la seconde solution, & l'on aura en changeant seulement p en q & q en p (N°. 59).

$$\begin{aligned} y_{x,t} = {} & q^x \text{f.}(t - x) + p^x \text{f.}(t + x) \\ & + xpq(q^{x-2}\text{f.}(t + 2 - x) + p^{x-2}\text{f.}(t - 2 + x)) \\ & + \frac{x(x-1)}{2}p^2q^2(q^{x-4}\text{f.}(t + 4 - x) + p^{x-4}\text{f.}(t - 4 + x)) + \&c. \end{aligned}$$

cette formule ne devant être continuée que jusqu'aux termes qui auront pour coëfficient $\frac{x(x-1)\ldots\left(\frac{x+1}{2}\right)}{1.2\ldots\ldots}$ ou $\frac{x(x-1)\ldots\left(\frac{x}{2}+1\right)}{1.2\ldots\ldots}$, & ayant soin de ne prendre que la moitié de ce coëfficient dans le cas de x pair.

Il ne s'agira donc plus que de déterminer convenablement d'après les conditions du Probleme les fonctions marquées par la caractéristique f. Pour cet effet je ferai d'abord $x = 0$, ce qui donnera $y_{0,t} = f.(t)$; donc, puisqu'on doit avoir $y_{0,t} = 0$ tant que $t = 1, 2,$ &c. $b + c - 1$, il s'ensuit qu'on aura en général $f.(s) = 0$, s étant $= 1, 2, 3$ &c. $b + c - 1$.

Ensuite nous ferons $t = 0$, auquel cas on doit avoir, comme dans le Probleme 5, $y_{x,0} = 1$, quel que soit x; faisant donc successivement $x = 0, 1, 2$ &c. j'aurai en général, comme dans la solution du N°. 59, en changeant seulement p en q & *vice versa*,

$$q^s f.(-s) + p^s f.(s) = 1 - spq + \frac{s(s-3)}{2}p^2q^2 - \frac{s(s-4)(s-5)}{2.3}p^3q^3 + \&c.$$

en ne prenant dans cette série que $\frac{s+1}{2}$ ou $\frac{s}{2} + 1$ termes.

Enfin je ferai $t = b + c = n$, & comme on doit avoir alors aussi $y_{x,n} = 1$, quel que soit x, j'en tirerai de la même maniere la formule générale

$$q^s f.(n-s) + p^s f.(n+s) = 1 - spq + \frac{s(s-3)}{2}p^2q^2 - \frac{s(s-4)(s-5)}{2.3}p^3q^3 + \&c.$$

ou bien

$$q^s f.(n-s) + p^s f.(n+s) = q^s f.(-s) + p^s f.(s).$$

Par le moyen de ces formules, en faisant successivement $s = 0, 1, 2$ &c. on pourra trouver toutes les valeurs de la fonction inconnue qui entre dans l'expression générale ci-dessus de $y_{x,t}$.

Mais on peut simplifier beaucoup cette solution par la substitution de $1 - z_{x,t}$ à la place de $y_{x,t}$. Car on aura d'abord l'équation différentielle

$$z_{x,t} = p z_{x-1,t+1} + (1-p) z_{x-1,t-1},$$

qui est de la même forme que l'équation en $y_{x,t}$; par conséquent on aura aussi en général, en employant la caractéristique ϕ. pour désigner une fonction arbitraire,

$$z_{x,t} = q^x \phi(t-x) + p^x \phi(t+x)$$
$$+ xpq(q^{x-2}\phi(t+2-x) + p^{x-2}\phi(t-2+x))$$
$$+ \frac{x(x-1)}{2} p^2 q^2 (q^{x-4}\phi(t+4-x) + p^{x-4}\phi(t-4+x)) + \&c.$$

Maintenant comme en faisant $x = 0$ on doit avoir $y_{0,t} = 0$, tant que t est entre les limites 0 & $b+c$, on aura donc $z_{0,t} = 1$, t étant $= 1, 2, 3$ &c. $b+c-1$; & comme en faisant $t = 0$ & $t = b+c$, on doit avoir $y_{x,0} = 1$ & $y_{x,b+c} = 1$, x étant positif ou zéro, il s'ensuit qu'on aura $z_{x,0} = 0$ & $z_{x,b+c} = 0$, x étant $0, 1, 2$ &c.

Donc 1°. on aura, en faisant $x = 0$, $\phi t = 1$, donc en général $\phi s = 0$ pour toutes ces valeurs de s, savoir $s = 1, 2, 3$ &c. $b+c-1$. 2°. en faisant $t = 0$, & x successivement $0, 1, 2$ &c. on trouvera en général $q^s\phi(-s) + p^s\phi(s) = 0$, s étant $0, 1, 2, 3$ &c. 3°. en faisant $t = b+c$, & $x = 0, 1, 2$ &c. on trouvera pareillement $q^s\phi(b+c-s) + p^s\phi(b+c+s) = 0$, s étant aussi $= 0, 1, 2, 3$ &c.

Donc enfin, si pour plus de simplicité on met l'expression de $z_{x,t}$ sous la forme

$$z_{x,t} = p^x\phi(x+t) + xp^{x-1}q\phi(x+t-2)$$
$$+ \frac{x(x-1)}{2} p^{x-2} q^2 \phi(x+t-4) + \&c.,$$

qu'ensuite on y fasse $x = a$, $t = c$, & qu'on remette $1-p$ à la place de q, on trouvera pour la valeur cherchée de $y_{a,c} = 1 - z_{a,c}$, c'est à dire pour le sort du joueur, la formule suivante

$$1 - p^a\phi(a+c) - ap^{a-1}(1-p)\phi(a+c-2)$$
$$- \frac{a(a-1)}{2} p^{a-2}(1-p)^2\phi(a+c-4) + \&c.$$

& on déterminera les valeurs de la fonction arbitraire par ces conditions

ϕs

$\Phi s = 1$, s étant 1, 2, 3 &c. $b + c - 1$; $p^s \Phi.s + (1-p)^s \Phi.(-s) = 0$; & $p^s \Phi.(b+c+s) + (1-p)^s \Phi.(b+c-s) = 0$, s étant 0, 1, 2, 3 &c. à l'infini.

Soit par exemple $a = 7$, $b = 2$, $c = 3$, on aura la formule

$$1 - p^7 \Phi.10 - 7p^6(1-p)\Phi.8 + 21p^5(1-p)^2\Phi.6$$
$$- 35p^4(1-p)^3\Phi.4 - 35p^3(1-p)^4\Phi.2$$
$$- 21p^2(1-p)^5\Phi.0 - 7p(1-p)^6\Phi.-2 - (1-p)^7\Phi.-4;$$

or la condition $\Phi.s = 1$ donne d'abord $\Phi.2 = 1$, $\Phi.4 = 1$; ensuite la condition $p^s\Phi.s + (1-p)^s\Phi.-s$ donnera $\Phi.0 = 0$, $\Phi.-2 = -\frac{p^2}{(1-p)^2}$, $\Phi.-4 = -\frac{p^4}{(1-p)^4}$; enfin la condition $p^s\Phi.(5+s) + (1-p)^s\Phi.(5-s) = 0$ donnera $\Phi.6 = -\frac{1-p}{p}$, $\Phi.8 = -\frac{(1-p)^3}{p^3}$, $\Phi.10 = 0$. Donc substituant ces valeurs on aura après les réductions $1 - 21p^3(1-p)^4 - 13p^4(1-p)^3$ pour le sort cherché.

Autre solution du Probleme VI.

62. Je vais maintenant résoudre le même probleme par la méthode de l'Article troisieme; mais au lieu de s'y prendre comme on a fait dans la troisieme solution du Prob. préc. (N°. 60) où l'on a regardé comme donnés les termes du premier rang horisontal, & ceux du premier rang vertical de la Table du N°. 6, il sera plus commode ici de supposer donnés les termes des deux premiers rangs horisontaux; ce qui ne demande que de réduire la valeur de β^t à une expression de la forme suivante (N°. 25).

$$\beta^t = T + T'\alpha + T''\alpha^2 + T'''\alpha^3 + \&c. + T^{(t)}\alpha^t$$
$$+ (\mathcal{T} + \mathcal{T}'\alpha + \mathcal{T}''\alpha^2 + \&c. + \mathcal{T}^{(t-1)}\alpha^{t-1})\beta;$$

car alors on aura sur le champ (N°. 27)

$$y_{x,t} = Ty_{x,0} + T'y_{x+1,0} + T''y_{x+2,0} + T'''y_{x+3,0} + \&c. + T^{(t)}y_{x+t,0}$$
$$+ \mathcal{T}y_{x,1} + \mathcal{T}'y_{x+1,1} + \mathcal{T}''y_{x+2,1} + \&c. + \mathcal{T}^{(t-1)}y_{x+t-1,1}.$$

Or comme la quantité β doit être déterminée par l'équation $q - \alpha\beta + p\beta^2 = 0$ (N°. 58, 61) dont les deux racines sont $\beta = \frac{\alpha \pm \sqrt{(\alpha^2 - 4pq)}}{2p}$, si on désigne ces deux racines par β' & β'', & qu'on fasse pour abréger

$$A = T + T'\alpha + T''\alpha^2 + T'''\alpha^3 + \&c. + T^t\alpha^t$$

$$,A = ,T + ,T'\alpha + ,T''\alpha^2 + \&c. + ,T^{t-1}\alpha^{t-1},$$

on aura (N°. 28) $\beta'^t = A + ,A\beta'$ & $\beta''^t = A + ,A\beta''$, d'où l'on tire

$$A = \frac{\beta'\beta''(\beta'^{t-1} - \beta''^{t-1})}{\beta' - \beta''}, \quad ,A = \frac{\beta'^t - \beta''^t}{\beta' - \beta''};$$

savoir

$$A = -q\frac{(\alpha + \sqrt{(\alpha^2 - 4pq)})^{t-1} - (\alpha - \sqrt{(\alpha^2 - 4pq)})^{t-1}}{(2p)^{t-1}\sqrt{(\alpha^2 - 4pq)}}$$

$$,A = \frac{(\alpha + \sqrt{(\alpha^2 - 4pq)})^t - (\alpha - \sqrt{(\alpha^2 - 4pq)})^t}{(2p)^t\sqrt{(\alpha^2 - 4pq)}}.$$

Ainsi il n'y aura qu'à développer ces puissances t^{emes} & $(t-1)^{emes}$ & ordonner ensuite les termes par rapport à α, on aura les valeurs des coëfficiens T, T', T'' &c. ainsi que ceux de $,T$, $,T'$, $,T''$ &c., en p, q & t; mais on n'aura pas même besoin de connoître ces valeurs comme on va le voir.

En effet, comme les conditions du probleme demandent que $y_{x,0} = 1$, x étant positif quelconque ou zéro, (N°. 61) si on fait $y_{x,1} = 1 - u_x$, il est clair que l'expression de $y_{x,t}$ deviendra

$$y_{x,t} = A + ,A - ,Tu_x - ,T'u_{x+1} - ,T''u_{x+2} - \&c. - ,T^{(t-1)}u_{x+t-1}$$

en supposant que dans les quantités A & $,A$ on ait fait $\alpha = 1$; or $\beta^t = A + ,A\beta$, &, à cause de $q = 1 - p$, si on fait $\beta = 1$, on a $\alpha = 1$ d'après l'équation $q - \alpha\beta + p\beta^2 = 0$; donc $1 = A + ,A$ lorsque $\alpha = 1$; donc

$$y_{x,t} = 1 - ,Tu_x - ,T'u_{x+1} - ,T''u_{x+2} - \&c. - ,T^{(t-1)}u_{x+t-1}.$$

Ensuite il faut aussi par les conditions du probleme que $y_{x,b+t} = 1$, x étant positif quelconque ou zéro; donc si on dénote par B, B', B'' &c.

les valeurs de $,T$, $,T'$, $,T''$ &c. lorsque $t = b + c$, on aura pour la détermination des quantités u_x l'équation

$$Bu_x + B'u_{x+1} + B''u_{x+2} + \&c. + B^{(t-1)}u_{x+b+c-1} = 0$$

d'où l'on voit que ces quantités forment une suite recurrente simple de l'ordre $b + c - 1$; en sorte que si on fait l'équation

$$B + B'\alpha + B''\alpha^2 + B'''\alpha^3 + \&c. + B^{(b+c-1)}\alpha^{b+c-1} = 0 \ldots (a)$$

& qu'on dénote par α', α'', α''' &c. les différentes racines de cette équation, on aura en général (Art. prem.)

$$u_x = M\alpha'^x + N\alpha''^x + P\alpha'''^x + \&c.$$

M, N, P &c. étant des constantes indéterminées.

On fera donc cette substitution dans l'expression ci-dessus de $y_{x,t}$ & comme l'on a en général $,A = ,T + ,T'\alpha + ,T''\alpha^2 + \&c.$ si on dénote par $,A'$ $,A''$ $,A'''$ &c. les valeurs de $,A$ qui répondent à $\alpha = \alpha', \alpha''$, α''' &c. on aura

$$y_{x,t} = 1 - M,A'\alpha'^x - N,A''\alpha''^x - P,A'''\alpha'''^x - \&c. \ldots (b)$$

& il ne restera plus qu'à déterminer les $b + c - 1$ constantes au moyen de la derniere condition du probleme qui est $y_{0,t} = 0$, t étant 1, 2, 3 &c. $b + c - 1$; de sorte qu'il faudra que ces constantes soient telles que l'on ait (x étant $= 0$)

$$M,A' + N,A'' + P,A''' + \&c. = 1 \quad \ldots\ldots \quad (c)$$

en supposant successivement $t = 1, 2, 3$ &c. $b + c - 1$ dans les quantités $,A'$ $,A''$ $,A'''$ &c.

Or il est visible que l'équation (a) ci-dessus n'est autre chose que celle-ci $,A = 0$ en y faisant $t = b + c$; de plus, si on fait $\alpha = 2\sqrt{pq}.\cos\theta$, il est clair que l'expression de $,A$ trouvée plus haut deviendra

$$,A = \left(\sqrt{\frac{q}{p}}\right)^t \times \frac{\sin t\theta}{\sqrt{pq}\,.\,\sin\theta};$$

donc faisant $t = b + c$, l'équation dont il s'agit deviendra $\frac{\sin(b+c)\theta}{\sin\theta} = 0$,

d'où l'on tire $\theta = \frac{\lambda\pi}{b+c}$, π étant l'angle de 180° & λ un nombre quelconque de la suite 1, 2, 3 &c. $b+c-1$. On connoîtra par là les $b+c-1$ racines α' α'' α''' &c. ainsi que les quantités correspondantes A' A'' A''' &c.; & l'on aura en général

$$\alpha^{(\lambda)} = 2\sqrt{pq}\,\text{cof}\frac{\lambda\pi}{b+c} \qquad A^{(\lambda)} = \left(\sqrt{\frac{q}{p}}\right)^{t}\frac{\text{fin}\frac{\lambda t\pi}{b+c}}{\sqrt{pq}.\text{fin}\frac{\lambda\pi}{b+c}}.$$

Substituant donc ces valeurs dans la formule (b) & faisant pour plus de simplicité $b+c=n$ & $\frac{M}{\sqrt{pq}\,.\,\text{fin}\frac{\pi}{n}} = (1)$, $\frac{N}{\sqrt{pq}\,.\,\text{fin}\frac{2\pi}{n}} = (2)$ &c.

on aura

$$y_{x,t} = 1 - (2\sqrt{pq})^{x}\left(\sqrt{\frac{q}{p}}\right)^{t}\left((1)\left(\text{cof}\frac{\pi}{n}\right)^{x}\text{fin}\frac{t\pi}{n}\right.$$
$$+ (2)\left(\text{cof}\frac{2\pi}{n}\right)^{x}\text{fin}\frac{2t\pi}{n} + (3)\left(\text{cof}\frac{3\pi}{n}\right)^{x}\text{fin}\frac{3t\pi}{n} + \&c.$$
$$\left. + (n-1)\left(\text{cof}\frac{(n-1)\pi}{n}\right)^{x}\text{fin}\frac{(n-1)t\pi}{n}\right);$$

& l'équation (c) par laquelle il faudra déterminer les constantes (1), (2), (3) &c. $(n-1)$ sera

$$(1)\text{fin}\frac{t\pi}{n} + (2)\text{fin}\frac{2t\pi}{n} + \&c. + (n-1)\,\text{fin}\frac{(n-1)t\pi}{n} = \left(\sqrt{\frac{p}{q}}\right)^{t},$$

laquelle devra avoir lieu en faisant successivement $t = 1, 2, 3$ &c. $n-1$.

Pour tirer de là la valeur de chacune de ces constantes, il n'y aura qu'à multiplier toute l'équation par le sinus qui a pour coëfficient la constante qu'on veut déterminer, & ajoûter ensuite ensemble les $n-1$ équations particulieres qui répondent à $t = 1, 2, 3$ &c. $n-1$; par ce moyen toutes les autres constantes disparoîtront & la constante cherchée se trouvera multipliée par $\frac{2}{n}$; c'est de quoi on peut s'assurer par les formules connues pour la sommation des suites formées de sinus ou de cosinus.

Ainsi pour avoir en général la valeur de (μ) on multipliera l'équation par sin $\frac{\mu t\pi}{n}$ & opérant comme on vient de le dire, il viendra

$$\frac{n}{2}(\mu) = \sqrt{\frac{p}{q}}\cdot \sin\frac{\mu\pi}{n} + \frac{p}{q}\sin\frac{2\mu\pi}{n} + \&c. + \left(\sqrt{\frac{p}{q}}\right)^{n-1}\sin\frac{(n-1)\mu\pi}{n}.$$

Or le second membre de cette équation se réduit par les formules connues à $\frac{\sqrt{\frac{p}{q}}\left(1\pm\left(\sqrt{\frac{p}{q}}\right)^n\right)\sin\frac{\mu\pi}{n}}{1-2\sqrt{\frac{p}{q}}\cos\frac{\mu\pi}{n}+\frac{p}{q}}$, le signe supérieur étant pour le cas de μ impair & l'inférieur pour celui de μ pair.

On aura donc en général

$$(\mu) = \frac{\frac{2}{n}\sqrt{\frac{p}{q}}\cdot\left(1\pm\left(\sqrt{\frac{p}{q}}\right)^n\right)\sin\frac{\mu\pi}{n}}{1-2\sqrt{\frac{p}{q}}\cos\frac{\mu\pi}{n}+\frac{p}{q}}$$

d'où, en faisant successivement $\mu = 1, 2, 3$ &c. $n-1$ on tirera les valeurs des constantes (1), (2), (3) &c. qu'on substituera dans l'expression ci-dessus de $y_{x,t}$; ensuite il n'y aura plus qu'à faire $x = a$ & $t = c$ pour avoir la valeur du sort demandé.

REMARQUE.

63. Le Probleme précédent revient à celui qui concerne la durée des parties que l'on joue en rabattant, & dont Mrs. de Monmort, Bernoulli & Moivre se sont occupés. (Voyez l'Ouvrage de Monmort p. 268, 2[de] édit. celui de Moivre p. 191 3[eme] édit.)

On propose ordinairement ce probleme ainsi: *Deux joueurs ayant chacun un certain nombre de jetons jouent ensemble à cette condition que celui qui perdra une partie donnera un jeton à l'autre; on demande combien il y a à parier que le jeu qui peut durer à l'infini, sera fini en un certain nombre de parties au plus, en sorte que l'un des deux joueurs aura gagné tous les jetons de l'autre.* Il est facile de comprendre que si on dénote par b & c les nombres des jetons des deux joueurs, par p & $1-p$ ou q les pro-

babilités respectives que ces joueurs ont pour gagner chaque partie, & par a le nombre des parties dans lequel on parie que le jeu finira, il est facile, dis-je, de comprendre que l'on aura exactement le cas de notre Probleme 6. Aussi des deux solutions que nous venons de donner de ce Probleme la premiere répond à la méthode du Prob. LXIII, & la seconde répond à celle du Prob. LXVIII de l'Ouvrage cité de Moivre; mais nos solutions ont l'avantage d'être plus directes, plus générales & plus analytiques que celle de cet Auteur.

Le Probleme 5eme ci-dessus peut aussi se rapporter à la durée des parties, mais il faut supposer que l'un des joueurs ayant d'abord b jetons, l'autre n'en ait aucun, & que le jeu ne finisse que lorsque celui-ci aura gagné les b jetons de son adversaire.

PROBLEME VII.

64. *Soit un nombre* a *d'urnes rangées de suite, & dont chacune contienne* n *billets en partie blancs & en partie noirs à volonté; que l'on tire à la fois de chacune de ces urnes un billet au hasard & que l'on mette ensuite le billet tiré de chaque urne dans l'urne suivante, en observant de mettre dans la premiere urne le billet tiré de la derniere; on demande quel sera probablement le nombre des billets noirs dans chaque urne après un nombre* b *de pareils tirages.*

Soit $y_{x,t}$ le nombre des billets noirs qu'il y aura probablement dans l'urne xeme après t tirages; il est facile de voir qu'après un nouveau tirage ce nombre sera probablement augmenté de $\frac{y_{x-1,t}}{n}$, & diminué de $\frac{y_{x,t}}{n}$, de sorte que l'on aura l'équation

$$y_{x,t+1} = y_{x,t} + \frac{1}{n}y_{x-1,t} - \frac{1}{n}y_{x,t}$$

qui se réduit à cette forme

$$y_{x,t} + (n-1)y_{x+1,t} - ny_{x+1,t+1} = 0.$$

Ici les quantités données sont les valeurs de $y_{x,t}$ lorsque $t=0$, & que $x = 1, 2, 3$ &c. n; lesquelles indiquent les nombres des billets noirs

qu'il y a dans chaque urne avant le premier tirage; de forte qu'une des conditions du probleme est que les termes $y_{x,0}$ soient tous donnés depuis $x = 0$ jusqu'à $x = n$ inclusivement; l'autre condition à laquelle il faut satisfaire est que les billets tirés de la derniere urne rentrent toujours dans la premiere; & il est clair que pour cela il n'y a qu'à supposer que la a^{eme} urne précede la premiere, c'est à dire que cette urne soit aussi la 0eme; en sorte que la valeur de $y_{x,t}$ qui répond à $x = a$ soit toujours identique avec celle qui répondra à $x = 0$; ce qui donnera cette autre condition $y_{a,t} = y_{0,t}$, quel que soit t.

Maintenant si on rapporte l'équation différentielle trouvée ci-dessus à la formule (F) du N°. 7, on a $A = 1$, $B = n - 1$, $B' = 0$, $C' = -n$; ce qui rentre dans le second cas du N°. 11; en sorte qu'on aura sur le champ, à cause de $p = -\frac{B}{C'} = 1 - \frac{1}{n}$, $q = \frac{A}{B} = \frac{1}{n-1}$,

$$y_{x,t} = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^t \left(y_{x,0} + \frac{t}{n-1} y_{x-1,0} + \frac{t(t-1)}{2(n-1)^2} y_{x-2,0} + \&c.\right)$$

le nombre des termes étant $t + 1$.

Or comme on doit avoir $y_{0,t} = y_{a,t}$, quel que soit t, il est visible que pour satisfaire à cette condition, il faudra que l'on ait $y_{0,0} = y_{a,0}$, $y_{-1,0} = y_{a-1,0}$, $y_{-2,0} = y_{a-2}$ &c. & en général $y_{-s,0} = y_{a-s,0}$, s étant un nombre positif quelconque ou zéro. Ainsi, comme les valeurs de $y_{x,0}$ sont supposées connues depuis $x = 1$ jusqu'à $x = a$ inclusivement, on connoîtra toutes les valeurs de $y_{x,0}$ qui peuvent entrer dans l'expression précédente de $y_{x,t}$.

COROLLAIRE.

65. Si on ne vouloit pas que les billets tirés de la derniere urne rentrassent dans la premiere, mais qu'on mît toujours dans celle-ci un billet blanc après chaque extraction; il n'y auroit alors qu'à supposer que l'urne 0eme qui est censée précéder la premiere urne, ne contînt que des billets blancs, ce qui donneroit $y_{0,t} = 0$, t étant quelconque; & on verroit aisément que pour satisfaire à cette condition, il faudroit supposer $y_{0,0} = 0$,

$y_{-1,0} = 0$, $y_{-2,0} = 0$ &c. & en général $y_{-s,0} = 0$, s étant un nombre quelconque positif ou zéro. Ainsi il ne faudroit dans ce cas prendre que x termes de l'expression générale de $y_{x,t}$, en négligeant tous les suivants.

En général, si on suppose que chaque billet tiré de la premiere urne soit remplacé par un billet tiré au hasard suivant une loi quelconque qui varie, si l'on veut, à chaque tirage, de maniere que la probabilité que ce billet soit noir soit une fonction quelconque donnée de t que nous désignerons par (t); on considerera que comme la probabilité que le billet qui entre dans l'urne xeme au t^{eme} tirage soit noir, est représentée par $\frac{y_{x-1,t}}{n}$ dans la solution précédente, la probabilité (t) qui répond à la premiere urne pour laquelle $x = 1$, sera $\frac{y_{0,t}}{n}$; de sorte qu'on aura $y_{0,t} = n(t)$; par conséquent on connoîtra le premier rang vertical de la Table du N°. 6; & de là on pourra, par les formules du N°. 11, déduire les valeurs de $y_{-s,0}$.

ADDITION AU MÉMOIRE
sur l'attraction des sphéroïdes elliptiques (*)
imprimé dans le Volume pour l'Année 1773.

PAR M. DE LA GRANGE.

Les remarques contenues dans la lettre de M. d'Alembert dont j'ai eu l'honneur de faire part à l'Académie il y a huit jours (**), m'ont donné occasion de chercher si le Théoreme de M. Maclaurin concernant l'attraction d'un ellipsoïde sur un point quelconque placé dans le prolongement de l'un de ses trois axes ne pourroit pas se déduire des formules que j'ai données dans ce Mémoire; & je crois que les Analystes verront avec plaisir avec combien de facilité on peut parvenir par ces formules à la démonstration du Théoreme dont il s'agit.

1. Soit un sphéroïde elliptique représenté par l'équation

$$z^2 + mx^2 + ny^2 = k,$$

nous avons trouvé dans le N°. 14 du Mémoire cité que l'attraction de ce sphéroïde sur un point placé hors de lui, dans le prolongement de l'axe des coordonnées z (qui est en même tems un des axes du sphéroïde), & à la distance c du centre, est exprimée par l'intégrale de la formule

$$\frac{dq}{1-m}\left(\sqrt{k}-\sqrt{\left(\frac{mc^2}{1-m}\right)}\times \text{arc.tang.}\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{\left(\frac{mc^2}{1-m}\right)}}\right),$$

en supposant qu'on mette dans cette formule $m \cos q^2 + n \sin q^2$ à la place de m, & qu'ensuite on prenne l'intégrale depuis $q = 0$ jusqu'à $q = 180°$;

(*) Lu le 9 Novembre 1775.

(**) Cette Lettre est imprimée dans le Volume précédent p. 308.

& comme les valeurs de $\sin q^2$ & $\cos q^2$ reviennent les mêmes dans le second quart de cercle, on pourra se contenter de prendre l'intégrale depuis $q = 0$ jusqu'à $q = 90^\circ$, & de la doubler.

Donc si on fait pour plus de simplicité $\frac{\sqrt{k}}{c} = g$, & qu'on écrive m' à la place de m en sorte que l'on ait $m' = m\cos q^2 + n\sin q^2$, l'attraction dont il s'agit sera exprimée par l'intégrale prise depuis $q = 0$ jusqu'à $q = 90^\circ$ de la formule

$$\frac{2\,dq\sqrt{k}}{1-m'}\left(1 - \frac{1}{g}\sqrt{\left(\frac{m'}{1-m'}\right)} \times \text{arc. tang.}\frac{g}{\sqrt{\left(\frac{m'}{1-m'}\right)}}\right).$$

Or $\cos q^2 = \frac{1+\cos 2q}{2}$, $\sin q^2 = \frac{1-\cos 2q}{2}$; donc $m' = \frac{m+n+(m-n)\cos 2q}{2}$. Soit maintenant $\text{tang.} q = t$, on aura $\cos 2q = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $dq = \frac{dt}{1+t^2}$; donc $m' = \frac{(m+n)(1+t^2)+(m-n)(1-t^2)}{2(1+t^2)}$ $= \frac{m+nt}{1+t^2}$, $1-m' = \frac{1-m+(1-n)t^2}{1+t^2}$, $\frac{m'}{1-m'} = \frac{m+nt^2}{1-m+(1-n)t^2}$; & la différentielle précédente deviendra par ces substitutions

$$\frac{2\,dt\sqrt{k}}{1-m+(1-n)t^2}\left(1 - \frac{1}{g}\sqrt{\left(\frac{m+nt^2}{1-m+(1-n)t^2}\right)}\right.$$
$$\left.\times \text{arc. tang.}\frac{g}{\sqrt{\left(\frac{m+nt^2}{1-m+(1-n)t^2}\right)}}\right),$$

& comme $q = 0$ donne $t = 0$, & $q = 90^\circ$ donne $t = \infty$, il s'ensuit que pour avoir l'attraction entiere il faudra prendre l'intégrale de cette quantité depuis $t = 0$ jusqu'à $t = \infty$.

2. On voit par l'équation générale du sphéroïde, laquelle donne $z^2 = k$ lorsque x & y sont nuls, que $\sqrt{k}$ est le demi-axe, en sorte que faisant $c = \sqrt{k}$ le point attiré tombe sur la surface; or dans ce cas on a $g = 1$; ce qui simplifie un peu la formule précédente. Mais je vais faire voir que quelle que soit la valeur de g, on peut toujours ramener la formule à la même forme que dans le cas de $g = 1$.

Pour cela je suppose

$$\frac{m+nt^2}{1-m+(1-n)t^2} = g^2\frac{\mu+\nu\theta^2}{1-\mu+(1-\nu)\theta^2},$$

μ & ν étant des coëfficiens indéterminés & θ une nouvelle variable; & je tire de là

$$t^2 = \frac{g^2(1-m)\mu - m(1-\mu) + (g^2(1-m)\nu + m(1-\nu))\theta^2}{n(1-\mu) - g^2(1-n)\mu + (n(1-\nu) - g^2(1-n)\nu)\theta^2};$$

je suppose maintenant

$$g^2(1-m)\mu - m(1-\mu) = 0,$$
$$n(1-\nu) - g^2(1-n)\nu = 0,$$

ce qui me donne

$$\mu = \frac{m}{m+(1-m)g^2}, \qquad \nu = \frac{n}{n+(1-n)g^2};$$

j'aurai ainsi

$$t^2 = \frac{g^2(1-m)\nu - m(1-\nu)}{n(1-\mu) - g^2(1-n)\mu}\theta^2,$$

savoir, en substituant les valeurs précédentes de μ & ν,

$$t^2 = \frac{g^2(1-m)+m}{g^2(1-n)+n}\theta^2, \quad \text{\& de là}$$

$$t = \theta\sqrt{\left(\frac{g^2(1-m)+m}{g^2(1-n)+n}\right)};$$

de plus, à cause de $t^2 = \frac{m\nu}{n\mu}\theta^2$, on aura

$$1-m+(1-n)t^2 = \frac{(1-m)n\mu + (1-n)m\nu\theta^2}{n\mu};$$

mais les deux équations ci-dessus donnent

$$(1-m)\mu = \frac{m(1-\mu)}{g^2}, \qquad (1-n)\nu = \frac{n(1-\nu)}{g^2};$$

donc on aura $1-m+(1-n)t^2 = \frac{m}{g^2\mu}(1-\mu+(1-\nu)\theta^2) = \frac{m+(1-m)g^2}{g^2}\times(1-\mu+(1-\nu)\theta^2).$

Faiſant donc ces ſubſtitutions dans la formule différentielle du N°. préc. & ſuppoſant pour abréger

$$\chi = \frac{g^4 k}{(g^2(1-m)+m)(g^2(1-n)+n)},$$

elle deviendra

$$\frac{2\,d\theta\,\sqrt{\chi}}{1-\mu+(1-\nu)\theta^2}\left(1-\sqrt{\left(\frac{\mu+\nu\theta^2}{1-\mu+(1-\nu)\theta^2}\right)}\right.$$
$$\left.\times \text{arc. tang.}\,\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\mu+\nu\theta^2}{1-\mu+(1-\nu)\theta^2}\right)}}\right),$$

& comme θ eſt $=0$ lorſque $t=0$, & $=\infty$ lorſque $t=\infty$, il s'enſuit qu'il faudra prendre auſſi l'intégrale de cette formule depuis $\theta=0$ juſqu'à $\theta=\infty$.

3. Cette transformée en θ eſt, comme l'on voit, entierement ſemblable à la formule ci-deſſus en t dans le cas de $g=1$, les quantités μ, ν, χ répondant aux quantités m, n, k; donc puiſque les deux valeurs extremes des variables t & θ doivent être les mêmes, il s'enſuit que l'intégrale de la différentielle en t du N°. 1, quelle que ſoit la valeur de g, ſera exprimée par une fonction de μ, ν, χ ſemblable à la fonction de m, n, k, par laquelle ſera exprimée la même intégrale dans le cas de $g=1$.

Donc l'attraction du ſphéroïde repréſenté par l'équation $z^2+mx^2+ny^2=k$ ſur un point placé hors de lui dans l'axe des z à la diſtance c du centre ſera égale à l'attraction du ſphéroïde repréſenté par l'équation $z^2+\mu x^2+\nu y^2=\chi$ ſur un point de ſa ſurface dans le même axe des z.

4. Les trois demi-axes du ſphéroïde repréſenté par l'équation $z^2+mx^2+ny^2=k$, auxquels les coordonnées x, y, z ſont ſuppoſées paralleles, ſont $\sqrt{\frac{k}{m}}$, $\sqrt{\frac{k}{n}}$, $\sqrt{k}$; nommant donc ces demi-axes a, b, c, on aura $k=c^2$, $m=\frac{c^2}{a^2}$, $n=\frac{c^2}{b^2}$, & déſignant par h la diſtance du point attiré au centre du ſphéroïde, diſtance que nous avons nommée plus

haut c, on aura $g^2 = \frac{c^2}{h^2}$ (N°. 1); donc ſubſtituant ces valeurs dans les formules du N°. 2, on aura

$$\mu = \frac{h^2}{h^2 + a^2 - c^2}, \qquad \nu = \frac{h^2}{h^2 + b^2 - c^2},$$

$$\chi = \frac{a^2 b^2 c^2}{(h^2 + a^2 - c^2)(h^2 + b^2 - c^2)};$$

donc ſi on nomme de même α, β, γ les trois demi-axes correſpondans du ſphéroïde repréſenté par l'équation $z^2 + \mu x^2 + \nu y^2 = \chi$, & qui ſont $V\frac{\chi}{\mu}$, $V\frac{\chi}{\nu}$, $V\chi$, on aura, en ſubſtituant les valeurs précédentes de μ, ν, χ,

$$\alpha = \frac{abc}{h V(h^2 + b^2 - c^2)},$$

$$\beta = \frac{abc}{h V(h^2 + a^2 - c^2)},$$

$$\gamma = \frac{abc}{V(h^2 + a^2 - c^2) \times V(h^2 + b^2 - c^2)}.$$

Donc ſi l'on a un ſphéroïde elliptique dont les trois demi-axes ſoient a, b, c, l'attraction de ce ſphéroïde ſur un point placé dans le prolongement d'un de ces axes comme c, à la diſtance h du centre, ſera égale à l'attraction qu'un autre ſphéroïde dont les trois demi-axes feroient α, β, γ exerceroit ſur un point placé à l'extrémité du demi-axe γ.

Si on fait $h = c$, on voit que les quantités α, β, γ deviennent a, b, c, & par conſéquent les deux ſphéroïdes reviennent au même; ce qui doit être pour l'exactitude de nos formules.

5. Imaginons un autre ſphéroïde dont les trois demi-axes ſoient f, g, h, & qui ſoit entierement ſemblable à celui dont les trois demi-axes ſont α, β, γ; il faudra donc que l'on ait $f = \frac{\alpha h}{\gamma}$, $g = \frac{\beta h}{\gamma}$; par conſéquent ſi on ſubſtitue pour α, β, γ les valeurs précédentes, on aura

$$f = V(h^2 + b^2 - c^2); \qquad g = V(h^2 + a^2 - c^2);$$

donc

$$f^2 - h^2 = b^2 - c^2, \qquad g^2 - h^2 = a^2 - c^2;$$

& par conſéquent auſſi $f^2 - g^2 = b^2 - a^2$.

Donc ſi le ſphéroïde donné dont les trois demi-axes ſont a, b, c, & le ſphéroïde dont les demi-axes ſont f, g, h, ſont ſuppoſés décrits autour du même centre, & en ſorte que leurs axes reſpectifs ſoient placés dans les mêmes lignes, les coupes elliptiques de l'un & de l'autre ſphéroïde faites par un plan paſſant par deux axes, auront le même centre & les mêmes foyers, par les propriétés connues des ſections coniques.

6. Par les formules du N°. 1 on voit que l'attraction ſur un point placé à l'extrémité du demi-axe $\sqrt{k}$ (en faiſant $c = \sqrt{k}$, ou $g = 1$) eſt proportionelle à $\sqrt{k}$ tant que les quantités m & n demeurent les mêmes; donc (N°. 4) l'attraction de deux ſphéroïdes ſemblables ſur des points placés aux extrémités de leurs axes reſpectifs eſt proportionelle à ces axes. Donc l'attraction du ſphéroïde dont les axes ſont $2f$, $2g$, $2h$ ſur un point placé à l'extrémité de l'axe $2h$, eſt à l'attraction du ſphéroïde ſemblable dont les axes ſont 2α, 2β, 2γ ſur un point placé à l'extrémité de l'axe 2γ, comme $2h$ à 2γ, ou comme 1 à $\frac{\gamma}{h}$; mais $\frac{\gamma}{h} = \frac{\alpha\beta h}{\gamma f g}$, (à cauſe de $f = \frac{\alpha h}{\gamma}$, $g = \frac{\beta h}{\gamma}$) & $\frac{\alpha\beta}{\gamma} = \frac{abc}{h^2}$ (N°. 4); donc $\frac{\gamma}{h} = \frac{abc}{fgh}$.

Ainſi la proportion dont il s'agit ſera égale à celle de 1 à $\frac{abc}{fgh}$, ou de fgh à abc.

De là & de ce qu'on a démontré plus haut il s'enſuit que l'attraction d'un ſphéroïde elliptique ſur un point placé dans le prolongement d'un de ſes trois axes, ſera à l'attraction qu'exerceroit ſur le même point un autre ſphéroïde qui auroit le même centre, la même poſition des axes, dont les coupes elliptiques faites par les mêmes plans paſſant par deux axes auroient les mêmes foyers, & dont la ſurface paſſeroit par le point donné, en ſorte que ce point ſe trouvât à l'extrémité d'un ſes axes, l'attraction, dis-je, du

premier sphéroïde sera à celle du second comme le produit des trois axes du premier au produit des trois axes du second sphéroïde.

C'est le théoreme que M. Maclaurin a énoncé sans démonstration dans l'Art. 653 de son *Traité des fluxions*; & que nous nous étions proposé de déduire de nos formules.

Fautes à corriger dans le Mémoire cité sur l'attraction des sphéroïdes.

N°. 10 (p. 138 l. 10) *au lieu de* soit de plus $\frac{1-m}{m} = \mu$, *lisez* soit de plus $\frac{1-m}{m} = \mu^2$.

N°. 11 (p. 140 l. 3) *au lieu de* μ étant $\frac{1-m}{m}$, *lisez* μ^2 étant $\frac{1-m}{m}$.

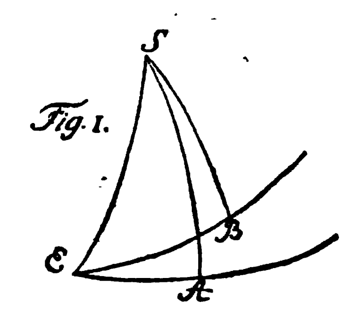
N°. 12 (p. 141 l. 3 à compter d'en bas) *au lieu de* $4M^2 - hN = 0$, *lisez* $M^2 - hN = 0$.

SUITE DU MÉMOIRE SUR L'ÉTOILE POLAIRE,

contenant principalement des Recherches de Trigonométrie (*).

PAR M. JEAN BERNOULLI.

On a vu dans la premiere Partie de ce Mémoire que les résultats I. & II. trouvés pour l'ascension droite de l'étoile polaire, en employant une analogie que je nommois *la mienne* (ou la IVe), étoient assés différens de ceux qu'ont donnés les analogies ordinaires, avec les Tables & les Méthodes les plus exactes. Or mon analogie ne laissant pas d'être fondée en toute rigueur trigonométrique, il me paroît valoir la peine de chercher les causes de la différence que nous avons remarquée.



Un peu d'attention d'abord nous fait observer que la valeur de *AS*, qui entre dans cette analogie IVe, est une des principales. En effet cette déclinaison *AS* dépend de sinus de très grands arcs ou de sinus qui varient peu sensiblement, de sorte qu'il est très essentiel d'employer des logarithmes d'autant de chiffres qu'il est possible. Nous avions fait usage, mon frere & moi, comme on a vu, des Tables de *Vlacq*, où les logarithmes sont de dix chiffres; mais il se pouvoit que ceux-ci ne fussent pas suffisans; c'est pourquoi je me suis procuré depuis encore les grandes Tables de *Briggs*, pour les degrés & centiémes, publiées

(*) V. *Mémoires de l'Académie*, *An.* 1774. Cette suite n'a été faite en grande partie que plus d'un an après; c'est la raison pourquoi on y trouvera des choses qui peuvent faire paroître superflue une partie de ce qui a précédé.

bliées par *Gellibrand* dans la *Trigonometria Britannica*, Goude 1633, & où les logarithmes sont de 14 chiffres aussi sans la caractéristique, & j'ai trouvé en recalculant la 3[e] analogie (*h*) 2[e] valeur de AS = 88°. 4'. 36",52; valeur qui ne differe que très peu de la précédente 88°. 4'. 36".54 & qui doit plutôt augmenter encore un peu la valeur de AE, puisqu'étant plus petite, son cosinus plus grand, étant soustrait, laisse un cosinus plus petit & par conséquent celui d'un plus grand arc.

En effet, si l'on prend alors log. cos. AS & ES dans les Tables d'Avignon pour chaque seconde, & sans négliger les deux chiffres que donnent les parties proportionnelles, & qu'on cherche ensuite le logarithme de 9 chiffres qu'on trouve pour cosinus AE dans les grandes Tables de *Vlacq*, on trouve III°. AE = 11°. 33'. 41",86 au lieu de IV°. AE = 11°. 33'. 38",95 que donne, par la même méthode, une valeur de AS seulement de deux centiemes de seconde plus grande.

Nous remarquerons aussi en passant une singularité par rapport à ES, c'est que : soit qu'on prenne dans les Tables de *Vlacq* l'arc qui répond au logarithme de son cosinus 8.5169150866, trouvé par la premiere analogie, soit qu'on cherche cet arc avec le même logarithme dans les Tables pour chaque seconde, on trouve également, comme nous avons vu, ES = 88°. 6'. 57",05; mais qu'il n'est pas également indifférent d'admettre dans la IV[e] analogie ou le logarithme déjà connu 8.5169150866 ou celui qui répond réellement dans les Tables pour chaque seconde à 88°. 6'. 57",05 & qui est 8.5169152,00. Je viens d'employer le second; si j'avois employé le premier j'aurois trouvé AE encore un peu plus grand, savoir (V°.) - - - - - - = 11°. 33'. 42",12.

Il paroît donc que AS a réellement une très grande influence sur AE, mais qu'en déterminant cette déclinaison un peu plus exactement, loin de nous rapprocher des valeurs de AE les plus probables 2°, 3°. - - 6°, nous nous en sommes écartés encore davantage en voulant employer une

(*h*) On trouve dans ce calcul que pour la 9[e] & la 10[e] fig. de log. sin. 89°. 36'. 52",01 *Briggs* a 59, au lieu que *Vlacq* a 71, & que pour log. sin. 88°. 6'. 57".05 *Briggs* a 27 au lieu que *Vlacq* a 41.

analogie qui n'est ici rien moins qu'avantageuse. Si on peut espérer d'en tirer encore quelque parti, c'est en tâchant de trouver quelqu'erreur dans log. cos. ES, & il faut avouer qu'il n'est pas entierement à l'abri de tout soupçon, puisque pour le déterminer il a fallu prendre cos. EB seulement dans des Tables de dix en dix secondes & que ce log. cos. ES peut varier considérablement sans influer sur l'arc ES même, & en influant cependant sur AE dans la IVe analogie. Cette réflexion me conduit à indiquer encore une méthode qui seroit, comme ce Mémoire le fait voir, souvent nécessaire si on n'avoit au défaut des Tables d'Avignon le secours de la formule log. sin $(A + a)$ pour les cosinus des grands angles; je veux dire l'interpolation & je vais l'appliquer à notre cos. EB = cos. 85°. 20'. 58",1 dont le logarithme ne se trouve plus dans les Tables.

Je prends donc dans les grandes Tables de *Vlacq* les quatre logarithmes de cos. 85°. 20'. 40" . . . .

. . . . 50 . . . .

. . . . 21. 0 . . . .

. . . . 21. 10 . . . .

avec leurs trois premieres différences & leurs secondes différences qui se trouvent être 1552 & 1554. J'applique à ces secondes différences la formule $-\frac{kKD}{2}$ qu'on trouve dans l'*Exposition* de M. *de la Lande*, & la valeur de cette formule étant ici $-\frac{85 . 15 . 1553}{10000 . 2}$ = environ 100, il s'ensuit que le log. cos. EB devient plus grand d'une unité dans la huitieme figure que si on néglige la seconde différence comme nous avions fait; par conséquent aussi, en conservant au reste le même log. cos SB (66°. 4'. 32",4), le log. cos. ES devient plus grand d'une unité dans la 8e figure, c'est à dire qu'il est 8.516915 0966; mais il faut avouer que ce changement n'en produit que très peu dans la valeur de ES; il faut prendre quatre décimales de secondes pour s'en appercevoir & moyennant cela on trouvera que ES qui est = 88°. 6'. 57",05291 en négligeant la seconde différence pour EB, est = 88°. 6. 57,05286 en tenant

compte de cette seconde différence (*i*). Cependant nous remarquons par là du moins que nous avons négligé $\frac{3}{1000}$ de seconde dans la valeur de *ES* qui n'étoient point à négliger dans la IVe analogie, puisque dans *AS*, qui est un arc à peu près de la même grandeur, $\frac{2}{100}''$ ont pu produire (si je ne me suis point trompé), une différence de 3″ dans la valeur de *AE*; & en même tems il faut convenir qu'en tenant compte de ces $\frac{3}{1000}$ la valeur de *AE* se trouve encore augmentée, loin de diminuer comme je le souhaitois, pour faire accorder le résultat de la IVe analogie avec ceux de la 4e.

Je n'ai pas abandonné pour cela cette idée & je suis revenu à la déclinaison *AS*; j'ai pensé que puisque la détermination de cet arc demandoit des logarithmes si étendus, il se pouvoit bien que ceux de 14 chiffres ou ne fussent pas encore poussés assés loin ou ne fussent pas calculés assés exactement d'après les sinus naturels pour donner l'arc *AS* avec une précision suffisante. Cette réflexion m'a engagé à avoir recours aux sinus mêmes des Tables dites *de Gellibrand*, où ils sont en 15 chiffres, & j'ai trouvé après avoir bien revu mon calcul $AS = 88°.4'.36'',473$ au lieu de $88°.4'.36'',519$ qu'avoient donné les logarithmes de 14 chiffres dans les mêmes Tables. Si j'avois été à portée alors de refaire ce calcul encore sur les grandes Tables de *Pitiscus* j'en aurois pris la peine, mais je doute que j'eusse trouvé un résultat différent, parce que j'ai reconnu à une autre occasion que les sinus de *Pitiscus*, qui sont aussi de 15 chiffres, ne different que de 3 ou 4 unités dans la derniere figure, d'avec ceux de *Briggs*. Or comme ce résultat ne feroit

(*i*) Ce résultat m'a fait penser qu'il y avoit peut-être une petite erreur dans les Tables d'Avignon eu égard à ce que j'ai dit plus haut sur la valeur de log. cos. *ES* pris dans ces Tables. Pour m'éclaircir là-dessus j'ai calculé de la même maniere par interpolation les logg. cos. $88°.6'.57''$ & $88°.6'.58''$; j'ai trouvé

le 1^r^ = 8.5169184055,
le 2^d^ = 8.5168543970;

dans les Tables ils sont

le 1^r^ = 8.5169184 &
le 2^d^ = 8.5168544,

donc ils sont fort exacts & leur différence 640 que nous avions employée répond à la différence 640085 que donnent les grandes Tables. D'où vient donc qu'en prenant dans celles d'Avignon log. cos. $88°.6'.57'',05$ on trouve 8.5169152 au lieu de 8.5169151 — qu'on devroit trouver? C'est que ce dernier logarithme est proprement celui de cos. 88. 6. 57, 053, & si on prend dans les Tables d'Avignon le logarithme de ce cosinus on trouvera les deux derniers chiffres plus proches même (sauf erreur) de 50 que de 51, au lieu de 52 qu'on trouvoit auparavant en négligeant les $\frac{3}{1000}$ de seconde.

encore qu'augmenter de plus en plus la valeur de AE, j'ai cru avant d'adopter absolument celle de la 4e analogie, devoir passer en revue encore les données qui entrent dans cette analogie.

Nous avons déjà vu que ES pris plus exactement est $= 88^\circ. 6'. 57'',05286$; or comme il s'agit ici de la tangente qui varie même un peu plus encore que le cosinus, il est évident qu'en prenant une tangente de ES un peu plus grande il en doit résulter une tangente de AE encore bien plus grande, mais que la différence cependant ne pourra pas être aussi sensible que s'il s'agissoit de prendre comme dans la IVe analogie le cosinus de AE, parce que vers le 12e degré les cosinus diminuent bien plus lentement que les tangentes; aussi n'ai-je trouvé que $\frac{3}{100}''$ de plus pour AE avec cette tangente corrigée.

Mais nous avons aussi le cos. $(Obl. Ecl. + \gamma)$, & nous devons comprendre à présent la grande influence du cosinus d'un si grand angle. Or s'il ne dépend pas de nous de connoître l'obliquité de l'écliptique avec une précision de dix milliemes de seconde, nous ne pouvons donc plus du moins nous dispenser de prendre l'angle γ avec une précision plus scrupuleuse.

Nous avons trouvé plus haut, par l'analogie R: sin $EB\,(85.20.58,5)$ :: cot. $SB\,(66.4.32,4)$: cot. γ, cet angle $\gamma = 66^\circ. 8'. 44'',25$; c'étoit en nous servant des grandes Tables de *Vlacq*, mais sans tenir compte des secondes différences & en prenant pour abréger $\frac{25}{100}$ au lieu de $\frac{24775}{100000}$ pour les décimales à ajoûter aux secondes entieres. On voit donc d'abord que ces $\frac{225}{100000}''$ prises de trop peuvent déjà faire une augmentation sensible dans AE, mais ce n'est pas tout. En tenant compte d'abord des secondes différences pour cot. SB j'ai trouvé

2°. les décimales de γ - - $= 24767$.

Après cela j'ai tenu compte aussi des secondes différences pour sin EB; j'ai trouvé

3°. les décimales de γ - - $= 24765$.

Comparant ensuite le sinus de 85°. 21° dans *Vlacq* avec celui de *Briggs* dans les Tables de *Gellibrand*, j'ai remarqué que si ce dernier est juste, celui de *Vlacq* est d'une unité trop petit, parce que la derniere figure dans *Vlacq* est 2, & que les cinq dernieres dans *Gellibrand* sont 26711; c'est pourquoi j'ai refait le calcul en employant ces dernieres & en tenant compte de la seconde différence & j'ai trouvé

4°. les décimales de γ - - = 24765.

Enfin pour me satisfaire encore d'avantage j'ai calculé aussi log. cot. *SB* par les mêmes Tables de *Gellibrand*, quoique les logarithmes des tangentes n'y soient à la vérité qu'en dix chiffres comme dans *Vlacq*, & j'ai trouvé en tenant compte des secondes différences

5°. les décimales de γ - - = 24766.

La petite différence entre ce résultat & le précédent ne vient pas de ce que dans *Gellibrand* les arcs donnés varient de 36 en 36 secondes & dans *Vlacq* seulement de dix en dix secondes; car en prenant les secondes différences on a obvié aux suites de cette diversité; mais la raison en est qu'il y a une petite faute d'impression ou de calcul soit dans *Gellibrand* soit dans *Vlacq* dans cette partie des Tables. En effet si l'on compare les logarithmes qui leur sont communs de cot. 66°. 3'. 0" & de cot. 66°. 6'. 0", on trouve pour ce dernier dans l'une & l'autre Table 9,64653,99769, tandis que le premier est dans *Vlacq*, 9,64756,23625 & qu'il finit par un 7 dans *Gellibrand*. Comme il n'importe pas beaucoup pour nous d'aller à la source de cette différence, nous adopterons le résultat le plus probable, savoir 24765, pour les décimales dont il est question, & nous pourrons supposer avec confiance que les deux arcs qui déterminent *AE* dans la 4e analogie sont:

Obl. Ecl. + γ = 23°. 28'. 7",76000 + 66°. 8'. 44",24765
= 89°. 36'. 52",00765 &

ES - - = 88°. 6'. 57",05276.

Cela posé j'ai cherché AE de nouveau avec l'analogie de M. *de la Lande*

$$R : \text{cos.}(Obl.\ Ecl. + \gamma) :: \text{tang. } ES : \text{tang. } AE,$$

& en employant d'abord les Tables d'Avignon pour chaque seconde de la même maniere que ci-dessus pour (5°) j'ai trouvé

7°. $AE = 11°. 33'. 38'',24.$

Mais pour m'assurer mieux de l'exactitude de ce résultat j'ai employé encore une autre méthode dont je n'avois pas fait usage jusqu'à présent, & qui est de prendre cos. $(Obl.\ Ecl. + \gamma)$ & tang. ES dans les Tables de *Vlacq* comme (1°); mais en tenant compte pour ES des secondes différences, en poussant pour $Obl.\ Ecl. + \gamma$ la précision jusqu'aux troisiemes différences & en tenant même compte des secondes différences par une fausse position, lorsque je suis revenu des logarithmes aux nombres (*k*). Moyennant cela j'ai trouvé

8°. $AE = 11°. 33'. 38'',23.$

Cette détermination s'accorde si bien avec la précédente & differe de si peu des déterminations que nous avons obtenues plus haut par la

(*k*) Ayant fait usage ici comme plus haut des formules que M. *de la Lande* a déterminées dans un Mémoire sur les interpolations qu'on trouve inséré dans les Mémoires de l'Académie des Sc. pour 1761, il ne sera pas inutile de faire observer que l'application numérique de ces formules peut aisément conduire à des résultats différens de ceux que donnent d'autres formules connues, par ex. celle de M. *Lambert* indiquée dans les nouvelles Éphémérides de Berlin, sans que cependant les unes ou les autres cessent d'être exactes. Quand on n'emploie que trois termes donnés, & qu'on ne va par conséquent que jusqu'aux secondes différences, les résultats sont les mêmes par l'une & par l'autre méthode; mais s'il s'agit des 3[es], 4[es] &c. différences, c'est alors que ma remarque a lieu; un exemple servira le mieux à l'éclaircir. Dans le Mémoire cité M. *de la Lande* a l'exemple suivant qui se rapporte au calcul du lieu de la Lune:

Heures	Quant.	Diff. I.	Diff. II.	Diff. III.
24	2324			
		16148		
48	18472		27648	
		43796		13824
72	62268		41472	
		85268		
96	147536			

On cherche la quantité qui répond à 50 heures. Or si l'on ne considere que celles qui répondent à 48 heures, 72, & 96, on n'a qu'une seule seconde différence, savoir 41472, & le résultat est le même soit qu'on fasse usage de la formule de M. *de la Lande* soit qu'on emploie celle de M. *Lambert*; mais on veut tenir compte ici des troisiemes différences & pour cet effet on prend encore le terme précédent 2324 qui répond à 24 heures; moyennant cela, on obtient deux secondes différences dont l'une 41472 est encore comme auparavant celle que demande la formule de M. *Lambert*, & dont l'autre 27648

même analogie que nous pouvons nous flatter de connoître parfaitement l'ascension droite cherchée, en supposant que nos données soient exactes (*l*). Cependant il m'a paru que dans la même supposition ces recherches laisseroient pourtant encore quelque chose à désirer si je ne revenois pas encore une fois à la déclinaison *AS* avec nos données en plus en chiffres, & à l'ascension droite *AE* qui dépend de cette déclinaison dans la IV[e] analogie. En conséquence j'ai cherché *AS* d'abord dans les grandes Tables de *Vlacq* en tenant compte des secondes différences & j'ai trouvé cette déclinaison *AS* (3[e] valeur) . . . . . $= 88°. 4'. 36'', 56233$.

Après cela j'ai fait usage des Tables de *Gellibrand* où les logarithmes des sinus sont en 14 chiffres & j'ai trouvé *AS* (*m*) (4[e] valeur)

$= 88°. 4'. 36'', 55629$.

est celle qu'exige la méthode de M. *de la Lande*; avec cette attention, au défaut de laquelle on se tromperoit de plus de 2 minutes sur le lieu de la Lune, on concilie aisément les deux formules.

La raison de cette différence dans les procédés paroît venir de ce que M. *de la Lande* établit cette suite des premieres différences (p. 132)

$$x$$
$$x + \frac{d^2}{m^2} + \frac{d^3}{m^3}$$
$$x + \frac{2d^2}{m^2} + \frac{3d^2}{m^3}$$
$$x + \frac{3d^2}{m^2} + \frac{6d^3}{m^3}$$
&c.

au lieu qu'il auroit pu établir un peu plus simplement celle-ci:

$$x$$
$$x + \frac{d^2}{m^2}$$
$$x + \frac{2d^2}{m^2} + \frac{d^3}{m^3}$$
$$x + \frac{3d^2}{m^2} + \frac{3d^2}{m^3}$$
&c.

Il semble au reste qu'il est en effet plus naturel d'employer la seconde différence 27648 comme répondant plus approchamment à 10 heures, parce qu'elle est sur une même ligne avec 48, & c'est probablement de cette idée que M. *de la Lande* est parti; mais en introduisant les troisiemes différences on obtient la compensation nécessaire.

(*l*) S'il se trouve dans la suite qu'elles ne l'étoient pas, on verra du moins par ce Mémoire de combien mes résultats devront être corrigés proportionellement; c'est pourquoi je n'ai pas corrigé par les centiemes de secondes la longitude & la latitude à raison de la variation séculaire, puisque les dixiemes ne sont encore que très incertains.

(*m*) Il s'est présenté dans ce calcul une singularité qui me paroît mériter d'être indiquée; c'est que: quoique les secondes différences fussent de 7 chiffres & eussent seulement une figure de moins que les premieres, il s'en est beaucoup fallu qu'on ait été obligé d'avoir recours aux troisiemes différences, car les secondes étoient presqu'entierement égales pour l'espace de 36''; l'une

Enfin m'étant procuré aussi de notre Bibliothéque l'Ouvrage très rare de *Pitiscus*, intitulé *Thesaurus mathematicus*, j'ai fait le même calcul par les sinus naturels de 15 chiffres, mais en n'en employant que 13, parce qu'ayant cherché le sinus de 89°. 36'. 52'',00765 séparément dans la grande Table de 10 en 10 secondes, & dans l'appendice du premier & du dernier degré pour chaque seconde, je ne trouvai pas les résultats entièrement d'accord dans les trois dernieres figures. Ainsi dans le doute j'ai préféré d'en omettre deux, n'y ayant pas de conséquence à le faire, comme je m'en suis bien convaincu dans la suite. Lorsque j'ai cherché après cela l'arc correspondant au produit, trouvé sin. (*Obl. Ecl.* + γ) + sin. *ES* = sin. *AS*, j'ai négligé d'abord de tenir compte des secondes différences par fausse position, & j'ai trouvé 6,54728 — pour les secondes simples & les décimales de *AS*; mais en tenant compte de la seconde différence pour cette partie proportionnelle de dix secondes j'ai trouvé qu'il falloit que *AS* fût (5e valeur)

= 88°. 4'. 36'',54621.

Quoique j'eusse tout sujet de croire cette derniere valeur de *AS* préférable aux deux précédentes, j'ai employé cependant toutes les trois pour déterminer *AE* par la IVe analogie. Voici ce que j'ai obtenu.

En employant pour *ES* ainsi que pour la 3e valeur de *AS* les Tables d'Avignon pour chaque seconde (VI°) - *AE* = 11°. 33'. 36'',09.

En faisant usage de la même valeur de *AS*, mais avec *Vlacq* & avec le log. cos. *ES* déterminé en dernier lieu (VII°) *AE* = 11°. 33'. 35'',89.

En soustrayant du même log. cos. *ES* le log. cos. de la 4e valeur de *AS* pris dans les mêmes Tables (VIII°) - *AE* = 11°. 33'. 36'',71.

Enfin en employant de la même maniere la derniere valeur de *AS* (IX°) - - - - - *AE* = 11°. 33'. 38'',22.

Et voilà donc après bien des difficultés l'accord que nous cherchions entre les deux analogies, savoir celle de M. *de la Lande* (4) & la mienne (IV). Il

étoit 1322995, l'autre 1322997. J'ai apperçu ensuite cette singularité au premier coup d'œil dans les grandes Tables de *Pitiscus* pour les sinus naturels, où les secondes & les troisiemes différences sont marquées à côté des premieres & où celles-là sont souvent de 7 chiffres quand celles-ci sont nulles.

Il ne reste par conséquent plus de doute sur la véritable ascension droite de l'étoile polaire en 1770, en admettant les données que nous avons adoptées, & il est évident que jusqu'à ce qu'on établisse des données plus probables on est fondé à augmenter de près de 2 minutes & demie cette ascension droite telle qu'elle est assignée pour 1770 dans les Éphémérides de Vienne & dans la *Connoissance des tems*. Pour ce qui est de la déclinaison, elle reste à très peu près la même: on trouve dans les Éphémérides de Vienne 88°. 4'. 36",4, & mon calcul la donne seulement de $\frac{1\frac{1}{2}''}{10}$ plus grande; mais de 7 ou 8 dixiemes plus grande que celle qui résulte des Tables de l'*Astronomie* de M. *de la Lande*, 2[e] Éd.

On trouvera peut-être que j'aurois pu me dispenser de rapporter toutes les tentatives que j'ai faites pour accorder mon analogie avec celle de M. *de la Lande*, puisque celle-ci ne paroissoit rien laisser à désirer; mais avec un peu d'attention on doit s'appercevoir que ces mêmes recherches nous ont appris à mieux apprécier nos meilleures Tables logarithmiques & trigonométriques, & les précautions qu'on doit suivre dans l'usage de ces Tables, & qu'outre cela elles nous conduisent aux deux remarques très essentielles qui suivent.

I[e] Remarque. Si dans un triangle rectangle dont on connoît l'hypothénuse & un des côtés on cherche l'autre côté, & que les données sont de 88°. ou d'avantage, il est impossible de ne pas se tromper de quelques secondes sur le côté cherché à moins de connoître la valeur des données au moins jusqu'aux milliemes de seconde. En effet nous avons vu qu'en diminuant le côté AS de $\frac{2}{100}''$, tandis que l'hypothénuse ES restoit la même, le côté cherché s'est trouvé plus grand de 3"; ensuite qu'en augmentant AS de $\frac{2}{100}$ & en faisant à ES une petite correction qui diminuoit la différence, AE s'est trouvé trop petit de plus de 2"; enfin qu'en conservant le même log. cos. ES, mais en substituant à la 4[e] valeur de AS la 5[e], on a trouvé entre les deux valeurs de AE $1\frac{1}{2}''$ de différence. Or ces deux dernieres valeurs de AS différant l'une de l'autre assés exactement de $\frac{1}{100}''$, il est clair que si dans une analogie telle que celle dont je parle,

on a pris le côté donné trop grand de $\frac{1}{10}''$, & l'hypothénuse donnée trop petite de $\frac{1}{10}''$, ou réciproquement, il y aura une erreur de 30″ ou 300 fois plus grande dans la détermination du 3ᵉ côté cherché.

IIᵉ Remarque. Si l'on cherche dans un triangle rectangle le côté opposé à un très grand angle approchant de 90°, que l'hypothénuse, ou l'autre donnée, soit aussi très grande, & que l'on demande une précision particuliere dont on a vu par ex. dans la Remarque précédente qu'on peut avoir besoin, il me paroît qu'il n'existe aucune Table de logarithmes ni aucun artifice analytique abrégé (*n*) qui puisse faire obtenir la précision qu'on demande, & qu'il faut absolument avoir recours à des sinus naturels poussés jusqu'à 12 ou 15 chiffres. Or comme de pareils sinus ne se trouvent que dans deux ouvrages extrémement rares, les Tables de *Briggs* publiées

(*n*) *Aucun artifice analytique abrégé:* En effet on a vu dans la Note (*b*) que j'avois employé infructueusement un semblable artifice; c'étoit en considérant dans l'analogie $R : \sin(O.E. + \gamma) :: \sin ES : \sin AS$ les deux sinus donnés comme des cosinus de deux petits angles A & B, & en faisant $R : 1 - 2(\sin\frac{1}{2}A)^2 :: 1 - 2(\sin\frac{1}{2}B)^2 : \sin AS$. J'ai cru que peut-être il existoit cependant quelque méthode qui pourroit faire approcher encore d'avantage; j'en ai parlé depuis avec M. *de la Grange*, & il m'a donné la formule suivante où x est le complément de AS, a le compl. de $(Obl. Ecl. + \gamma)$ & b celui de ES,

$$\sin\frac{x}{2} = \sqrt{\left(\left(\sin\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\sin\frac{b}{2}\right)^2 \times \cos a\right)}.$$
$$= \sqrt{\left(\left(\sin\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\sin\frac{a}{2}\right)^2 \times \cos b\right)}.$$

Mais la démonstration de cette formule étant fondée sur la même propriété de $\cos a = 1 - 2\left(\sin\frac{a}{2}\right)^2$, j'ai d'abord eu lieu de douter qu'elle pût donner avec les Tables ordinaires un résultat aussi exact que l'analogie trigonométrique résolue par les Tables de *Pitiscus* ou de *Gellibrand;* j'en ai cependant fait le calcul en supposant $a = 0°. 23'. 7'', 992$ & $b = 1°. 53'. 2'', 947$, & j'ai trouvé $x = 1°. 55'. 23'', 438$, donc $AS = 88°. 4'. 36'', 562$. On ne peut nier que ce résultat ne soit très exact; on voit qu'il est d'accord avec la 3ᵉ valeur de AS, trouvée avec les grandes Tables de *Vlacq* en tenant compte des secondes différences; mais on voit aussi qu'il n'a pas encore la précision de notre 5ᵉ valeur de AS trouvée avec *Pitiscus*, & qui donne ensuite AE de plus de 2″ plus grande. Il se peut bien que si au lieu d'employer les Tables ordinaires pour la formule de M. *de la Grange*, j'eusse fait usage des mêmes Tables de *Pitiscus*, j'aurois trouvé parfaitement le même résultat que par la méthode commune; mais ç'auroit été prendre un chemin pénible & plus long, sans qu'il en fût moins vrai que nous avons absolument besoin de Tables de sinus naturels plus étendues que les petites Tables ordinaires & moins rares que le *Thesaurus mathematicus* ou la *Trigonometria Britannica.*

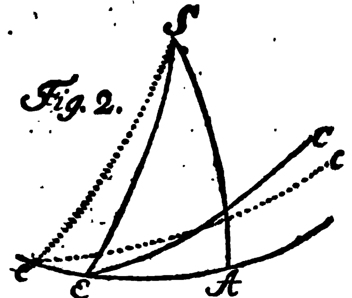
(*Addition.*) Depuis que cette Note a été écrite M. *Lambert* a donné dans les Éphémérides de Berlin 1778. 2ᵉ Part. p. 205. des remarques qui ont trait à la même matiere & que ceux qu'elle intéresse ne doivent pas négliger de consulter.

par *Gellibrand* & le *Thesaurus mathematicus* de *Pitiscus*, il seroit fort à souhaiter qu'on songeât à réimprimer la Table de *Pitiscus* du premier & du dernier degré pour chaque seconde, en y joignant encore les 2 ou 3 degrés suivans tirés de la grande Table de 10 en 10 secondes.

Comme plusieurs personnes se servent des méthodes que j'ai citées sous le nom de *Flamstead* & de *Wolf* pour déterminer l'ascension droite & la déclinaison par la longitude & la latitude, ou réciproquement, il auroit été à propos peut-être d'apprécier plus exactement le degré de précision que ces méthodes admettent suivant les différences des données, mais cette recherche nous meneroit trop loin à tous égards.

Je finirai donc en prévenant un reproche qu'on pourroit me faire sur ce que j'ai allongé encore ce Mémoire en corrigeant l'obliquité de l'écliptique, la longitude & la latitude de l'étoile polaire relativement à la variation séculaire. Comme il s'agissoit de déterminer l'ascension droite & la déclinaison, on aura pu se rappeller que M. *de la Lande* a dit dans la *Connoiss. des Tems* 1762, p. 164. *que si la diminution de l'obliquité de l'écliptique provient de l'altération du grand orbe, comme cela paroît démontré, & non pas du mouvement de l'équateur, cette diminution ne changera ni les ascensions droites ni les déclinaisons & qu'il faudra appliquer seulement aux longitudes & aux latitudes les équations qu'il avoit données;* & cela étant on peut penser qu'il étoit inutile de faire entrer la variation séculaire dans ma réduction à l'année 1770. Mais j'avoue que quoique M. *de la Lande* n'ait jamais rien dit postérieurement que je sache, ni dans l'*Astronomie* ni ailleurs, qui fût opposé à ce passage, je doute fort qu'il soit convaincu encore aujourd'hui de la vérité de cette assertion, qui auroit mérité d'ailleurs quelques éclaircissemens. Je conviens de la chose quant à la déclinaison, mais il n'en est pas de même pour ce qui regarde l'ascension droite, & dès lors je ne pouvois me dispenser de tenir compte de la variation séculaire. Je me suis fondé d'abord généralement sur la considération suivante: que puisque la longitude, la latitude & l'obliquité de l'écliptique déterminent l'ascension droite & la déclinaison, il me paroissoit impossible que les trois données pussent subir un certain changement, de quelque façon qu'on voulût le combiner, sans que

les deux cherchées ou du moins l'une des deux en souffrît quelque altération. Mais voici ensuite comment je me suis fait une idée plus nette de la question dont il s'agit.



Soit *EC* la position de l'écliptique relativement à l'équateur *AE*, par exemple en 1700, *AS* la déclinaison d'une étoile *S*, & *AE* l'ascension droite de la même étoile, & supposons qu'en vertu de l'action des planetes l'écliptique ait pris la direction *ec* de façon que l'équinoxe *E* ou l'intersection de l'écliptique avec l'équateur ait été transportée en *e*, & que l'angle *Aec* représente l'obliquité diminuée de l'écliptique; il me paroît évident que ni l'étoile ni l'équateur n'ayant changé de place la déclinaison *AS* doit en effet être restée absolument la même, & que si dans l'analogie $R : \sin(AEC + CES) :: \sin ES : \sin AS$ on substitue, à raison seulement du dérangement de l'écliptique, les angles *Aec* & *Ces*, & l'hypothénuse *eS*, il faut nécessairement qu'il y ait une telle compensation entre l'accroissement du second sinus & le décroissement du premier, que $\sin AS$ se trouve le même qu'auparavant. Mais s'il s'agit de l'ascension droite, comme elle se compte depuis l'équinoxe, il me paroît démontré qu'elle augmentera de *Ee* dans le cas que représente la Figure.

OBSERVATIONS D'ÉCLIPSES des Années 1773, 1774 & 1775.

tirées des Journaux de l'Observatoire Royal.

Par M. Jean Bernoulli.

C'est ici la Suite des Observations semblables insérées dans le Volume de nos Mémoires pour l'année 1772. Une partie de ces Observations a été faite par M. *Steudel* & par mon Frere le Docteur en Médecine, cités tous deux déjà dans nos Mémoires; mais toutes, tant celles-là que les miennes propres, ont été réduites par moi-même au tems vrai d'après les passages du Soleil ou d'étoiles observés à la lunette méridienne. Il est presqu'inutile de se plaindre ici de l'inconstance extraordinaire de notre climat, qui fait manquer la plûpart des observations qu'on devroit pouvoir faire; & il n'est sans doute personne à l'Académie qui n'ait eu quelque occasion de remarquer combien les jours sont rares où le ciel est beau & on comprend aisément que toutes les observations ne tombent pas toujours sur ces jours favorables. Non seulement il seroit trop long d'indiquer toutes les observations manquées en général par cette raison, mais je n'ose pas même, pour ne pas faire une énumération superflue trop étendue, me permettre la foible consolation de rapporter ici toutes les observations qui n'ont manqué qu'après qu'on a pu espérer de les faire, qu'après qu'on a eu la peine des préparatifs & de la détermination exacte de l'heure de la pendule, & qu'après qu'on a passé inutilement souvent la plus grande partie de la nuit dans l'attente incertaine de l'événement. Je supprime beaucoup d'autres plaintes qui se présentent en foule & j'entre en matiere.

I.

Éclipses des Satellites de Jupiter (*).

En 1773.

Le 23 Juillet *Imm.* du I. Sat. douteuse à $12^h. 50'. 55''$ Tems Obs.
certaine à 12. 51. 0 - -
ou à 12. 12. 40 Tems Vr.

L'observation est de moi; je voyois les bandes passablement.

Le 24 Août *Imm.* du II^d. Sat. dout. à $10^h. 59'. 58''$ T.O.
cert. à 11. 0. 4 T.O.
ou à 10. 58. 40 T.V.

Observation de M. *Steudel.* Il voyoit les bandes très bien & cependant il y avoit beaucoup de vapeurs dans l'air.

Le 25 Septembre, *Imm.* du II. Sat. Il m'a paru, dit M. *Steudel*, le voir encore à $11^h. 4'. 30''$ de la pendule, mais les nuages qui devenoient de plus en plus épais empêcherent de voir l'immersion exactement, & d'autant plus que ♃ est près de son opposition. Je trouve par les passages du Soleil au Méridien le 23 & le 25 qui sont suffisans dans cette occasion, que ces $11^h. 4\frac{1}{2}'$ repondent à $11^h. 10\frac{1}{2}'$ & quelques secondes.

Le 6 Octobre M. *Steudel* a observé l'éclipse complete du IV[e] Satellite. Voici son observation avec mes résultats pour le tems vrai.

A $9^h. 35'$ T.O. }
ou 9. $27\frac{1}{2}$ T.V. } *Apparition* au bord de ♃ douteuse.

A $9^h. 56'. 30''$ T.O. } *Immersion;* mais douteuse, le Sat.
ou 9. 49. 0 T.V. } étant trop près de la planete.

A 11. 51. 40 T.O. } *Émersion*; mais étant fort lente &
ou 11. 44. 10 T.V. } le Satellite encore trop près de ♃.

M. *Steudel* dit qu'il n'a pu la discerner exactement & qu'il croit

(*) On peut trouver en cas de besoin, des éclaircissemens plus détaillés sur ces observations, ainsi que sur les autres, dans mes Journaux.

qu'il faudroit prendre quelques secondes de moins; ce qui est sûr cependant, ajoûte-t-il, c'est que pour cette observation le calcul des Éphémérides de Vienne a été plus juste que celui de la *Connoissance des Tems*.

Peu de jours après M. *Steudel* s'est vû obligé de renoncer à fréquenter l'observatoire. Les Observations suivantes sont de moi, à l'exception de quelques-unes de mon frere que je nommerai.

Le 3 Novembre

Émersion du I. Sat. à $6^h. 43'. 12''$ T.O. } assés bonne.
ou 6. 24. 59 T.V. }

En 1774.

Le 24 Juillet *Imm.* du II. Sat. à $13^h. 54'. 40''$ T.Obs.
ou 13. 35. 56 T.V.

Observation médiocre à cause des fréquens petits nuages qui passoient devant Jupiter. C'est aux passages d'étoiles observés à l'occasion de cette éclipse que j'ai appliqué la solution du Probleme IX. dans nos Éphémérides de l'année 1777 p. 93 de la seconde Partie. (*)

Le 4 Août. *Imm.* du I. Sat.

A $12^h. 38'. 40''$ ou $42''$ T.O. } Je voyois bien les bandes.
ou 12. 15. 48. T.V. }

Le 18 Août.

A $10^h. 39'$ env. T.O. } *Imm.* du III. Sat.
ou 10. 13. 30. T.V. }

A $12^h. 15'. 30''$ T.O. } *Emers.* du III. Sat.
ou 11. 50. 0. T.V. }

Cette Observation est de mon frere *Daniel Bernoulli*; il ne la donne pas pour bien exacte, mais des observations completes du 3[e] Satellite ne sont pas communes.

(*) Voyez aussi *Recueil pour les Astronomes*, T. III. p. 104.

Le 14 Octobre.

A 7^h. 41'. 40" T.O. } *Imm.* du I. Satellite.
ou 7. 30. 40. T.V. }

A 8. 13. 30. T.O. } *Imm.* du II. Satellite.
ou 8. 2. 30. T.V. }

Ces deux Observations sont aussi de mon frere; la seconde est marquée un peu douteuse; j'en supprime une couple d'autres qui par la faute du tems ont réussi encore moins. Les Observations suivantes sont toutes de moi-même, faites après mon retour de mon dernier voyage.

En 1775.

Le 22 Septembre. *Imm.* du I. Sat. à 16^h. 54'. 40" T.O.
ou 16. 14. 15 T.V.

Le tems étoit très serein; j'ai diminué l'ouverture de la lunette (*) avec un diaphragme pour modérer la clarté de la planete. Je me sers depuis longtems dans ces cas, de pareils diaphragmes, en ayant de divers diametres. J'en fais mention ici seulement pour la premiere fois, parce que j'avois négligé jusqu'alors de prendre note quand je m'en étois servi ou non; je les regarde comme très propres à bonifier l'observation, parce qu'ils font disparoître une surabondance de clarté qui feroit souvent qu'on verroit le Satellite plus tard après l'émersion ou qu'on cesseroit plutôt de le voir dans l'immersion. On voit assés au reste que cette idée est différente de la belle invention fort supérieure de M. *Bailly*.

Le 24 Septembre. *Imm.* du I. Sat. à 11^h. 23'. 50" T.O.
ou 10. 47. 53. T.V.

On

(*) C'est toujours celle de M. *Dollond* à triple objectif, munie de l'assortiment d'oculaires N°. 2.

On voyoit un peu de couleurs sur le disque, & je n'ai diminué l'ouverture qu'avec le diaphragme le plus grand qui a 3 pouces d'ouverture. A $11^h. 23'. 44''$ le Satellite étoit déjà presque imperceptible.

Le 1 Octobre. *Imm.* du I. Sat. à $13^h. 21'. 51''$ T.O.
ou 12. 43. 51 T.V.

Observation bonne; par un tems très favorable, & avec le diaphragme de $2\frac{3}{8}$ pouces d'ouverture.

Le 8 Octobre. *Imm.* du I. Sat. à $15^h. 19'. 19''$ T.O.
ou 14. 39. 44. T.V.

Observation un peu douteuse à cause du clair de Lune.

Le 27 Octobre. *Imm.* du III. Sat. à $11^h. 48'. 33''$ ou $34''$ T.O.
ou 11. 3. 20 T.V.

Observation excellente avec le diaphragme $2\frac{3}{4}$ pouces. Le ciel étoit moins serein au tems de l'émersion; des vapeurs dans l'air & une posture trop génée m'en ont fait manquer l'instant précis; mais la durée, à ce qu'il m'a paru, doit avoir été de plus d' $\frac{1}{4}$ d'heure plus longue qu'elle n'étoit annoncée.

II.

Éclipse de Lune.

On n'a pu observer ici dans ces trois années aucune éclipse de Soleil, & une seule éclipse de Lune a pu être observée, encore bien imparfaitement; c'est celle du 30 Septembre 1773, dont M. *Steudel* fit l'observation. „Jusqu'au tems du plus grand obscurcissement, dit-il dans le diaire, le ciel a été couvert, mais peu à peu les nuages se sont rompus, sans qu'on ait pu cependant distinguer les taches sorties de l'ombre." Voici ce qu'il ajoûte ensuite avoir observé; j'y joindrai les Tems vrais conclus des passages du Soleil le 1 & le 2 d'Octobre.

Tems obs.	Tems vrai.	
$8^h. 19'. 0''$	$8^h. 12'. 10''$	*Possidonius* comm. à sortir.
21. 0	14. 10	- - - sorti.
26. 0	20. 10	*Mare crisium* sorti.
35. 30 ou 36. 0	28. 40 ou 29. 10	Fin de l'ombre.

Mon frere a guetté inutilement l'éclipse de Lune du 15 Février 1775 & la même chose m'est arrivée à l'égard de l'éclipse de Soleil le 26 Août suivant.

III.

Occultations d'étoiles par la Lune.

Les plaintes qui me sont échappées au commencement de cet écrit, se rapportent plus particulierement presque aux occultations qu'à quelque autre phénomene que ce soit; un sort semble attaché véritablement à cette espece d'observations; on va être en état d'en juger par la briéveté de cet article.

En 1773.

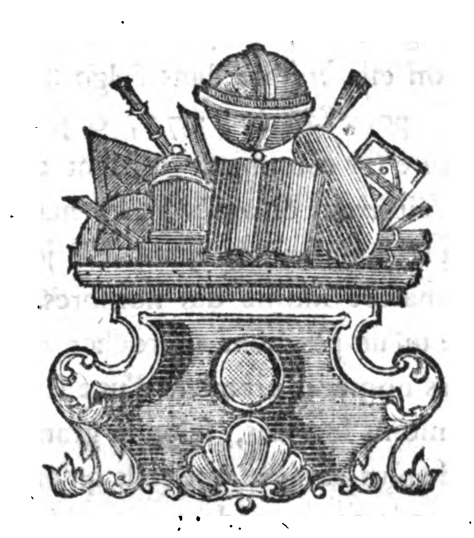
Le 13 Mai M. *Steudel* a observé l'occultation de ♒ par la Lune, à $14^h. 41'. 44''$ de la pendule *R*, qui n'est pas la même que celle que je désigne dans mes Journaux par *A* & dont je me sers le plus communément, parce qu'elle est auprès de l'instrument des passages. Ce Tems observé réduit en Tems vrai suivant la marche de *R* répond à $14^h. 29'. 53''$, & suivant la marche de *A* il répond à $14^h. 29'. 56''$, & comme *R* a une marche plus réguliere, c'est au premier résultat qu'on doit donner la préférence. L'immersion au reste s'est faite au milieu de *Grimaldus*.

Le 1 Novembre: Des nuages m'empêcherent de voir l'immersion d'Aldebaran derriere le disque de la Lune; mais je vis du moins l'étoile peu après l'émersion. A $11^h. 23'$ T. V. elle étoit à un

peu plus de 1' du bord dans la direction de *Grimaldus* & de *Bulialdus*, & si le micrometre objectif n'avoit pas les défauts dont j'ai eu déjà occasion de me plaindre, j'aurois pu continuer de prendre des distances même plus exactes.

En 1774.

Le 24 Septembre: L'immersion de γ♉ doit être arrivée entre 15h. 35' & 36' T. O. ou 15h. 27¾' & 15h. 28¾' T. V. comme elle a été annoncée par M. *Bode*; de petits nuages & un fort *halo* m'ont empêché d'en observer l'instant précis; le ciel s'est ensuite tellement couvert qu'on n'a pu espérer seulement de voir l'émersion. Telle a été à peu près aussi ma chance contraire lors de l'occultation de la même étoile le 14 Septembre 1775.



SOLUTION PARTICULIERE
du Probleme sur les nombres premiers (*).

PAR M. BEGUELIN.

Ce probleme, qui n'a point encore été résolu, consiste à trouver un nombre premier plus grand qu'un nombre donné. M. Fermat qui s'en étoit occupé, croyoit avoir trouvé par induction que les nombres de la forme $2^{2^n} + 1$ étoient tous des nombres premiers; mais M. Euler a montré depuis dans le Tome VI. des Commentaires de Pétersbourg, que cette induction n'est pas générale, & qu'elle manque lorsque $n = 5$. La raison de cette exception est sensible dans l'algorithme dont j'ai donné un Essai dans nos Mémoires pour l'année 1772, & je pourrai le faire voir une autre fois par un Mémoire sur cet objet. Quant au probleme dont je vai parler, il mérite & il a fait avant & après M. Fermat l'attention des plus célebres Analystes, tant par sa difficulté, que par le jour que sa solution complette répandroit sur la nature intime des nombres. La solution que j'en vai donner n'est encore qu'un pas pour approcher de celle qu'on désireroit. Elle ne concerne que les nombres premiers d'une seule forme, & elle exige des opérations plus ou moins longues, selon la grandeur du nombre donné. Ce n'est qu'une méthode plus abrégée que celle qu'on a eue jusqu'ici de trouver certains nombres premiers; cependant cette méthode peut s'appliquer aisément à diverses autres espèces; & d'ailleurs, dans des recherches de cette nature, chaque pas mérite d'être remarqué, ne fût-ce que pour épargner aux autres la peine d'y revenir. J'y suis parvenu à l'aide d'une méthode que j'ai déja indiquée à la fin de mon Essai sur un nouvel algorithme (Nouv. Mém. de l'Acad. pour 1772. p. 349. §. 82 & suiv.). Elle consiste à isoler une

(*) Lu à l'Académie le 24 Mars 1774.

certaine quantité de nombres au milieu d'une suite irréguliere, en sorte que l'on soit assuré que ni les termes antérieurs n'ont des nombres plus grands, ni les termes postérieurs des nombres plus petits que ceux qu'on a embrassés entre les deux limites.

§. 1. La question se réduit donc à reconnoître aisément dans une suite de nombres ainsi isolés ceux qui sont des nombres premiers; & pour cet effet il faut 1°. choisir des nombres premiers de l'espece la plus facile à déterminer; 2°. les composer d'élémens primitifs qui puissent se réduire à de petits nombres; 3°. faire en sorte qu'il soit aisé de trouver les facteurs des nombres qui donnent ces élémens.

§. 2. Or ces trois avantages se trouvent dans les nombres triangulaires & dans les quarrés. On sait que tout triangulaire $\frac{rr+r}{2}$ a pour facteurs, ou $\frac{r+1}{2}$ & r, ou $\frac{r}{2}$ & $r+1$, de sorte qu'il suffit de connoître la racine d'un triangulaire pour avoir ses deux principaux facteurs. Il est connu aussi, & M. Euler l'a démontré dans le Tome IV. des Nouveaux Commentaires de Pétersbourg, que tout nombre impair qui est la somme de deux quarrés premiers entr'eux, est un nombre premier lorsqu'il ne peut pas être décomposé en deux autres quarrés. Enfin si l'on prend pour exprimer ce nombre impair la formule $4ppxx+1$, il est évident que l'élément x qu'il faut déterminer n'est au nombre premier lui-même que comme 1 à $4ppx$.

§. 3. D'après ces considérations, j'ai cherché à déterminer les caracteres de x lorsqu'il est élément primitif, je veux dire lorsque le nombre $4ppxx+1$ est un nombre premier; & à les démêler des élémens composés x, qui donnent $4ppxx+1$ nombre composé; on ne sait que trop que les caracteres des nombres premiers sont pour l'ordinaire négatifs, & c'est aussi ce qu'on trouve ici; car ce n'est qu'en déterminant les élémens composés qu'on trouve les primitifs, par les lacunes qui résultent de cette détermination, à la maniere du crible d'Eratosthene.

§. 4. Puisque les quarrés $4ppxx$ & 1 sont premiers entr'eux, le nombre $4ppxx+1$ est nécessairement premier quand on n'aura pas $4ppxx+1 = 4bb+4cc+4c+1$ ou $xx = \frac{bb+cc+c}{pp}$. Or x est nécessairement plus grand que $\frac{b}{p}$. Soit donc $x = \frac{b}{p}+q$, on a après la substitution $\frac{2bq}{p} = \frac{cc+c}{pp} - qq$.

§. 5. Pour déterminer par cette formule la valeur de x lorsqu'il est élément composé, il est nécessaire de déterminer p en nombre; & pour commencer par le cas le plus facile nous supposerons $p=1$, donc $x = b+q$, & $2bq = cc+c-qq$. Or $cc+c$ étant un double triangulaire est nécessairement pair; il faut donc que q soit pair aussi; posant $q=2m$, l'équation donne $4bm = cc+c-4mm$, & nommant pour abréger $4bm = y$; il s'agit de déterminer tous les cas où y est égal à un double triangulaire moins un quarré pair. Soit donc successivement:

	$cc+c =$	2.	6.	12.	20.	30.	42.	56.	72.	90.	110 ---
	$-4mm =$		4.	16.	36.	64.	100.	144.	196.	256.	324 ---
on a pour	$m=1$, $y=$		2.	8.	16.	26.	38.	52.	68.	86.	106 ---
	$m=2$, $y=$		-	-	-	4.	14.	26.	40.	56.	74.	94 ---
	$m=3$, $y=$		-	-	-	-	-	6.	20.	36.	54.	74 ---
	$m=4$, $y=$		-	-	-	-	-	-	-	8.	26.	46 ---
	&c.								&c.			

Or 1°. toutes ces valeurs de y forment des séries algébriques dont la seconde différence est constante & $=2$; ensuite 2°. le premier terme des premieres différences est successivement $6, 10, 14, 18$ --- ou en général $=4m+2$; enfin 3°. le premier terme de chaque série de y est $=2m$; ainsi la série générale est:

$y = 2m,\ 6m+2,\ 10m+6,\ 14m+12,\ 18m+20$ ---

donc le terme général qui exprime y est $y = (4t+2)m+tt+t$; expression dans laquelle t désigne le tantieme terme de y, à compter de la

premiere série dans laquelle on a $m = 1$, chaque série des y successive commençant au troisieme terme de la précédente.

On a donc $y = 4bm = (4t + 2)m + tt + t$, donc $b = t + \frac{1}{2} + \frac{tt + t}{4m}$, & puisque b est nécessairement un nombre entier, il faut qu'on ait $\frac{tt + t}{4m} = v + \frac{1}{2}$ ou $tt + t = 4mv + 2m$, ce qui donnera $x = (b + 2m) = 2m + v + t + 1$, donc $t = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(16mv + 8m + 1)}$. Mais t lui-même doit aussi être un nombre entier; donc le radical doit être rationel, & contenir un quarré impair.

§. 6. Toutes les fois donc que x sera un élément composé, c. à d. que $4xx + 1$ sera un nombre non premier, il faut que le radical $\sqrt{((2v + 1)8m + 1)}$ soit rationel; & au contraire, toutes les fois que $(2v + 1)8m + 1$ ne sera pas un quarré, x sera un élément primitif, & par conséquent le nombre $4xx + 1$ sera un nombre premier.

Or j'ai montré dans un Mémoire sur l'analyse des nombres triangulaires & quarrés, que non seulement tous les quarrés impairs sont de la forme $8p + 1$, mais de plus qu'ils ne sont des quarrés que lorsque p est un nombre triangulaire, & que réciproquement toutes les fois que p est un nombre triangulaire, $8p + 1$ sera nécessairement un quarré; ainsi le cas $(2v + 1)m = \frac{rr + r}{2}$ donnera toujours $t = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(4rr + 4r + 1)} = r$, & par conséquent pour x une valeur telle que $4xx + 1$ sera un nombre composé, & réciproquement toutes les fois qu'on n'aura pas $(2v + 1)m = \frac{rr + r}{2}$ on sera sûr que x quoique nombre entier est un élément primitif, c. à d. que $4xx + 1$ sera un nombre premier.

§. 7. Mais par la nature des nombres triangulaires, l'un des facteurs de $\frac{rr + r}{2}$ est toujours ou $\frac{1}{2}r$ ou $\frac{1}{2}r + \frac{1}{2}$, & l'autre ou $r + 1$ ou r. Ainsi toutes les fois qu'on aura $v = m$, ou $v + 1 = m$, x sera nécessairement un élément composé. Or le cas $v = m$ donne $x = 5m + 1$;

ce qui renferme tous les nombres entiers qui se terminent par 1 ou par 6; le cas $\nu + 1 = m$ donne $x = 5m + 1$, ce qui contient tous les nombres entiers terminés par 4 ou par 9. Ainsi l'on est déjà certain qu'aucun nombre x, qui a l'une des quatre terminaisons 1. 4. 6. 9, n'est un élément primitif.

§. 8. Ensuite comme tous les quarrés impairs sont de la forme $8p + 1$, il est clair que posant $\nu = 0$, & par conséquent $m = \frac{rr + r}{2}$, on aura (§. 5) $x = rr + 2r + 1 = (r + 1)^2$, donc tous les quarrés au-dessus de l'unité sont encore des valeurs de x qui le mettent au rang des élémens composés; ainsi aucun nombre de la forme $4x^4 + 1$ n'est un nombre premier, si x est plus grand que l'unité.

§. 9. Si tous les élémens composés étoient renfermés dans ces trois cas, rien ne seroit plus facile que de démêler tous les élémens primitifs que nous cherchons. Mais on sait assez que lorsqu'il est question de nombres premiers on ne doit pas s'attendre à n'avoir que des cas réguliers à excepter. Il nous reste donc à déterminer dans chaque cas donné les élémens x, qui sont composés, outre les nombres quarrés, & ceux qui se terminent par 1. 4. 6. & 9.

Tout élément x composé suppose que le radical de la formule trouvée (6) soit rationel, & par conséquent qu'on ait $(2\nu + 1)m = \frac{rr + r}{2}$, auquel cas on a $\sqrt{((2\nu + 1)8m + 1)} = 2r + 1$, & $x = \nu + 2m + r + 1$. Or soit a le nombre au dessus duquel on demande un nombre premier; comme nous supposons que ce nombre premier sera de la forme générale $4ppxx + 1$, ou ici, où nous avons pris $p = 1$, de la forme $4xx + 1$, nous aurons $x = \frac{1}{2}\sqrt{a}$. Nous avons donc à chercher les élémens composés x, depuis le nombre $\frac{1}{2}\sqrt{a}$, en sus, & toutes les lacunes, ou les nombres qui manqueront à la suite naturelle, seront nécessairement des élémens primitifs, qui donneront autant de nombres premiers de la forme $4xx + 1$ plus grands que le nombre a proposé.

§. 10.

§. 10. Pour cet effet nous avons à développer les facteurs $(2\nu + 1)$ & m, de chaque nombre triangulaire dont la racine est $= r$. Mais pour abréger l'opération, il suffit de commencer par le triangle qui donnant la plus grande valeur de x, la donne tout au plus $= \frac{1}{2}\sqrt{a}$; c'est là la limite inférieure du développement.

La limite supérieure est arbitraire; c'est selon qu'on veut avoir plus ou moins de nombres premiers; supposons qu'on veuille développer jusqu'à la valeur de $x = k + \frac{1}{2}\sqrt{a}$, il faudra pousser le développement jusqu'au nombre triangulaire qui donnant la moindre valeur possible de x, la donne au moins égale, ou plus grande que $k + \frac{1}{2}\sqrt{a}$.

§. 11. Reste donc à déterminer le *maximum* & le *minimum* de x dans un même nombre triangulaire. Or la formule étant (§. 9) $x = \nu + 2m + r + 1$, & r étant considéré ici comme constant, il est clair que puisqu'on a $(2\nu + 1)m = \frac{rr + r}{2} = C$, les grandeurs ν & m croissent & décroissent aux dépens l'une de l'autre, & que m contribuant une fois plus que ν à augmenter x, il n'y a point de *maximum* proprement tel, mais que x sera plus grand lorsqu'on posera $\nu = 0$; cependant comme ce cas est celui qui fait x égal à un quarré (§. 8), il suffit de prendre pour *maximum* le cas suivant $\nu = 1$, qui donne $x = 2m + r + 2$. Or on a dans ce cas-ci $2m = \frac{rr + r}{3}$. Ainsi le *maximum* suppose $rr + 4r + 6 = \frac{3}{2}\sqrt{a} = 3x$, & par conséquent $r' = -2 + \sqrt{(-2 + 3x)}$, r' désignant ici la racine du nombre triangulaire qui fait la limite inférieure du développement.

§. 12. Le *minimum* supposeroit par la raison contraire m le plus petit possible, n'étoit qu'à mesure que m diminue ν croît. Ainsi le vrai *minimum* doit être en raison inverse de ce que chacune de ces deux grandeurs contribue à donner la valeur de x; cela veut dire, qu'il faut que ν soit à m comme 2 à 1, ce qui donne $2m = \nu$, si ν est pair; & $2m = \nu \mp 1$ si ν est impair.

Par la méthode ordinaire on auroit $dx = dv + 2dm$; & ayant $(2v + 1)m = C$ on a encore $2v dm + dm = -2m dv$; donc $\frac{4mdm - 2vdm - dm}{2m} = 0$, ce qui donne $4m = 2v + 1$; équation qui est évidemment impossible, mais qui approche autant qu'il est possible du vrai *minimum* $2m = v$.

Posant cette valeur de v dans la formule de x, on a, pour le cas du *minimum*, $x = 2v + r + 1$, & ayant ici $rr + r = 2vv + v$, on a $2v = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(8rr + 8r + 1)}$, donc à peu près $x = r + (r + \frac{1}{2})\sqrt{2} + \frac{1}{2} = k + \frac{1}{2}\sqrt{a} = 2,4r + 1,2$, ce qui donne la racine du plus grand triangle à développer $r'' = \frac{k - 1,2 + \frac{1}{2}\sqrt{a}}{2,4}$ ou $r'' = 0,4k - 0,5 + 0,4x$, en laissant à x sa moindre valeur $= \frac{1}{2}\sqrt{a}$.

§. 13. En développant successivement les facteurs des triangulaires depuis la limite inférieure r' jusqu'à la limite supérieure r'', il est aisé de concevoir qu'on n'a d'abord à développer que les plus grands résultats, en négligeant les plus petits & les moyens; qu'ensuite on néglige successivement les plus grands & les plus petits, pour ne chercher que les résultats moyens, & qu'on finit par ne développer que les plus petits.

Or par les remarques que nous avons faites sur le *maximum* & le *minimum* de x, il est clair que les décroissemens de x, relativement aux nombres triangulaires, se succedent de manière qu'après deux valeurs successives de v dans l'ordre des nombres, suit immédiatement une valeur de m croissant dans le même ordre, en sorte que les rapports de x à $rr + r$ décroissent dans l'ordre suivant:

$$v = 0, \quad 1x - 0 = (r + 1)^2 \;\text{- -}\; x = \tfrac{1}{1}rr + \tfrac{2}{1}r + 1.$$
$$v = 1, \quad 3x - 2 = (r + 2)^2 \;\text{- -}\; x = \tfrac{1}{3}rr + \tfrac{4}{3}r + 2.$$
$$m = 1, \quad 16x - 15 = (2r + 5)^2 \;\text{- -}\; x = \tfrac{1}{4}rr + \tfrac{5}{4}r + 2\tfrac{1}{2}.$$
$$v = 2, \quad 5x - 6 = (r + 3)^2 \;\text{- -}\; x = \tfrac{1}{5}rr + \tfrac{6}{5}r + 3.$$
$$v = 3, \quad 7x - 12 = (r + 4)^2 \;\text{- -}\; x = \tfrac{1}{7}rr + \tfrac{8}{7}r + 4.$$
$$m = 2, \quad 32x - 63 = (2r + 9)^2 \;\text{- -}\; x = \tfrac{1}{8}rr + \tfrac{9}{8}r + 4\tfrac{1}{2}.$$

$v = 4, \quad 9x - 20 = (r + 5)^2 \;\text{- - -}\; x = \frac{1}{9}rr + \frac{10}{9}r + 5.$

$v = 5, \quad 11x - 30 = (r + 6)^2 \;\text{- - -}\; x = \frac{1}{11}rr + \frac{12}{11}r + 6.$

$m = 3, \quad 48x - 143 = (2r + 13)^2 \;\text{- - -}\; x = \frac{1}{12}rr + \frac{13}{12}r + 6\frac{1}{2}.$

&c. &c.

Car puisqu'on a $(2v + 1)m = \frac{rr + r}{2}$ (§. 10) & $x = v + 2m + r + 1$ (§. 9) on a $2m = \frac{rr + r}{2v + 1}$; donc substituant cette valeur dans la formule de x, on a $(2v + 1)x - vv - v = (r + v + 1)^2$ & $x = \frac{1}{2v + 1}rr + \frac{2v + 2}{2v + 1}r + v + 1.$

Pareillement lorsqu'on développe les facteurs m, on a $2v + 1 = \frac{rr + r}{2m}$, donc $v = \frac{rr + r - 2m}{4m}$, & par conséquent $x = \frac{rr + r - 2m}{4m} + 2m + r + 1$, ou $4mx = rr + r + 8mm + 4mr + 2m$, donc $16mx - 16mm + 1 = 4rr + 4r + 16mm + 16mr + 8m + 1 = (2r + 4m + 1)^2$; & $x = \frac{1}{4m}rr + \frac{4m + 1}{4m}r + 2m + \frac{1}{2}$.

§. 14. Lorsqu'on ne se propose de trouver qu'un seul nombre premier plus grand qu'un nombre donné, le Tableau de l'Article précédent indique une méthode très abrégée de le trouver, quoique par voie de tâtonnement: On choisira pour x un nombre proportionné au nombre donné, & tel qu'il ait une des six terminaisons 0, 2, 3, 5, 7 ou 8, puis ajoûtant successivement à ce nombre $2x - 2$, $2x - 4$, $2x - 6$ &c. jusqu'à ce que v ait la valeur $\sqrt{(r'r' + r')}$; ajoûtant de même à $16x - 15$, les nombres successifs $16x - 48$, $16x - 80$, $16x - 112$ &c. qui décroissent par 32 jusqu'à ce que m ait la valeur $\frac{1}{2}\sqrt{(r'r' + r')}$, si aucun des nombres résultants de ces additions n'est un quarré, on sera assuré que $4xx + 1$ est le nombre premier cherché; sitôt au contraire qu'on aura par cette addition un nombre quarré, il est clair que x est un élément composé, & il faudra en recommençant l'opération donner à x une autre valeur, d'une ou de deux unités plus grande, en évitant toujours de choisir ou un nombre quarré, ou un nombre terminé par 1, 4,

6 ou 9. Il n'eſt pas beſoin de faire obſerver que ces additions peuvent être abrégées de moitié & davantage, ſi l'on a l'attention de ne chercher que les terminaiſons qui peuvent convenir aux nombres quarrés, & ſurtout ſi l'on prend pour x des terminaiſons qui reſtreignent les quarrés à une ſeule finale. Cette méthode, au reſte, reviendroit à celle que M. Euler a déjà propoſée pour ce ſujet dans les Nouveaux Mémoires de Pétersbourg Tom. XIII; mais celle que je viens d'indiquer a cet avantage qu'il n'eſt queſtion que de voir ſi l'on rencontre un ſeul quarré, au lieu que dans celle de M. Euler il faut s'aſſurer que l'opération n'en donnera pas deux.

§. 15. Après ces éclairciſſemens préliminaires, nous pouvons paſſer à la ſolution du probleme propoſé.

PROBLEME.

Trouver un nombre premier plus grand que le nombre donné a.

SOLUTION.

On prendra $x = \frac{1}{2}\sqrt{a}$, puis commençant le développement des nombres triangulaires par celui dont la racine eſt $r' = -2 + \sqrt{(-2 + 3x)}$ (§. 11), on ne développera dans chaque triangulaire, à l'aide des deux facteurs $(2r + 1)$ & m, que les valeurs qui donnent $r + 2m + r + 1$ égal ou plus grand que $\frac{1}{2}\sqrt{a}$, & plus petit ou égal à $k + \frac{1}{2}\sqrt{a}$; après quoi tous les nombres de la ſuite naturelle entre $\frac{1}{2}\sqrt{a}$ & $k + \frac{1}{2}\sqrt{a}$, qui n'auront pas été donnés par ce développement, feront autant d'élémens primitifs $= x$, qui donneront pour $4xx + 1$ autant de nombres premiers, tous plus grands que le nombre donné a.

EXEMPLE I.

Trouver un ou pluſieurs nombres premiers au deſſus du nombre donné 100.

§. 16. On a ici $a = 100$, donc $x = \frac{1}{2}\sqrt{100} = 5$, donc (§. 15) $r' = -2 + \sqrt{13} = 1$, ce qui eſt la limite inférieure; je ſuppoſe qu'on veuille aller juſqu'à $x = 15$, on a $k = 10$, donc (§. 12) on

aura pour la limite supérieure $r'' = 4 - 0,5 + 2 = 5,5$; ainsi on a tout au plus à développer les six premiers nombres triangulaires:

$$x = \nu + 2m + r + 1.$$

$r' = 1, (2\nu + 1)m = 1 \times 1, \nu = 0, m = 1$ donne $x = 0 + 2 + 2 = 4$
$r = 2$ - - - - $= 1 \times 3, \nu = 0, m = 3$ - - - $x = 0 + 6 + 3 = 9$
$\nu = 1, m = 1$ - - - $x = 1 + 2 + 3 = 6$
$r = 3$ - - - - $= 2 \times 3, \nu = 1, m = 2$ - - - $x = 1 + 4 + 4 = 9$
$r = 4$ - - - - $= 2 \times 5, \nu = 2, m = 2$ - - - $x = 2 + 4 + 5 = 11$
$r = 5$ - - - - $= 3 \times 5, \nu = 1, m = 5$ - - - $x = 1 + 10 + 6 = 17,7$
$\nu = 2, m = 3$ - - - $x = 2 + 6 + 6 = 14$
$\nu = 7, m = 1$ - - - $x = 7 + 2 + 6 = 15$

Les élémens composés sont donc ici $x = 4. 6. 9. 11. 14. 15$, par conséquent les élémens primitifs sont les nombres déficiens $x = 5. 7. 8. 10. 12. 13$, d'où l'on tire les nombres premiers cherchés

$$4(5)^2 + 1 = 101.$$
$$4(7)^2 + 1 = 197.$$
$$4(8)^2 + 1 = 257.$$
$$4(10)^2 + 1 = 401.$$
$$4(12)^2 + 1 = 577.$$
$$4(13)^2 + 1 = 677.$$

Exemple II.

Trouver un ou plusieurs nombres premiers au dessus du nombre donné 1000.

§. 17. On a ici $x = \frac{1}{2}\sqrt{1000} = 15\frac{1}{2}$; supposons donc que nous voulons chercher les élémens primitifs depuis $x = 16$ jusqu'à $x = 30$, & comme $x = 16$ est, par sa terminaison, très sûrement un élément composé, on peut commencer le développement par $x = 17$; on a donc le *minimum* $r' = -2 + \sqrt{(-2 + 3 \times 17} = 5$, & ayant ici pris $k = 13$, on a la limite supérieure $r'' = 5,2 - 0,5 + 6,8$ (§. 12) $= 11,5$.

$$x = \nu + 2m + r + 1.$$

$r' = 5$,	$(2\nu+1)m = 3\times5$,	$\nu = 1$,	$m = 5$, donne	$x = 1 + 10 + 6 = 17$
$r = 6$	- - - - $= 3\times7$,	$\nu = 1$,	$m = 7$ - -	$x = 1 + 14 + 7 = 22$
		$\nu = 3$,	$m = 3$ - -	$x = 3 + 6 + 7 = 16$
		$\nu = 10$,	$m = 1$ - -	$x = 10 + 2 + 7 = 19$
$r = 7$	- - - - $= 4\times7$,	$\nu = 3$,	$m = 4$ - -	$x = 3 + 8 + 8 = 19$
$r = 8$	- - - - $= 4\times9$,	$\nu = 4$,	$m = 4$ - -	$x = 4 + 8 + 9 = 21$
$r = 9$	- - - - $= 5\times9$,	$\nu = 2$,	$m = 9$ - -	$x = 2 + 18 + 10 = 30$
	$= 3\times3.5$	$\nu = 4$,	$m = 5$ - -	$x = 4 + 10 + 10 = 24$
		$\nu = 7$,	$m = 3$ - -	$x = 7 + 6 + 10 = 23$
$r = 10$	- - - - $= 5\times11$,	$\nu = 5$,	$m = 5$ - -	$x = 5 + 10 + 11 = 26$
$r'' = 11$	- - - - $= 6\times11$,	$\nu = 5$,	$m = 6$ - -	$x = 5 + 12 + 12 = 29$

Les élémens composés sont donc ici 16. 17. 19. 21. 22. 23. 24. 26. 29. 30, auxquels il faut encore joindre le quarré intermédiaire 25, qui résulte du cas $\nu = 0$ que nous négligeons (§. 11); reste donc que nous avons ici d'élémens primitifs: $x = 18.\ 20.\ 27.\ 28$, qui donnent quatre nombres premiers au dessus de 1000, savoir:

$$4(18)^2 + 1 = 1297.$$
$$4(20)^2 + 1 = 1601.$$
$$4(27)^2 + 1 = 2917.$$
$$4(28)^2 + 1 = 3137.$$

E x e m p l e III.

Trouver un ou plusieurs nombres premiers au dessus du nombre donné dix mille.

§. 18. Ici on a $x = \frac{1}{2}\sqrt{10000} = 50$, donc la limite inférieure $r' = -2 + \sqrt{(148)} = 10 +$

Je suppose qu'on veuille développer les élémens depuis 50 à 70; on aura $k = 20$, donc (§. 12.) $r'' = 8 + 20 - 0{,}5 = 28 - \frac{1}{2}$.

Formule générale:

$$x = \nu + 2m + r + 1,$$

$r = 11, (2\nu + 1)m = 6 \times 11, \nu = 1, m = 22, x = 1 + 44 + 12 = 57$

$r = 12$ - - - - $= 6 \times 13, \nu = 1, m = 26, x = 1 + 52 + 13 = 66$

$r = 13$ - - - - $= 7 \times 13, \nu = 45, m = 1, x = 45 + 2 + 14 + 61$

$r = 14$ - - - - $= 7 \times 15, \nu = 2, m = 21, x = 2 + 42 + 15 = 59$

$\nu = 52, m = 1, x = 52 + 2 + 15 = 69$

$r = 15$ - - - - $= 8 \times 15, \nu = 2, m = 24, x = 2 + 48 + 16 = 66$

$r = 16$ - - - - $= 8 \times 17$ - - -

$r = 17$ - - - - $= 9 \times 17, \nu = 4, m = 17, x = 4 + 34 + 18 = 56$

$r = 18$ - - - - $= 9 \times 19, \nu = 4, m = 19, x = 4 + 38 + 19 = 61$

$\nu = 28, m = 3, x = 28 + 6 + 19 = 53$

$r = 19$ - - - - $= 10 \times 19$ - - -

$r = 20$ - - - - $= 10 \times 21, \nu = 7, m = 14, x = 74 + 28 + 21 = 56$

$\nu = 10, m = 10, x = 10 + 20 + 21 = 51$

$\nu = 17, m = 6, x = 17 + 12 + 21 = 50$

$r = 21$ - - - - $= 11 \times 21, \nu = 5, m = 21, x = 5 + 42 + 22 = 69$

$\nu = 10, m = 11, x = 10 + 22 + 22 = 54$

$\nu = 16, m = 7, x = 16 + 14 + 22 = 52$

$\nu = 38, m = 3, x = 38 + 6 + 22 = 66$

$r = 22$ - - - - $= 11 \times 23, \nu = 11, m = 11, x = 11 + 22 + 23 = 56$

$r = 23$ - - - - $= 12 \times 23, \nu = 11, m = 12, x = 11 + 24 + 24 = 59$

$r = 24$ - - - - $= 12 \times 25, \nu = 12, m = 12, x = 12 + 24 + 25 = 61$

$\nu = 37, m = 4, x = 37 + 8 + 25 = 70$

$r = 25$ - - - - $= 13 \times 25, \nu = 12, m = 13, x = 12 + 26 + 26 = 64$

$\nu = 32, m = 5, x = 32 + 19 + 26 = 68$

$r = 26$ - - - - $= 13 \times 27, \nu = 13, m = 13, x = 13 + 26 + 27 = 66$

$\nu = 19, m = 9, x = 19 + 18 + 27 = 64$

$r = 27$ - - - - $= 14 \times 27, r = 13, m = 14, x = 13 + 28 + 28 = 69$

Les élémens développés ici sont:

$x = 50. 51. 52. 53. 54. 56. 57. 59. 61. 64. 66. 68. 69. 70.$

Donc on a les élémens primitifs:

$$x = 55.58.60.62.63.65.67$$

& par conséquent nombres premiers au dessus de 10000

$$4(55)^2 + 1 = 12101.$$
$$4(58)^2 + 1 = 13457.$$
$$4(60)^2 + 1 = 14401.$$
$$4(62)^2 + 1 = 15377.$$
$$4(63)^2 + 1 = 15877.$$
$$4(65)^2 + 1 = 16901.$$
$$4(67)^2 + 1 = 17957.$$

Exemple IV.

Trouver un ou plusieurs nombres premiers au dessus du nombre donné cent mille.

§. 19. Ayant $x = \frac{1}{2}\sqrt{100000}$ j'ai $x = 159$, donc la limite inférieure $r' = -2 + \sqrt{(-2+3x)}$ est $r' = 19 +$.

Si l'on développe les élémens depuis 159 jusqu'à 165 on aura $k = 6$, donc la limite supérieure donne ici (§. 12) $r'' = 2,4 - 0,5 + 63,6 = 65 +$, ce qui donne 46 nombres triangulaires à développer:

Formule générale.

$$x = \nu + 2m + r + 1.$$

$r' = 20$, $(2\nu + 1)m = 10 \times 21$, $\nu = 1$, $m = 70$, $x = 1 + 140 + 21 = 162$
$r = 21$ - - - - $= 11 \times 21$ - - -
$r = 22$ - - - - $= 11 \times 23$ - - -
$r = 23$ - - - - $= 12 \times 23$ - - -
$r = 24$ - - - - $= 12 \times 25$ - - -
$r = 25$ - - - - $= 13 \times 25$, $\nu = 2$, $m = 65$, $x = 1 + 130 + 26 = 158$
$r = 26$ - - - - $= 13 \times 27$ - - -
$r = 27$ - - - - $= 14 \times 27$ - - -
$r = 28$ - - - - $= 14 \times 29$ - - -

$r = 29$,

$r=29, (2v+1)m=15\times29$ - - -

$r=30$ - - - - $=15\times31$ - - -

$r=31$ - - - - $=16\times31$ - - -

$r=32$ - - - - $=16\times33$ - - -

$r=33$ - - - - $=17\times33$ - - -

$r=34$ - - - - $=17\times35$ - - -

$r=35$ - - - - $=18\times35$ - - -

$r=36$ - - - - $=18\times37$ - - -

$r=37$ - - - - $=19\times37$ - - -

$r=38$ - - - - $=19\times39, m=3, \quad v=123, x=123+6+39=168$

$r=39$ - - - - $=20\times39, v=6, \quad m=60, \quad x=6+120+40=166$

$r=40$ - - - - $=20\times41$ - - -

$r=41$ - - - - $=21\times41$ - - -

$r=42$ - - - - $=21\times43$ - - -

$r=43$ - - - - $=22\times43$ - - -

$r=44$ - - - - $=22\times45$ - - -

$r=45$ - - - - $=23\times45, m=5, \quad v=103, x=103+10+46=159$

$r=46$ - - - - $=23\times47$ - - -

$r=47$ - - - - $=24\times47$ - - -

$r=48$ - - - - $=24\times49, v=11, m=56, \quad x=11+112+49=172$

$r=49$ - - - - $=25\times49, v=12, m=49, \quad x=12+98+50=160$

$r=50$ - - - - $=25\times51, v=12, m=51, \quad x=12+102+51=165$

$r=51$ - - - - $=26\times51$ - - -

$r=52$ - - - - $=26\times53$ - - -

$r=53$ - - - - $=27\times53, v=13, m=53, \quad x=13+106+54=173$

$r=54$ - - - - $=27\times55, v=16, m=45, \quad x=16+90+55=161$

$r=55$ - - - - $=28\times55, v=17, m=44, \quad x=17+88+56=161$

$r=56$ - - - - $=28\times57$ - - -

$r=57$ - - - - $=29\times57$ - - -

$r=58$ - - - - $=29\times59$ - - -

$r=59$ - - - - $=30\times59, m=10, \quad v=88, \quad x=88+20+60=168$

$r=60$ - - - - $=30\times61, m=10, \quad v=91, \quad x=91+20+61=172$

$r = 61, (2\nu + 1)m = 31 \times 61$ - - -

$r = 62$ - - - - $= 31 \times 63$, $\nu = 31$, $m = 31$, $x = 31 + 62 + 63 = 156$

$r = 63$ - - - - $= 32 \times 63$, $\nu = 31$, $m = 32$, $x = 31 + 64 + 64 = 159$

$r = 64$ - - - - $= 32 \times 65$, $\nu = 32$, $m = 32$, $x = 32 + 64 + 65 = 161$

$r = 65$ - - - - $= 33 \times 65$, $\nu = 32$, $m = 33$, $x = 32 + 66 + 66 = 164$

$m = 15$, $\nu = 71$, $x = 71 + 30 + 66 = 167$

$\nu = 27$, $m = 39$, $x = 27 + 78 + 66 = 171$

$r = 66$ - - - - $= 33 \times 67$, $\nu = 33$, $m = 33$, $x = 33 + 66 + 67 = 166$

Les élémens composés qui résultent de ce développement depuis 159 jusqu'à 165 sont $x = 159. 160. 161. 162. 164. 165.$

Il n'y a donc ici d'élément primitif que le seul nombre 163, donc $4(163)^2 + 1 = 106277$ est le nombre premier cherché.

Mais on y peut encore joindre les deux élémens 157 & 170 qui ne se trouvent ni dans ce développement ni en le poussant jusqu'au 70e triangulaire, car on a:

$r = 67$ - - 34×67 - - $\nu = 33$, $m = 34$, $x = 33 + 68 + 68 = 169.$

$r = 68$ - - 34×69 - - $\nu = 34$, $m = 34$, $x = 34 + 68 + 69 = 171.$

$r = 69$ - - 35×69 - - $m = 23$, $\nu = 52$, $x = 52 + 46 + 70 = 168.$

$m = 21$, $\nu = 57$, $x = 57 + 42 + 70 = 169.$

$r = 70$ - - 35×70 - - $\nu = 35$, $m = 35$, $x = 35 + 70 + 71 = 176.$

On est donc assuré que l'on a pour nombres premiers

$$4(157)^2 + 1 = 98597.$$
$$4(170)^2 + 1 = 115601.$$

Au reste, quoiqu'il y eût ici 46 nombres triangulaires à développer, l'opération se réduit à moins de la moitié, parce que la simple inspection des deux facteurs de chaque nombre triangulaire, surtout lorsque ces facteurs, ou du moins l'un d'eux, sont des nombres premiers, indique au premier coup d'œil si l'on en pourra tirer des valeurs de ν & de m propres à donner les élémens qu'on cherche; en observant dans cette recherche les principes sur la gradation des ν & des m que j'ai détaillés §. 13.

EXEMPLE V.

Trouver un ou plusieurs nombres premiers au dessus d'un million.

§. 20. On a ici $x = \frac{1}{2}\sqrt{1000000} = 500$, donc la limite inférieure $r' = -2 + \sqrt{(1498)}$ est $= 36$.

Si l'on prend ici $k = 10$, on a pour la limite supérieure $r'' = 0{,}4k + 0{,}4 \times x - 0{,}5 = 203$. Il y auroit donc 168 triangulaires à développer; mais pour nous épargner cette peine, & donner en même tems un exemple de la méthode proposée à l'Article 14, nous l'emploierons ici à la recherche des élémens primitifs qu'il est question de trouver.

Ayant ici pour x les valeurs 500. 501. 502. 503. 504. 505. 506. 507. 508. 509. 510, éliminons d'abord ceux dont nous savons d'avance qu'ils donnent des nombres composés; ce sont 501. 504. 506 & 509; reste donc à examiner les nombres 500. 502. 503 &c. jusqu'à ce que nous ayons un élement primitif.

Examen de l'élément

$x = 500.$

$v = 0$, $3x - 2$	$= 1498$.	1 diff.	$m = 1$, $16x - 15$	$= 7985$.	1 diff.
$v = 1$, $5a - 6$	$= 2494$.	996	$m = 2$, $32x - 63$	$= 15937$.	7952
	$+ 1986$			$+ 15808$	
$v = 4$ - - -	4480		$m = 4$ - - -	31745	
	990			$+ 7856$	
$v = 5$ - - -	5470		$m = 5$ - - -	$39601 = 199^2$	
	$+ 1974$				
$v = 7$ - - -	7444				
	$+ 1966$				
$v = 9$ - - -	9410.				

Il n'est pas besoin de pousser le développement plus loin; puisque $m = 5$ donne un nombre quarré, il est évident que 500 est un élément composé.

Au reste ce nombre n'étoit pas commode à développer, puisqu'il peut donner des quarrés de quatre terminaisons 0, 1, 4, 5. Il faut observer pour la facilité de l'addition, que les différences secondes sont toujours constantes; celle des v est toujours $= -2$, & celle des $m =$ -32. Ainsi dès qu'on a le premier terme des différences premieres, comme dans notre exemple 996 & 7952, on a tous les termes additifs suivans; il ne s'agit que d'en accumuler autant qu'il en faut pour que les nombres successivement trouvés par cette addition aient des terminaisons qui conviennent aux quarrés.

Examen de l'élément
$x = 502$.

Comme ici les deux premiers nombres que donnent $v = 1$, $v = 2$ sont 1504 & 2504, ainsi la premiere différence $= 1000$, il y aura toujours quatre différences telles que 998, 996, 994, 992 à ajoûter avant d'avoir une terminaison propre au quarré; après quoi revient une addition simple d'une différence terminée par 0 telle que 990, en sorte que toutes les sommes auront 4 pour leur finale. On peut donc former de ces sommes deux progressions, dont les premieres différences diminueront constamment de $2 + 4 + 8 + 16 + 2 \times 10 = 50$,

l'une sera: $(1504) + 4980 + 4930 + 4880$ - - -
l'autre: $(2504) + 4970 + 4920 + 4870$ - - -

Pareillement quant aux m le premier nombre qui ait une terminaison convenable aux quarrés est $m = 2$ - - $32x - 63 = 16001$, & sa différence du précédent 8017 est 7984. Ainsi il y a à ajoûter 7952 $+ 7920 + 7888$, avant d'avoir une terminaison convenable, qui sera encore 1; puis ajoûtant $7856 + 7824$ on aura encore une terminaison $= 1$. Ces retours donnent aussi deux progressions, dont les premieres différences diminueront constamment de $32 + 64 + 128 + 256$ $+ 32 \times 10 = 800$,

l'une sera: $(16001) + 39440 + 38640 +$ - - -
l'autre $= (39761) + 38960 + 38160 +$ - - -

Et comme on auroit eu à développer les nombres triangulaires jusqu'à $r = 204$ qui donne $(3\nu + 1)m = 102 \times 205$, il faut développer jusqu'à la valeur de $\nu = 103$, & par conséquent aussi jusqu'à la valeur de $m = \frac{\nu+1}{2} = 52$.

Or ce développement donne:

$\nu = 1$, 1504	$\nu = 2$, 2504	$m = 2$, 16001	$m = 5$, 39761
+ 4980	+ 4970	+ 39440	+ 38960
$\nu = 6$, 6484	$\nu = 7$, 7474	$m = 7$, 55441	$m = 10$, 78721
+ 4930	+ 4920	+ 38640	+ 38160
$\nu = 11$, 11414	$\nu = 12$, 12394	$m = 12$, 94081	$m = 15$, 116881
+ 4880	+ 4870	+ 37840	+ 37560
$\nu = 16$, 16294	$\nu = 17$, 17264	$m = 17$, 131921	$m = 20$, 154241
+ 4830	+ 4820	+ 37040	+ 36560
$\nu = 21$, 21124	$\nu = 22$, 22084	$m = 22$, 168961	$m = 25$, 190801
+ 4780	+ 4770	+ 36240	+ 35760
$\nu = 26$, 25904	$\nu = 27$, 26854	$m = 27$, 205201	$m = 30$, 226561
+ 4730	+ 4720	+ 35440	+ 34960
$\nu = 31$, 30634	$\nu = 32$, 31574	$m = 32$, 240641	$m = 35$, 261521
+ 4680	+ 4670	+ 34640	+ 34160
$\nu = 36$, 35314	$\nu = 37$, 36244	$m = 37$, 275281	$m = 40$, 295681
+ 4630	4620	+ 33840	+ 33360
$\nu = 41$, 39944	$\nu = 42$, 40864	$m = 42$, 309121	$m = 45$, 329041
4580	+ 4570	+ 33040	+ 32560
$\nu = 46$, 44524	$\nu = 47$, 45434	$m = 47$, 342161	$m = 50$, 361601
+ 4530	+ 4520	+ 32240	31760
$\nu = 51$, 49054	$\nu = 52$, 49954	$m = 52$, 374401	$m = 55$, 393361
+ 4480	+ 4470	+ 31440	
$\nu = 56$, 53534	$\nu = 57$, 54424	$m = 57$, 405841	

	53534		54424
	+ 4430		+ 4420
$\nu = 61$,	57964	$\nu = 62$,	58844
	+ 4380		+ 4370
$\nu = 66$,	62344	$\nu = 67$,	63214
	+ 4330		+ 4320
$\nu = 71$,	66674	$\nu = 72$,	67534
	+ 4280		+ 4270
$\nu = 76$,	70954	$\nu = 77$,	71804
	+ 4230		+ 4220
$\nu = 81$,	75184	$\nu = 82$,	76024
	+ 4180		+ 4170
$\nu = 86$,	79364	$\nu = 87$,	80194
	+ 4130		+ 4120
$\nu = 91$,	83494	$\nu = 92$,	84314
	+ 4080		+ 4070
$\nu = 96$,	87574	$\nu = 97$,	88384
	+ 4030		+ 4020
$\nu = 101$,	91604	$\nu = 102$,	92404
	+ 3980		+ 3970
$\nu = 106$,	95584	$\nu = 107$,	96374

Comme aucun de ces nombres, quoique terminés par 1 & par 4, ne sont des quarrés, il est démontré que 502 est un élement primitif & par conséquent $4(502)^2 + 1 = 1008017$ est le nombre premier cherché, qui est plus grand qu'un million.

REMARQUE GÉNÉRALE.

§. 21. Lorsque x se trouve être un élément composé, on pourra toujours trouver les diviseurs du nombre $4xx - 1$ à l'aide de la formule que M. Euler a donnée dans le 4e Tome des Nouv. Commentaires de Pétersbourg.

Car ayant ici $N = (2x)^2 + 1^2 = (2b)^2 + (2c+1)^2$, on aura toujours $\frac{2b-1}{2x-2c-1} = \frac{t}{s}$, fraction qui réduite aux moindres termes donne le diviseur cherché $= tt + ss$; ou $= \frac{tt+ss}{2}$. Or la méthode dont nous déterminons l'élément composé x fait toujours connoître les valeurs de v, m & r, & ayant $b = v + r + 1$ §. 5, b sera connu, & par conséquent aussi c.

Par exemple, ayant trouvé §. 19. que $x = 160$ est un élément composé, on demande le diviseur du nombre $4(160^2) + 1 = 102401$. Or la formule $x = v + 2m + r + 1$, qui nous a donné $x = 160$, supposoit $v = 12$, $m = 49$, $r = 49$, donc $b = v + r + 1 = 62$, & $4bb = 15376$, donc $4cc + 4c + 1 = 102401 - 15376 = 87025$, donc $2c + 1 = 295$, donc $\frac{2b-1}{2x-2c-1} = \frac{t}{s} = \frac{123}{25}$, donc $tt + ss = 15754$, donc le diviseur cherché est 7877, nombre premier.

Remarque 1. En combinant les racines paires ensemble, comme M. Euler le conseille, on auroit $\frac{x-b}{c} = \frac{t}{s}$, ce qui dans ce cas-ci donne $\frac{t}{s} = \frac{98}{147} = \frac{2}{3}$, donc $tt + ss = 13$, qui est l'autre diviseur du nombre 102401.

Remarque 2. Si l'on a trouvé l'élément composé x par la voie du tâtonnement (§. 13 & 14), ce sera ou à l'aide des v, ou à l'aide des m, & dans les deux cas connoissant x & v, ou x & m; on aura r par les équations $(2v+1)x - vv - v = (r + v + 1)^2$; & $16mx - 16mm + 1 = (2r + 4m + 1)^2$. Or ayant r, x, v ou m, on a b, & par conséquent c. Ainsi cette méthode donnera aussi toujours les diviseurs du nombre $4xx + 1$. Par exemple, ayant trouvé §. 21 que $x = 500$ est un élément composé, parce que $m = 5$ donne un quarré, l'équation $16mx - 16mm + 1 = (2r + 4m + 1)$ devient dans ce cas-ci $16 \times 2500 - 16 \times 25 + 1 = (2r + 21)^2 = 199^2$, donc $r = 89$.

Or l'équation fondamentale $x = v + 2m + r + 1$ est ici $500 = v + 10 + 89 + 1$, donc $v = 400$, donc $b = v + r + 1 = 490$, & $c = 99$, donc $\frac{x-b}{c} = \frac{t}{s} = \frac{10}{99}$, & $tt + ss = 9901$, nombre premier, l'un des diviseurs de 1000001; l'autre diviseur se trouve par la formule $\frac{2b-1}{2x-2c-1} = \frac{t}{s} = \frac{979}{801} = \frac{11}{9}$, qui donne $tt + ss = 121 + 81$, & par conséquent le diviseur cherché $= 101$.

REMARQUE 3. Pour trouver plus aisément ces diviseurs, lorsque l'élément composé x est connu par la voie du tâtonnement (§. 13), il suffit d'observer que le quarré trouvé en développant v est précisément le quarré bb; car ce quarré est $(v + r + 1)^2$ (§. 13), & l'on a toujours $b = x - 2m$, or $x = v + 2m + r + 1$, donc $b = v + r + 1$; ainsi b est donné immédiatement.

Si au contraire c'est en développant m qu'on rencontre un quarré, ce quarré sera $= (2c + 1)^2$, & par conséquent c est immédiatement connu. En effet, le quarré que donne ici m est $= (2r + 4m + 1)^2$ (§. 13). Or on a toujours $4mm + 4bm = cc + c$ (§. 5), & substituant pour b, sa valeur $v + r + 1$, cette équation devient $4mm + 4vm + 4rm + 4m = cc + c$. Or par l'équation $(2v + 1)m = \frac{rr + r}{2}$ on a $v = \frac{rr + r - 2m}{4m}$, donc $(2c + 1)^2 = (2r + 4m + 1)^2$, & $c = r + 2m$, d'où l'on voit en général que lorsque x est un élément composé, on a toujours $x + r = b + c$.

REMARQUE 4. Lorsqu'on voudra employer le tâtonnement, on pourra encore, au lieu de la méthode que j'ai indiquée §. 13 & 20, se servir de celle que M. Euler a proposée dans le Tome cité des Nouveaux Commentaires de Pétersbourg; qui sera d'autant plus abrégée qu'il n'est besoin ici que de trouver un seul quarré, & qui se réduit à deux seules colonnes lorsqu'on examinera des élémens x, terminés par 2, 3, 7 ou 8; car ces quatre terminaisons donnent le nombre $4xx - 1$ terminé par 7; or si ce nombre

nombre est somme de deux autres quarrés, il faut que le quarré pair ait la finale 6, & l'impair la finale 1. Ainsi soustrayant pour l'une des deux colonnes, le plus grand quarré terminé par 1, au dessous de $4xx+1$, qui sera toujours $(2x-5)^2$ ou $(2x-3)^2$, on aura un reste terminé par 6, auquel ajoûtant successivement $(40x-200)$, $(40x-400)$, $(40x-600)$ &c. si le quarré soustrait étoit $(2x-5)^2$, ou $(40x-160)$, $(40x-360)$, $(40x-560)$, s'il étoit $(2x-3)^2$, jusqu'à ce que la somme soit plus grande que $2xx$; il sera aisé de voir si aucune de ces sommes est un quarré.

On procédera de même pour l'autre colonne; on aura d'abord $4xx+1-(2x-7)^2$, ou $4xx+1-(2x-5)^2$, à quoi on ajoûtera successivement $(40x-240)$, $(40x-440)$, $(40x-640)$ &c. ou $(40x-200)$, $(40x-400)$, $(40x-600)$ &c. toutes les sommes seront terminées par 6, & si aucune d'elles n'est un quarré, il sera démontré que l'élément x est un élément primitif. Les premiers termes des deux colonnes seront toujours, ou $4xx+1-(2x-5)^2$ & $4xx+1-(2x-7)^2$, ou $4xx+1-(2x-3)^2$ & $4xx+1-(2x-5)^2$; & par conséquent ou $20x-24$ & $28x-48$; ou $12x-8$ & $20x-24$.

Remarque 5. Si l'élément x a pour finale 5 ou 0, la finale du nombre $4xx+1$ sera $=1$. Or si ce nombre est la somme de deux autres quarrés, leurs finales sont ou 5 & 6, ou 1 & 0; dans le premier cas le premier quarré terminé par 5 à soustraire sera $(2x-5)^2$, & le second $(2x-15)^2$, dont la différence est $40x-200$.

Ainsi les sommes successives seront

$$(20x-24),\ (60x-224),\ (100x-624)\ \text{---}$$

ou bien la série additive sera:

$$(20x-24)+(40x-200)+(40x-400)+(40x-600)\text{---}$$

jusqu'au terme qui excédera $2xx$.

Dans le second cas, le premier quarré terminé par 0 à soustraire sera $(2x-10)^2$. Ainsi le premier reste est $40x-99$, le second quarré

qui ſuccede ſeroit $(2x - 20)^2$ dont la différence au premier eſt $(40x - 300)$.

Ainſi les ſommes ſucceſſives à examiner ſeront
$(40x - 99)$, $(80x - 399)$, $(120x - 899)$, $(160x - 1599)$----

On n'aura donc non plus que deux colonnes pour les élémens x terminés par 0 & 5, & de plus l'addition étant ici de $40x$, au lieu de 20, l'opération ſera réduite à moitié.

REMARQUE 6. Ayant trouvé dans le Tome IX. des Nouveaux Commentaires de Pétersbourg un Mémoire de M. Euler dans lequel il développe par une méthode très ingénieuſe tous les nombres premiers de la forme $aa + 1$, qui revient à notre forme $4xx + 1$, juſqu'à la valeur de l'élément $a = 1500$, je ne m'arrêterai pas à développer de nouveaux exemples. J'obſerverai ſeulement que la méthode de M. Euler eſt entierement différente de celle que je propoſe ici, qu'elle ſuppoſe que pour toutes les valeurs de l'élément a depuis l'unité on conſtruiſe une Table des diviſeurs de $aa + 1$ juſqu'au nombre $aa + 1$, au deſſous duquel on cherche les nombres premiers; ce qui n'eſt point néceſſaire dans la méthode que je viens d'expoſer, mais qui d'un autre côté a le déſavantage d'être plus longue à meſure qu'on ſe propoſe de trouver un nombre premier plus grand. Au reſte elle peut également ſervir à trouver les nombres premiers des formes $4xx + 9$, $4xx + 25$, & en général tous ceux de la forme $4ppxx + (2q + 1)^2$. En évitant toujours toutes les valeurs de x qui ſeroient commenſurables à $2q + 1$, & toutes les terminaiſons de x qui rendroient $4xx + (2q + 1)^2$ diviſible par 5, il ne reſteroit entre les limites choiſies que peu d'élémens douteux à tenter.

SUITE DES RECHERCHES D'ARITHMÉTIQUE

imprimées dans le Volume de l'Année 1773.

PAR M. DE LA GRANGE.

J'ai donné, dans les Recherches précédentes, des méthodes directes & générales pour trouver toutes les formes dont sont susceptibles les diviseurs premiers des nombres de la forme $t^2 \pm a u^2$, a étant un nombre entier donné, & t, u des nombres quelconques entiers & premiers entr'eux; & j'ai prouvé que ces diviseurs sont toujours réductibles à la forme $p y^2 \pm 2 q y z \pm r z^2$, dans laquelle y & z sont des nombres entiers indéterminés, & où p, q, r sont des nombres entiers dépendans du nombre a, en sorte qu'ils ne peuvent avoir qu'un nombre fini de valeurs différentes, lesquelles sont faciles à trouver par les regles que j'ai données pour cet objet, & que j'ai déja appliquées à toutes les valeurs non carrées de a depuis 1 jusqu'à 30.

Je me propose maintenant de donner les moyens de ramener la même formule $p y^2 \pm 2 q y z \pm r z^2$ à cette autre beaucoup plus simple $4 n a + b$, n étant un nombre entier quelconque, & b un nombre donné dépendant des nombres p, q, r; je donnerai ensuite des Tables pour toutes les valeurs de b répondantes aux valeurs non carrées de a depuis 1, jusqu'à 30, & je montrerai l'usage de ces Tables pour trouver facilement tous les diviseurs d'un nombre quelconque proposé; je traiterai enfin des nombres premiers de la forme $4 n a + b$ qui sont en même tems de la forme $t^2 \pm a u^2$; j'établirai les principes généraux de la théorie de ces nombres, & j'en déduirai un grand nombre de théoremes, dont quelques-uns sont déja connus, mais dont la plupart sont entierement nouveaux.

Au reste comme ce Mémoire n'est, à proprement parler, qu'une suite de celui qui est imprimé dans le Volume de 1773, j'y conserverai, pour la commodité des citations, l'ordre des Articles & des Propositions.

De la maniere de ramener les diviseurs des nombres de la forme $u^2 \pm at^2$ *à la forme* $4na + b$.

Comme nous avons déja démontré que les diviseurs des nombres de la forme $u^2 \pm at^2$ sont nécessairement de la forme $p^2y^2 \pm 2qyz \pm rz^2$; il est clair qu'il ne s'agit plus que de ramener cette formule à celle-ci, $4na + b$; c'est à quoi sont destinés les deux problemes suivans.

PROBLEME V.

29. *Étant donnée l'expression* $py^2 \pm rz^2$, *où* p *&* r *sont des nombres entiers donnés, &* y, z *des nombres entiers indéterminés, on propose de la réduire à la forme* $4an + b$, a *étant* $= pr$, b *étant un nombre positif ou négatif, égal ou moindre que* 2a, *&* n *un nombre entier indéterminé.*

Il est clair que, quels que soient les nombres y & z, on peut toujours les représenter par les formules $2mr \pm \varrho$ & $2m'p \pm \pi$, m, m', ϱ & π étant des nombres entiers indéterminés; il est visible de plus qu'on pourra toujours prendre les nombres m, m' avec les signes des nombres ϱ & π, en sorte que ces derniers soient l'un, savoir ϱ, moindre ou au moins non plus grand que r, & l'autre, savoir π, non plus grand que p.

Qu'on substitue donc ces valeurs dans l'expression $py^2 \pm rz^2$, elle deviendra, à cause de $pr = a$,

$$4a(m^2r \pm m\varrho \pm (m'^2p \pm m'\pi)) + p\varrho^2 \pm r\pi^2;$$

d'où l'on voit que la réduction proposée aura lieu en faisant

$$b = p\varrho^2 \pm r\pi^2;$$

& prenant successivement pour π tous les nombres entiers jusqu'à p, & pour ϱ tous les nombres entiers jusqu'à r; & il est clair que les valeurs de b qu'on trouvera de cette maniere pourront être augmentées ou diminuées de tels multiples de $4a$ que l'on voudra; moyennant quoi on pourra

toujours réduire ces valeurs à être au dessous, ou au moins à n'être pas plus grandes que $2a$; pour cela il n'y aura qu'à diviser d'abord b par $4a$, & si le reste est égal ou moindre que $2a$, on le prendra pour la vraie valeur de b; mais si ce reste est plus grand que $2a$, on en retranchera $4a$, & l'on aura un reste qui sera nécessairement moindre que $2a$, & qu'on prendra à la place de b.

COROLLAIRE.

30. Il est clair que si l'on change en même tems les signes des nombres p & r, la valeur b devra aussi changer de signe; par conséquent si $4na + b$ est la forme des nombres $py^2 - rz^2$, on aura sur le champ $4na - b$ pour celle des nombres $rz^2 - py^2$, les valeurs de b étant les mêmes.

REMARQUE.

31. Si on ne veut considérer que les nombres impairs qui peuvent être représentés par la formule $py^2 \pm rz^2$, lorsque p & r ne sont pas pairs à la fois, il faudra dans ce cas rejetter toutes les valeurs paires de b, & ne prendre par conséquent à la fois pour π & ρ que des nombres qui rendent l'une des quantités $p\rho^2$, $r\pi^2$, paire & l'autre impaire.

Si on vouloit de plus ne considérer que les nombres qui seroient premiers à $a = pr$, il faudroit encore rejetter toutes les valeurs de b qui ne seroient pas premieres à p ou à r; & il est visible qu'il ne faudroit prendre alors pour π que des nombres moindres que p & premiers à p, & pour ρ que des nombres moindres que r & premiers à r.

PROBLEME VI.

32. *Étant donnée l'expression*

$$py^2 + 2qyz \pm rz^2$$

où p, q, r *sont des nombres entiers donnés dont le premier ou le dernier est supposé impair,* & y, z *des nombres entiers indéterminés; on propose de la ramener à la forme* $4an + b$, *en supposant* $a = pr \mp q^2$, b *un nombre entier positif ou négatif qui ne soit pas plus grand que* $2a$, & n *un nombre entier indéterminé.*

Supposons d'abord que p soit un nombre impair & faisant l'expression proposée $= X$, en sorte que l'on ait $py^2 + 2qyz \pm rz^2 = X$, qu'on multiplie cette équation par p, elle deviendra $pX = (py + qz)^2 \pm az^2$, à cause de $a = pr \mp q^2$ (hyp.), ou bien en faisant $py + qz = y'$,

$$pX = y'^2 \pm az^2.$$

Maintenant supposons en général que la plus grande commune mesure de a & p soit $p'c^2$, p' étant un nombre non carré ni divisible par aucun carré; & faisant $p = Pp'c^2$, & $a = r'p'c^2$, il est clair que P & r' seront premiers entr'eux, & que l'équation $a = pr \mp q^2$ devenant $r'p'c^2 = Prp'c^2 \mp q^2$ ne pourra subsister en nombres entiers à moins que q ne soit divisible par $p'c$; ainsi on aura $q = q'p'c$, & divisant toute l'équation par $p'c^2$, il viendra $r' = Pr \mp q'^2 p'$; où je remarque que P sera nécessairement premier à p'; car si ces deux nombres avoient une commune mesure autre que l'unité il faudroit que le nombre r' fût aussi divisible par cette commune mesure; ainsi P & r' ne seroient plus premiers entr'eux contre l'hypothese. Donc P sera en même tems premier à p' & à r' & par conséquent aussi à $p'r'$.

Cela posé, puisque p & q sont divisibles à la fois par $p'c$, il est clair que y' le sera aussi, de sorte qu'on aura $y' = p'cx$ & l'équation $pX = y'^2 \pm az^2$ étant toute divisée par $p'c^2$ deviendra $PX = p'x^2 \pm r'z^2$.

Or faisant $p'r' = a'$, on pourra réduire, par le Probleme précédent, l'expression $p'x^2 \pm r'z^2$ à la forme $4a'n + b'$, où n sera un nombre entier indéterminé, & b' aura des valeurs connues. Qu'on mette Y à la place de n, & l'on aura l'équation

$$PX = 4a'Y + b'$$

laquelle devra avoir lieu en prenant pour X & Y des nombres entiers, & qu'on pourra par conséquent résoudre par les méthodes connues (*voyez les Mémoires de cette Académie pour l'Année 1768 p. 220.*)

Or comme on suppose que p est impair, il est clair que P qui est un facteur de p sera aussi impair; par conséquent P & $4a'$ seront premiers entr'eux, puisqu'on a déja prouvé que P est premier à $a' = p'r'$; ainsi l'équation proposée sera toujours résoluble, quelques valeurs qu'on donne à b'.

Qu'on divise $4a'$ par P, puis P par le premier reste, puis le premier reste par le second reste & ainsi de suite, jusqu'à ce que la division se fasse exactement, & nommant l, l', l'', l''' &c. les quotiens provenants de ces divisions, on en formera les fractions convergentes

$$\begin{array}{cccccccc} & l & l' & l'' & & & & l^{(\mu)} \\ \frac{1}{0}, & \frac{l}{1}, & \frac{ll'+1}{l'}, & \frac{(ll'+1)l''+l}{l'l''+1} & \ldots\ldots & \frac{L}{\Lambda}, & \frac{L'}{\Lambda'}, & \frac{L'l^{(\mu)}+L}{\Lambda' l^{(\mu)}+\Lambda} \ldots \end{array}$$

dont la derniere sera la fraction même $\frac{4a'}{P}$, & l'avant-derniere, que nous désignerons par $\frac{\alpha}{\beta}$, sera telle que $\alpha P - 4\beta a' = \pm 1$, le signe supérieur étant pour le cas où le quantieme de la fraction $\frac{\alpha}{\beta}$ est impair, & l'inférieur pour celui où ce quantieme est pair.

Cela fait on aura en général

$$X = 4a'n' \pm \alpha b'$$

n' étant un nombre quelconque entier.

Telle sera donc la forme de l'expression proposée X; d'où l'on voit que le probleme seroit résolu si a' étoit $= a$; ce qui a lieu lorsque $c = 1$, c'est à dire lorsque la plus grande commune mesure entre p & a n'est divisible par aucun carré. Dans ce cas il n'y aura donc qu'à prendre $b = \pm \alpha b'$, en ajoûtant ou retranchant de cette valeur, s'il est nécessaire, un multiple de $4a$ tel que la valeur résultante de b ne surpasse pas $2a$, comme on l'a dit dans le Probleme précédent.

Mais si c n'est pas $= 1$, alors pour réduire la valeur de X à la forme $4an + b$, ou $4a'c^2n + b$, (a étant $= a'c^2$) on remarquera que quel que soit le nombre entier n' on pourra toujours le représenter par $c^2n + \gamma$, en prenant $\gamma < c^2$; ainsi substituant cette valeur dans l'expression de X, on aura

$$X = 4an \pm \alpha b' + 4a'\gamma.$$

C'est pourquoi il n'y aura qu'à prendre $b = \pm \alpha b' + 4a'\gamma$ en donnant successivement à γ les valeurs 0, 1, 2 &c. jusqu'à $c^2 - 1$.

Si les nombres p & a sont premiers entr'eux la solution sera plus simple, car on aura non seulement $c = 1$, mais aussi $p' = 1$, & de là $r' = a$.

Nous avons supposé jusqu'ici que p étoit impair, mais si p étoit pair, & r impair, il n'y auroit alors qu'à prendre la valeur de r à la place de celle de p, & si dans la formule $py^2 + 2qyz \pm rz^2$ le signe supérieur a lieu, il n'y aura aucun changement à faire aux valeurs de b trouvées d'après cette valeur; mais si c'est le signe inférieur qui a lieu, il n'y aura qu'à prendre les valeurs de b avec des signes contraires; ce qui est évident par la nature même de la formule dont il s'agit.

A l'égard du cas où p & r seroient pairs à la fois, nous pouvons en faire abstraction, puisque dans ce cas l'expression $py^2 + 2qyz \pm rz^2$ ne donneroit que des nombres pairs.

33. Par l'application des méthodes précédentes on pourra donc construire deux nouvelles Tables correspondantes à celles du N°. 28 (*Vol. de 1773 p. 311, 312*), & qui donnent pour chaque valeur de a & de p les valeurs convenables de b, en sorte qu'étant proposé un nombre de la forme $t^2 + au^2$ ou $t^2 - au^2$, on ait sur le champ toutes les formes particulieres de l'espece $4na + b$ dont les diviseurs de ce nombre sont susceptibles.

Je dois remarquer ici que dans la Table I. du N°. 28 il s'est glissé quelques fautes d'impression relativement aux valeurs de p, q, r qui répondent à $a = 29, 30$; il faut changer ces valeurs ainsi:

$$a = 29,\ p = 1, 2, 3, 5,\ q = 0, 1, 1, 1,\ r = 29, 15, 10, 6.$$
$$a = 30,\ p = 1, 2, 3, 5,\ q = 0, 0, 0, 0,\ r = 30, 15, 10, 6.$$

La Table III. qui suit, répond, comme l'on voit, à la Table I, & la Table IV. à la Table II; on y a omis pour plus de simplicité les valeurs paires de b, ainsi que celles qui ne seroient pas premieres à $4a$; de sorte que ces Tables ne donnent que les formules des diviseurs impairs & premiers à a. Lorsque deux valeurs différentes de p ont donné les mêmes valeurs de b, on a réuni ces valeurs de p dans une même case.

TABLE

TABLE III.

Formule des nombres proposés

$$t^2 + au^2.$$

Formule de leurs diviseurs impairs, & premiers à a

$$py^2 \pm 2qyz + rz^2 = 4nn + b.$$

a	p	b
1	1	1
2	1	1, 3
3	1	1, —5
5	1	1, 9
	2	3, 7
6	1	1, 7
	2	5, 11
7	1	1, 9, 11, —3, —5, —13
10	1	1, 9, 11, 19
	2	7, 13, —3, —17
11	1, 3	1, 3, 5, 9, 15, —7, —13, —17, —19, —21
13	1	1, 9, 17, 25, —3, —23
	2	7, 11, 15, 19, —5, —21
14	1, 2	1, 9, 15, 23, 25, —17
	3	3, 5, 13, 19, 27, —11
15	1	1, 19, —11, —29
	3	17, 23, —7, —13
17	1, 2	1, 9, 13, 21, 25, 33, —15, —19
	3	3, 7, 11, 23, 27, 31, —5, —29
19	1, 4	1, 5, 7, 9, 11, 17, 23, 25, 35, —3, —13, —15, —21, —27, —29, —31, —33, —37
21	1	1, 25, 37
	2	11, 23, —13
	3	19, 31, —29
	5	5, 17, 41
22	1	1, 9, 15, 23, 25, 31, —7, —17, —39, —41
	2	13, 19, 21, 29, 35, 43, —3, —5, —27, —37
23	1, 3	1, 3, 9, 13, 25, 27, 29, 31, 35, 39, 41, —5, —7, —11, —15, —17, —19, —21, —33, —37, —43, —45
26	1, 3	1, 3, 9, 17, 25, 27, 35, 43, 49, 51, —23, —29
	2, 5	5, 7, 15, 21, 31, 37, 45, 47, —11, —19, —33, —41
29	1, 5	1, 5, 9, 13, 25, 33, 45, 49, 53, 57, —7, —23, —35, —51
	2, 3	3, 11, 15, 19, 27, 31, 39, 43, 47, 55, —17, —21, —37, —41
30	1	1, 31, 49, —41
	2	17, 23, 47, —7
	3	13, 37, 43, —53
	5	11, 29, 59, —19

TABLE IV.

Formule des nombres proposés

$t^2 - au^2$.

Formule de leurs diviseurs impairs, & premiers à a

$py^2 \pm 2qyz - rz^2 = 4na + b$.

a	p	b
1	1	±1
2	±1	±1
3	1	1
	−1	−1
5	±1	±1, ±9
6	1	1, −5
	−1	−1, 5
7	1	1, 9, −3
	−1	−1, −9, 3
10	±1	±1, ±9
	±2	±3, ±13
11	1	1, 5, 9, −7, −19
	−1	−1, −5, −9, 7, 19
13	±1	±1, ±3, ±9, ±17, ±23, ±25
14	1	1, 9, 11, 25, −5, −13
	−1	−1, −9, −11, −25, 5, 13
15	1	1, −11
	−1	−1, 11
	3	7, −17
	−3	−7, 17
17	±1	±1, ±9, ±13, ±15, ±19, ±21, ±25, ±33
19	1	1, 5, 9, 17, 25, −3, −15, −27, −31
	−1	−1, −5, −9, −17, −25, 3, 15, 27, 31
21	1	1, 25, 37, −5, −17, −41
	−1	−1, −25, −37, 5, 17, 41
22	1	1, 3, 9, 25, 27, −7, −13, −21, −29, −39
	−1	−1, −3, −9, −25, −27, 7, 13, 21, 29, 39
23	1	1, 9, 13, 25, 29, 41, −7, −11, −15, −19, −43
	−1	−1, −9, −13, −25, −29, −41, 7, 11, 15, 19, 43
26	±1	±1, ±9, ±17, ±23, ±25, ±49
	±2	±5, ±11, ±19, ±21, ±37, ±45
29	±1	±1, ±5, ±7, ±9, ±13, ±23, ±25, ±33, ±35, ±45, ±49, ±51, ±53, ±57
30	1	1, 19, 49, −29
	−1	−1, −19, −49, 29
	2	−17, −7, −13, −37
	−2	−17, 7, 13, 37

34. On voit par les deux Tables précédentes que les valeurs de b ne renferment pas tous les nombres moindres que $2a$ & premiers à $2a$, mais seulement une partie d'entr'eux; de sorte qu'il y en a toujours une partie d'exclue.

Ces nombres exclus, c'est à dire qui ne se trouvent point parmi les valeurs de b, donneront donc les formes des nombres qui ne peuvent jamais être diviseurs de $t^2 \pm au^2$, & que nous appellerons simplement *non-diviseurs.*

Ainsi on pourra construire encore deux autres Tables qui donneront les formes des non-diviseurs de $t^2 \pm au^2$ pour chaque valeur de a, en prenant pour b tous les nombres positifs ou négatifs, moindres que $2a$, & premiers à $2a$, lesquels ne se trouveront pas parmi les valeurs de b contenues dans les deux Tables précédentes; c'est d'après ce principe qu'on a formé les Tables V. & VI. qui suivent.

TABLE V.

Formule des nombres proposés

$$t^2 + au^2.$$

Formule des non-diviseurs

$$4na + b.$$

a	b
1	[illegible]
2	[illegible]
3	[illegible]
5	[illegible]
6	[illegible]
7	3, 5, 13, —1, —9, —11
10	3, 17, —1, —7, —9, —11, —13, —19
11	7, 13, 17, 19, 21, —1, —3, —5, —9, —15
13	3, 5, 21, 23, —1, —7, —9, —11, —15, —17, —19, —25
14	11, 17, —1, —3, —5, —9, —13, —15, —19, —23, —25, —27
15	7, 11, 13, 29, —1, —17, —19, —23
17	5, 15, 19, 29, —1, —3, —7, —9, —11, —13, —21, —23, —25, —27, —31, —33
19	3, 13, 15, 21, 27, 29, 31, 33, 37, —1, —5, —7, —9, —11, —17, —23, —25, —35
21	13, 29, —1, —5, —11, —17, —19, —23, —25, —31, —37, —41
22	3, 5, 7, 17, 27, 37, 39, 41, —1, —9, —13, —15, —19, —21, —23, —25, —29, —31, —35, —43
23	5, 7, 11, 15, 17, 19, 21, 33, 37, 43, 45, —1, —3, —9, —13, —25, —27, —29, —31, —35, —39, —41
26	11, 19, 23, 29, 33, 41, —1, —3, —5, —7, —9, —15, —17, —21, —25, —27, —31, —35, —37, —43, —45, —47, —49
29	7, 17, 21, 23, 35, 37, 41, 51, —1, —3, —5, —9, —11, —13, —15, —19, —25, —27, —31, —33, —39, —43, —45, —47, —49, —53, —55, —57
30	7, 19, 41, 53, —1, —11, —13, —17, —23, —29, —31, —37, —43, —47, —49, —59

TABLE VI.

Formule des nombres proposés

$t^2 - au^2$.

Formule des non-diviseurs

$4na + b$.

a	b
1	
2	±3
3	±5
5	±3, ±7
6	±7, ±11
7	±5, ±11, ±13
10	±7, ±11, ±17, ±19
11	±3, ±13, ±15, ±17, ±21
13	±5, ±7, ±11, ±15, ±19, ±21
14	±3, ±15, ±17, ±19, ±23, ±27
15	±13, ±19, ±23, ±29
17	±3, ±5, ±11, ±23, ±27, ±29, ±31
19	±7, ±11, ±13, ±21, ±23, ±29, ±33, ±35, ±37
21	±11, ±13, ±19, ±23, ±29, ±31
22	±5, ±15, ±17, ±19, ±23, ±31, ±35, ±37, ±41, ±43
23	±3, ±5, ±17, ±21, ±27, ±31, ±33, ±35, ±37, ±39, ±45
26	±3, ±7, ±15, ±27, ±29, ±31, ±33, ±35, ±41, ±43, ±47, ±51
29	±3, ±11, ±15, ±17, ±19, ±21, ±27, ±31, ±37, ±39, ±41, ±43, ±47, ±55
30	±11, ±23, ±31, ±41, ±43, ±47, ±53, ±59

Usage des Tables précédentes dans la recherche des diviseurs des nombres.

35. Cet usage se présente naturellement; car il suffit de ramener le nombre proposé dont on cherche les diviseurs ou un quelconque de ses multiples à la forme $t^2 \pm au^2$, ce qui est toujours possible de plusieurs manieres, & si le nombre a se trouve dans les Tables 3e & 4e on aura sur le champ toutes les valeurs de b que l'on peut admettre dans la forme générale $4na + b$ des diviseurs cherchés; en sorte qu'on sera assuré d'avance *qu'il* n'y aura que les nombres qui étant divisés par $4a$ donneront pour restes quelques-unes des valeurs de b, qui pourront être diviseurs du nombre proposé; & comme pour trouver les diviseurs d'un nombre quelconque il suffit d'essayer successivement tous les nombres premiers moindres que la racine carrée de ce nombre, il est clair qu'on pourra d'abord exclure plusieurs de ces nombres premiers comme ne pouvant servir de diviseurs, ce qui épargnera beaucoup de tentatives inutiles, comme on va le voir par quelques exemples.

Soit proposé de trouver les diviseurs du nombre 10001, suivant la méthode ordinaire il faudroit tenter successivement la division par tous les nombres premiers moindres que 100, qui est la racine carrée la plus proche de 10001; de sorte que comme entre 2 & 100 il y a 24 nombres premiers, il faudroit faire 24 divisions particulieres.

Or je remarque 1° que $10001 = (100)^2 + 1$; de sorte qu'on a ici $a = 1$; & la Table 3e donne $b = 1$; c'est pourquoi aucun nombre ne pourra être diviseur de 10001, à moins qu'il ne soit de la forme $4n + 1$, c'est à dire qu'étant divisé par 4 il donne 1 de reste; ce qui exclut déja un grand nombre de nombres premiers tels que 3, 7, 11, 19 &c. 2°. Je remarque ensuite que si on fait le carré de 101 on a 10201, dont la différence avec le nombre proposé est $200 = 2.(10)^2$, de sorte que le même nombre 10001 peut aussi se représenter par $(101)^2 - 2(10)^2$; ainsi on aura $a = 2$, & la quatrieme Table donnera $b = 1, -1$; d'où il s'ensuit que les diviseurs de 10001 ne pourront être que de l'une ou de

l'autre de ces deux formes $8n+1$, $8n-1$; dont, puisqu'ils doivent être déja de la forme $4n+1$, il s'ensuit qu'ils ne pourront être que de la forme $8n+1$; ainsi parmi tous les nombres premiers moindres que 100 il ne faudra choisir que ceux qui étant divisés par 8 donneront l'unité pour reste; & l'on ne trouvera que ces cinq-ci: 17, 41, 73, 89, 97, qui seront admissibles; de sorte que l'on n'aura plus que cinq diviseurs à essayer au lieu de 24. On pourroit encore réduire le nombre de ces mêmes diviseurs, en ramenant d'une autre maniere le même nombre 10001 à la forme $t^2 \pm au^2$; mais cela est presque inutile dans le cas présent où le nombre des diviseurs utiles est déja si petit; en effet on trouve que 17 & 41 ne divisent pas 10001, mais que 73 le divise, & donne pour quotient le nombre 137 qui est premier; d'où l'on conclut d'abord que les facteurs de 10001 sont 73 & 137.

Je vais chercher de même les diviseurs du nombre suivant 10003. J'aurai d'abord la forme $(100)^2+3$, qui donne $a=3$ avec le signe $+$; ensuite, à cause de $(101)^2=10201$, j'aurai aussi $10003=(101)^2-198=(101)^2-22(3)^2$; donc $a=22$ avec le signe $-$.

La Table 3e donne pour $a=3$, $b=1, -5$; de sorte qu'on aura d'abord ces deux formes $12n+1$, $12n-5$, ou $12n+7$; ensuite la Table 4e donnera pour $a=22$, $b=\pm 1, \pm 3, \pm 9, \pm 25, \pm 27, \pm 7, \pm 13, \pm 21, \pm 29, \pm 39$; d'où l'on tire les formes $88n \pm 1$, $88n \pm 3$ &c.

Or puisqu'il suffit d'examiner les nombres premiers moindres que 100, on fera d'abord dans ces dernieres formes $n=0$, ou $=1$, & rejettant les nombres qui ne feroient pas premiers, on ne trouvera que ceux-ci 89, 3, 79, 97, 61, 7, 13, 67, 29, 59 qui soient admissibles; mais en considérant les formes $12n+1$, $12n+7$, on voit qu'il faut encore rejetter tous ceux qui étant divisés par 12 donneront des restes différents de 1 ou de 7; ainsi il n'y aura que ces six 7, 13, 61, 67, 79, 97 qui puissent servir. La division réussit d'abord par 7, & le quotient étant 1429 qui est premier, il s'ensuit que les diviseurs de 10003 sont seulement 7 & 1429.

Prenons encore pour exemple un nombre beaucoup plus grand, comme 100003; il est visible qu'on aura d'abord la forme $10(100)^2+3$, ou

bien en multipliant par 10; $(1000)^2 + 30$; de sorte qu'on aura $a = 30$ avec le signe $+$; ensuite je considère les carrés qui approchent le plus de 100003, je trouve 99856 & 100489 dont les différences avec 100003 sont $147 = 3(7)^2$, & $486 = 6(9)^2$, de sorte que j'aurai encore ces deux autres formes $(316)^2 + 3(7)^2$, & $(317)^2 - 6(9)^2$; dont la première donne $a = 3$ avec le signe $+$, & la seconde $a = -6$ avec le signe $-$ 1.

Considérons d'abord ces deux dernieres formes, & elles donneront suivant les Tables 3ᵉ & 4ᵉ, l'une les formules $12n + 1$, $12n - 5$, & l'autre les formules $24n \pm 1$, $24n \pm 5$; d'où l'on voit que l'on ne peut admettre que ces deux-ci, $24n + 1$, $24n - 5$ pour les diviseurs impairs du nombre proposé.

Maintenant la premiere forme où $a = 30$ donnera, suivant la Table 3ᵉ, les formes suivantes $120n + 1$, $120n + 31$, $120n + 49$, $120n - 41$, $120n + 17$, $120n + 23$, $120n + 47$, $120n - 7$, $120n + 13$, $120n + 37$, $120n + 43$, $120n - 53$, $120n + 11$, $120n + 29$, $120n + 59$, $120n - 19$; qu'il faudra comparer avec les précédentes $24n + 1$, $24n - 5$ pour en rejetter celles qui ne s'accorderont pas. Pour cela il n'y aura qu'à diviser successivement les expressions $120n + 1$, $120n + 31$ &c. par 24, & on ne retiendra que celles qui donneront pour reste 1, ou -5, ou bien 19, & comme le nombre 120 est divisible exactement par 24, il suffira de faire subir l'épreuve aux nombres 1, 31, 49 &c. De cette maniere on ne trouvera que les nombres 1, 49, 43, -53; de sorte que les formules utiles se réduiront à ces quatre-ci $120n + 1$, $120n + 49$, $120n + 43$, $120n - 53$, ou bien $120n + 67$. Par conséquent, aucun nombre premier ne pourra être un diviseur du nombre 100003, à moins qu'il ne soit de l'une de ces formes, c'est à dire qu'étant divisé par 120 il ne donne pour reste 1, ou 43, ou 49, ou 67. De plus comme il suffit d'essayer pour diviseurs les nombres premiers qui sont moindres que $\sqrt{(100003)}$, c'est à dire < 317, on fera dans les quatre formes précédentes $n = 0$, $n = 1$, & $n = 2$, & on ne retiendra des nombres résultants que ceux qui seront premiers,

premiers, savoir 43, 67, 163, 241, 283, 307; ainsi il n'y aura que ces six diviseurs à essayer, tandis que par la méthode ordinaire il faudroit en essayer soixante-quatre. Or on trouve que la division ne réussit par aucun de ces six nombres premiers; d'où l'on doit conclure sur le champ que le nombre 100003 est premier.

En général on voit par la comparaison des Tables 5e & 6e avec les Tables 3e & 4e, que le nombre des formes des non-diviseurs est égal à celui des formes des diviseurs; de sorte que les formes admissibles ne composent que la moitié de toutes les formes possibles; ce qui doit nécessairement réduire le nombre des essais à faire à la moitié; mais en combinant ensemble plusieurs formes différentes, ainsi que nous l'avons fait dans les exemples précédents, on parviendra encore à diminuer ce nombre autant qu'il sera possible.

Des nombres premiers de la forme $4na + b$ *lesquels sont en même tems de la forme* $u^2 \pm at^2$.

36. M. Fermat a trouvé le premier les Théoremes suivants:

1°. Tous les nombres premiers de la forme $4n+1$ sont aussi de la forme y^2+z^2.

2°. Tous les nombres premiers de la forme $6n+1$ sont de la forme y^2+3z^2.

3°. Tous les nombres premiers de la forme $8n+1$ sont de la forme y^2+2z^2.

4°. Tous les nombres premiers de la forme $8n+3$ sont aussi de la forme y^2+2z^2.

5°. Tous les nombres premiers de la forme $8n\pm 1$ sont de la forme y^2-2t^2.

6°. Le produit de deux nombres premiers de la forme $4n+3$, & terminés par les caracteres 3 ou 7, est toujours de la forme y^2+5z^2; & le carré de chacun de ces nombres en particulier est aussi de la même forme.

Les quatre premiers & le dernier de ces Théoremes se trouvent dans une Lettre de M. Fermat à M. Digby insérée dans le *Commercium epistoli-*

cum de Wallis (Wallisii Opera Tom. 2. p. 857); le 5e ne se trouve à la vérité que dans les Lettres de M. Frenicle à M. Fermat, imprimées dans les Oeuvres mathématiques de Fermat p. 168, 170; mais il paroit par ces Lettres mêmes que ce dernier l'avoit aussi déja trouvé de son côté.

Quant à la démonstration de ces Théoremes M. Fermat ne l'a point donnée, du moins on n'en trouve aucune trace dans les Ouvrages de ce Savant qui nous sont restés; mais M. Euler a entrepris d'y suppléer, & a réussi en effet à démontrer les deux premiers Théoremes, & même le troisieme, quoiqu'il n'ait encore publié que la démonstration des deux premiers (voyez les Nouveaux Commentaires de Pétersbourg Tom. V, VI, VIII).

A l'égard des autres Théoremes de M. Fermat, & surtout du 4e, M. Euler avoue qu'il n'a pu parvenir à le démontrer; il en est de même de quelques autres Théoremes semblables que M. Euler a trouvés par induction (Voyez Tome VI. p. 221. & Tome VIII. p. 127. des Commentaires cités), & que voici,

7°. Tous les nombres premiers des formes $20n+1$, & $20n+9$ sont de la forme y^2+5z^2.

8°. Tous les nombres premiers des formes $24n+1$ & $24n+7$ sont de la forme y^2+6z^2.

9°. Tous les nombres premiers des formes $24n+5$, & $24n+11$ sont de la forme $2y^2+3z^2$.

10°. Tous les nombres premiers de ces formes $28n+1$, $28n+9$, $28n+11$, $28n+15$, $28n+23$, $28n+25$ sont de la forme y^2+7z^2.

On trouve encore un plus grand nombre de pareils Théoremes dans le Tome XIV. des anciens Commentaires de Pétersbourg; mais dont aucun n'a été démontré jusqu'à présent.

Les principes établis jusqu'ici peuvent servir à démontrer la plupart de ces Théoremes & même à en trouver de nouveaux; mais il faut pour cela poser les Lemmes suivans.

LEMME I.

37. Si p est un nombre premier quelconque, & x un nombre non-divisible par p, le nombre $x^{p-1} - 1$ est toujours divisible par p.

C'est le Théoreme connu de M. Fermat dont M. Euler a donné différentes démonstrations dans les Commentaires de Pétersbourg; voyez aussi à ce sujet les Mémoires de 1771. p. 130.

Il y a donc un nombre $p - 1$ de nombres entiers positifs ou négatifs, chacun moindre que $\frac{p}{2}$, qu'on peut prendre pour x en sorte que $x^{p-1} - 1$ devienne divisible par p; car ces nombres sont ± 1, ± 2 &c. $\pm \frac{p-1}{2}$.

LEMME II.

38. Si le binome $x^{p-1} - 1$ est résoluble en deux facteurs rationels & entiers X & ξ, dont les degrés soient m & μ, en sorte que $m + \mu = p - 1$; je dis qu'il y aura nécessairement m valeurs de x moindres que $\frac{p}{2}$ qui rendront X divisible par p, & μ valeurs de x moindres que $\frac{p}{2}$ qui rendront ξ aussi divisible par p.

Car puisque par le Lemme précédent il y a $p - 1$ valeurs de x moindres que $\frac{p}{2}$, qui rendent $x^{p-1} - 1$ divisible par p, il y aura donc $m + \mu$ valeurs de x moindres que $\frac{p}{2}$ qui rendront $X\xi$ divisible par p; mais p étant un nombre premier, $X\xi$ ne peut être divisible par p, à moins que X ou ξ ne le soit; d'autre part le nombre des valeurs de x moindres que $\frac{p}{2}$, lesquelles peuvent rendre le polynome X ou ξ divisible par p, ne peut surpasser m ou μ, ainsi que nous l'avons démontré dans les Mémoires de 1768 p. 192; donc il faudra nécessairement que le nombre des valeurs de x moindres que $\frac{p}{2}$ lesquelles rendront X divisible

par p soit m, & que celui des valeurs de x moindres que $\frac{p}{2}$ lesquelles rendront ξ divisible par p soit μ.

En général, si Π est un polynome quelconque entier & rationel en x, dont le degré soit moindre que $p-1$, & que le polynome $x^{p-1} \pm p\Pi - 1$ soit résoluble dans les deux polynomes X & ξ rationels & entiers, il suit de la démonstration précédente qu'il y aura toujours m valeurs de x moindres que $\frac{p}{2}$ qui rendront X divisible par p, & μ valeurs de x moindres que $\frac{p}{2}$ qui rendront ξ divisible par p.

LEMME III.

39. Si un nombre premier p est un diviseur d'un nombre de la forme $t^2 - au^2$, a étant un nombre donné positif ou négatif, & t, u des nombres premiers entr'eux, & non-divisibles par p; je dis que $a^{\frac{p-1}{2}} - 1$ sera nécessairement divisible par p.

Et réciproquement si $a^{\frac{p-1}{2}} - 1$ est divisible par p, ce nombre p pourra toujours être un diviseur d'un nombre de la forme $t^2 - au^2$.

Car 1°. supposant $t^2 - au^2 = pM$, on aura $t^2 = au^2 + pM$; or par le Lemme I. $t^{p-1} - 1$ & $u^{p-1} - 1$ sont divisibles par p; donc $(au^2 + pM)^{\frac{p-1}{2}} - 1$ sera aussi divisible par p; mais en développant la puissance $(au^2 + pM)^{\frac{p-1}{2}}$ on voit que tous les termes en sont d'eux-mêmes multiples de p, excepté le premier $u^{p-1} a^{\frac{p-1}{2}}$; donc $u^{p-1} a^{\frac{p-1}{2}} - 1$ sera divisible par p; mais $u^{p-1} - 1$ étant aussi divisible par p, $u^{p-1} a^{\frac{p-1}{2}} - a^{\frac{p-1}{2}}$ sera encore divisible par p; par conséquent la différence de ces nombres, c'est à dire $a^{\frac{p-1}{2}} - 1$ sera nécessairement divisible par p.

2°. Si $a^{\frac{p-1}{2}} - 1$ est supposé divisible par p, alors par le Lemme II, il y aura toujours quelques valeurs de x qui rendront chacun des facteurs de $x^{p-1} - a^{\frac{p-1}{2}}$ (en prenant $a^{\frac{p-1}{2}} - 1 = p\Pi$) divisible par p; mais ce binome a pour facteur $x^2 - a$; donc p pourra être diviseur de $x^2 - a$; c'est à dire d'un nombre de la forme $t^2 - au^2$.

LEMME IV.

40. Si l'on a un nombre premier p de la forme $4n + 1$, lequel soit un diviseur d'un nombre de la forme $t^2 - au^2$, il le sera aussi nécessairement d'un nombre de la forme $t^2 + au^2$. Et *vice versa* si p n'est jamais un diviseur d'un nombre de la forme $t^2 - au^2$, il ne pourra jamais l'être d'un nombre de la forme $t^2 + au^2$.

Car si p est un diviseur d'un nombre de la forme $t^2 - au^2$, on aura par le Lemme précédent $a^{\frac{p-1}{2}} - 1$ divisible par p; mais $\frac{p-1}{2} = 2n$; donc $a^{2n} - 1$ sera divisible par p; donc aussi, changeant a en $-a$, $(-a)^{2n} - 1$ sera divisible par p; c'est à dire que $(-a)^{\frac{p-1}{2}} - 1$ sera divisible par p; par conséquent par la seconde partie du Lemme précédent, p sera un diviseur d'un nombre de la forme $t^2 + au^2$.

De même en changeant a en $-a$ on prouvera que si p est un diviseur d'un nombre de la forme $t^2 + au^2$, il le sera aussi d'un nombre de la forme $t^2 - au^2$; par conséquent si p ne peut être un diviseur de $t^2 - au^2$, il ne pourra l'être non plus d'un nombre de la forme $t^2 + au^2$.

LEMME V.

41. Si p est de la forme $4n - 1$, & que ce nombre soit un diviseur d'un nombre de la forme $t^2 - au^2$, il ne pourra jamais l'être d'un nombre de la forme $t^2 + au^2$. Et réciproquement si p ne peut être un diviseur d'un nombre de la forme $t^2 - au^2$, il le sera nécessairement d'un nombre de la forme $t^2 + au^2$.

Car p étant un diviseur de $t^2 - au^2$, il faudra que l'on ait $a^{\frac{p-1}{2}} - 1$, savoir $a^{2n-1} - 1$ divisible par p (Lemme III); de même pour que $t^2 + au^2$ fût divisible par p, il faudroit que l'on eût (en changeant a en $-a$) $(-a)^{2n-1} - 1$ divisible par p, c'est à dire (à cause que l'exposant $2n-1$ est impair) que $a^{2n-1} + 1$ fût aussi divisible par p; ce qui ne se peut.

Si p ne peut être un diviseur de $t^2 - au^2$, alors $a^{\frac{p-1}{2}} - 1$ ne sera pas divisible par p (Lemme III). Or $a^{p-1} - 1$ est toujours nécessairement divisible par p (Lemme I); mais $a^{p-1} - 1 = (a^{\frac{p-1}{2}} - 1)(a^{\frac{p-1}{2}} + 1)$; donc puisque p est premier & que $a^{\frac{p-1}{2}} - 1$ n'est pas divisible par p, il faut nécessairement que $a^{\frac{p-1}{2}} + 1$ soit divisible par p. Ainsi dans ce cas $a^{\frac{p-1}{2}} + 1$ ou bien $a^{2n-1} + 1$ sera divisible par p; donc aussi $(-a)^{2n-1} - 1$, ou bien $(-a)^{\frac{p-1}{2}} - 1$ sera divisible par p. Donc par le Lemme III, le nombre p sera diviseur d'un nombre de la forme $t^2 + au^2$.

COROLLAIRE.

42. Il suit des deux derniers Lemmes 1°. que si $4na + b$ est une des formes des diviseurs de $t^2 \pm au^2$, ce sera aussi une des formes des diviseurs de $t^2 \mp au^2$ lorsque b sera de la forme $4m + 1$; & que si $4na + b$ est une des formes des non-diviseurs de $t^2 \pm au^2$, ce sera aussi une des formes des non-diviseurs de $t^2 \mp au^2$.

2°. Que si $4na + b$ est une des formes des diviseurs de $t^2 \pm au^2$, ce sera aussi une des formes des non-diviseurs de $t^2 \mp au^2$, lorsque b sera de la forme $4m - 1$. Et que si $4na + b$ est une des formes des non-diviseurs de $t^2 \pm au^2$, ce sera aussi nécessairement une des formes des diviseurs $t^2 \mp au^2$. Les quatre dernieres Tables fournissent des exemples de la vérité de ces propositions.

LEMME VI.

43. Si un nombre premier p eſt à la fois diviſeur de différents nombres de ces formes $t^2 - au^2$, $t^2 - a'u^2$, $t^2 - a''u^2$ &c. je dis qu'il ſera auſſi diviſeur d'un nombre de la forme $t^2 - aa'a'' \cdots u^2$.

Si p diviſe en même tems les deux nombres $t^2 - au^2$ & $t'^2 - a'u'^2$, il diviſera auſſi le nombre $t^2(t'^2 - a'u'^2) + a'u'^2(t^2 - au^2)$, c'eſt à dire $(tt')^2 - aa'(uu')^2$; & ſi le même nombre p diviſe encore le nombre $t''^2 - a''u''^2$, on prouvera pareillement qu'il diviſera auſſi le nombre $(tt't'')^2 - aa'a''(uu'u'')^2$; & ainſi de ſuite. Au reſte on voit par cette démonſtration que la propoſition eſt vraie en général, quel que ſoit le nombre p, ſoit premier ou non.

LEMME VII.

44. Si le nombre premier p ne peut jamais être un diviſeur d'un nombre de la forme $t^2 - au^2$; je dis qu'il ſera néceſſairement un diviſeur d'un nombre de la forme $\frac{(t + u\sqrt{a})^{p+1} - (t - u\sqrt{a})^{p+1}}{2t\sqrt{a}}$, & même d'un facteur quelconque de cette formule.

Car ſi p ne peut être un diviſeur de $t^2 - au^2$, alors $a^{\frac{p-1}{2}} - 1$ ne ſera pas diviſible par p (Lemme III); mais $a^{p-1} - 1$ étant toujours diviſible par p (Lemme I); il faudra que $a^{\frac{p-1}{2}} + 1$ ſoit diviſible par p, puiſque $a^{p-1} - 1 = (a^{\frac{p-1}{2}} - 1)(a^{\frac{p-1}{2}} + 1)$. Maintenant ſi on conſidere la quantité $(t + u\sqrt{a})^p$ & qu'on la réſolve en ſérie par le Théoreme de Newton, on verra qu'à cauſe que p eſt un nombre premier tous les termes ſeront d'eux-mêmes diviſibles par p, excepté le premier t^p & le dernier $u^p a^{\frac{p}{2}}$, & cela indépendamment des valeurs de t, u, a. Donc $(t + u\sqrt{a})^p - t^p - u^p a^{\frac{p}{2}}$ ſera toujours diviſible par p. Mais t & u n'étant pas diviſibles par p, on a par le Lemme I, $t^{p-1} - 1$ & $u^{p-1} - 1$ diviſibles par p; donc auſſi $t^p - t$ & $(u^p - p)a^{\frac{p}{2}}$, & par conſéquent

$(t+u\sqrt{a})^p - t - ua^{\frac{p}{2}}$ seront divisibles par p; or $a^{\frac{p-1}{2}}+1$ est divisible par p; donc $ua^{\frac{p}{2}}+u\sqrt{a}$ le sera aussi; donc $(t+u\sqrt{a})^p - t + u\sqrt{a}$ sera divisible par p; donc, prenant le radical $\sqrt{a}$ en $-$, $(t-u\sqrt{a})^p - t - u\sqrt{a}$ sera également divisible par p; donc enfin multipliant la premiere de ces quantités par $t+u\sqrt{a}$, & la seconde par $t-u\sqrt{a}$, & prenant la différence, cette différence sera encore divisible par p; ainsi $(t+u\sqrt{a})^{p+1}-(t-u\sqrt{a})^{p+1}$ sera toujours divisible par p; mais si on développe cette quantité on voit qu'à cause que $p+1$ est pair, tous les termes sont divisibles par $2t\sqrt{a}$; donc, puisque ni t ni $\sqrt{a}$ n'est divisible par p, il s'ensuit que la quantité

$$\frac{(t+u\sqrt{a})^{p+1}-(t-u\sqrt{a})^{p+1}}{2t\sqrt{a}}$$

sera divisible par p.

Cette quantité étant développée & ordonnée par rapport aux puissances de t devient un polynome entier & rationel du degré $p-1$; ainsi supposant u donné, il y aura $p-1$ valeurs de t tant positives que négatives, mais moindres que $\frac{p}{2}$, lesquelles rendront ce polynome divisible par p, ces valeurs étant ± 1, ± 2, ± 3 &c. $\pm\frac{p-1}{2}$. Donc on prouvera comme dans le Lemme II, que si ce polynome a un facteur rationel & entier de l'ordre m, il y aura nécessairement m valeurs de t qui rendront aussi ce facteur divisible par p.

THÉOREMES
sur les nombres premiers de la forme $4n-1$.

45. Comme les nombres premiers de cette forme qui ne sont pas diviseurs de $t^2 \pm au^2$ le sont nécessairement de $t^2 \mp au^2$ par le Lemme V (N°. 41); on pourra appliquer à ces nombres les propriétés qui conviennent aux diviseurs de $t^2 \mp au^2$; donc en combinant la Table V^e avec la IIe & la IVe, & la Table VIe avec la I^e & la IIIe, & ne considérant que les valeurs de b qui sont de la forme $4m-1$, on aura les Théoremes suivants.

1°.

1°. *Tous les nombres premiers de la forme* $8n+3$ *sont de la forme* y^2+2z^2.

2°. *Tous les nombres premiers de la forme* $8n-1$ *sont en même tems de ces deux formes* y^2-2z^2 & $2z^2-y^2$.

3°. *Tous les nombres premiers de la forme* $12n-5$ *sont de la forme* y^2+3z^2.

4°. *Tous les nombres premiers de la forme* $12n-1$ *sont de la forme* $3z^2-y^2$.

5°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $20n+3$, $20n+7$ *sont de la forme* $2y^2\pm 2yz+3z^2$; *ou bien ces nombres étant multipliés par* 2 *deviendront de la forme* y^2+5z^2.

6°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $20n-1$, $20n-9$ *sont en même tems de l'une & de l'autre des deux formes* y^2-5z^2 & $5z^2-y^2$.

7°. *Tous les nombres premiers de la forme* $24n+7$ *sont de la forme* y^2+6z^2; & *tous ceux de la forme* $24n+11$ *sont de la forme* $2y^2+3z^2$.

8°. *Tous les nombres premiers de la forme* $24n-1$ *sont de la forme* $6z^2-y^2$; & *ceux de la forme* $24n-5$ *sont aussi de la forme* y^2-6z^2.

9°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $28n+11$, $28n-5$, $28n-13$ *sont de la forme* y^2+7z^2.

10°. *Tous les nombres premiers des formes* $28n+3$, $28n-1$, $28n-9$, *sont de la forme* $7z^2-y^2$.

11. *Tous les nombres premiers de ces formes* $40n+11$, $40n+19$ *sont de la forme* y^2+10z^2; & *ceux des formes* $40n+7$, $40n-17$, *sont de la forme* $2y^2+3z^2$.

12°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $40n-1$, $40n-9$, *sont en même tems de l'une & de l'autre de ces formes* y^2-10z^2, & $10z^2-y^2$; & *ceux des formes* $40n+3$, $40n-13$, *sont de l'une & de l'autre des formes* $2y^2-5z^2$, & $5z^2-2y^2$.

13°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $44n+3$, $44n+15$, $44n-13$, $44n-17$, $44n-21$ *sont ou de la forme* y^2+11z^2, *ou bien de la forme* $3y^2\pm 2yz+4z^2$.

14°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $44n+7$, $44n+19$, $44n-1$, $44n-5$, $44n-9$ *sont de la forme* $11z^2-y^2$.

15°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $52n+7$, $52n+11$, $52n+15$, $52n+19$, $52n-5$, $52n-21$ *sont de la forme* $2y^2\pm 2yz+7z^2$, *ou bien ces nombres étant multipliés par* 2 *deviendront de la forme* y^2+13z^2.

16°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $52n+3$, $52n+23$, $52n-1$, $52n-9$, $52n-17$, $52n-25$ *sont en même tems de l'une & de l'autre de ces formes* y^2-13z^2 & $13z^2-y^2$.

17°. *Tous les nombres premiers des formes* $56n+15$, $56n+23$, $56n-17$ *sont ou de la forme* y^2+14z^2, *ou de celle-ci* $2y^2+7z^2$; *& les nombres premiers des formes* $56n+3$, $56n+19$, $56n+27$ *sont de la forme* $3y^2\pm 2yz+5z^2$; *ou bien ces nombres étant multipliés par* 3 *deviendront de la forme* y^2+14z^2.

18°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $56n+11$, $56n-5$, $56n-13$ *sont de la forme* y^2-14z^2; *& tous ceux des formes* $56n-1$, $56n-9$, $56n-25$ *sont de la forme* $14z^2-y^2$.

19°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $60n+19$, $60n-29$ *sont de la forme* y^2+15z^2; *& tous ceux des formes* $60n+23$, $60n-13$ *sont de la forme* $3y^2+5z^2$.

20°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $60n+11$, $60n-1$ *sont de la forme* $15z^2-y^2$; *& ceux des formes* $60n+7$, $60n-17$ *sont de la forme* $3y^2-5z^2$.

21°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $68n+3$, $68n+11$, $68n+23$, $68n+27$, $68n+31$, $68n-5$, $68n-29$ *sont de la forme* $3y^2\pm 2yz+6z^2$; *ou bien ces nombres étant multipliés par* 3 *deviendront de la forme* y^2+17z^2.

22°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $68n+15$, $68n+19$, $68n-1$, $68n-9$, $68n-13$, $68n-21$, $68n-25$, $68n-33$ *sont en même tems de ces deux formes* y^2-17z^2 & $17z^2-y^2$.

23°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $76n+7$, $76n+11$, $76n+23$, $76n+35$, $76n-13$, $76n-21$, $76n-29$, $76n-33$, $76n-37$ *sont ou de la forme* y^2+19z^2, *ou bien de la forme* $4y^2 \pm 2yz+5z^2$.

24°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $76n+3$, $76n+15$, $76n+27$, $76n+31$, $76n-1$, $76n-5$, $76n-9$, $76n-17$, $76n-25$ *sont de la forme* $19z^2-y^2$.

25°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $84n+19$, $84n+31$, $84n-29$ *sont de la forme* $3y^2+7z^2$; & *ceux des formes* $84n+11$, $84n+23$, $84n-13$ *sont de la forme* $2y^2 \pm 2yz + 11z^2$, *ou bien ces nombres étant multipliés par* 2 *deviendront de la forme* y^2+21z^2.

26°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $84n-5$, $84n-17$, $84n-41$ *sont de la forme* y^2-21z^2; & *ceux des formes* $84n-1$, $84n-25$, $84n-37$ *sont de la forme* $21z^2-y^2$.

27°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $88n+15$, $88n+23$, $88n+31$, $88n-17$, $88n-41$ *sont de la forme* y^2+22z^2; & *ceux des formes* $88n+19$, $88n+35$, $88n+43$, $88n-5$, $88n-37$ *sont de la forme* $2y^2+11z^2$.

28°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $88n+3$, $88n+27$, $88n-13$, $88n-21$, $88n-29$ *sont de la forme* y^2-22z^2; & *ceux des formes* $88n+7$, $88n+39$, $88n-1$, $88n-9$, $88n-25$ *sont de la forme* $22z^2-y^2$.

29°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $92n+3$, $92n+27$, $92n+31$, $92n+35$, $92n+39$, $92n-5$, $92n-17$, $92n-21$, $92n-33$, $92n-37$, $92n-45$ *sont ou de la forme* y^2+23z^2, *ou bien de la forme* $3y^2 \pm 2yz+8z^2$.

30°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $92n+7$, $92n+11$, $92n+15$, $92n+19$, $92n+43$, $92n-1$, $92n-9$, $92n-13$, $92n-25$, $92n-29$, $92n-41$ *sont de la forme* $23z^2-y^2$.

31°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $104n+3$, $104n+27$, $104n+35$, $104n+43$, $104n+51$, $104n-29$ *sont ou de la forme* y^2+26z^2, *ou bien de la forme* $3y^2\pm 2yz+9z^2$; *& tous ceux de ces formes* $104n+7$, $104n+15$, $104n+31$, $104n+47$, $104n-33$, $104n-41$ *sont ou de la forme* $2y^2+13z^2$, *ou bien de la forme* $5y^2\pm 4yz+6z^2$.

32°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $104n+23$, $104n-1$, $104n-9$, $104n-17$, $104n-25$, $104n-49$ *sont de l'une & de l'autre de ces formes* y^2-26z^2, & $26z^2-y^2$; *& ceux des formes* $104n+11$, $104n+19$, $104n-5$, $104n-21$, $104n-37$, $104n-45$ *sont en même tems de l'une & de l'autre de ces formes-ci* $2y^2-13z^2$, & $13z^2-2y^2$.

33°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $116n+3$, $116n+11$, $116n+15$, $116n+19$, $116n+27$, $116n+31$, $116n+39$, $116n+43$, $116n+47$, $116n+55$, $116n-17$, $116n-21$, $116n-37$, $116n-41$ *sont ou de la forme* $2y^2\pm 2yz+15z^2$, *ou bien de celle-ci* $3y^2\pm 2yz+10z^2$.

34°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $116n+7$, $116n+23$, $116n+35$, $116n+51$, $116n-1$, $116n-5$, $116n-9$, $116n-13$, $116n-25$, $116n-33$, $116n-45$, $116n-49$, $116n-53$, $116n-57$ *sont à la fois de ces deux formes* y^2-29z^2 & $29z^2-y^2$.

35°. *Tous les nombres premiers de ces formes* $120n+31$, $120n-41$ *sont de la forme* y^2+30z^2; *ceux des formes* $120n+23$, $120n+47$ *sont de la forme* $2y^2+15z^2$; *ceux des formes* $120n+43$, $120n-53$ *sont de la forme* $3y^2+10z^2$; *enfin ceux des formes* $120n+11$, $120n+59$ *sont de la forme* $5y^2+6z^2$.

36°. *Tous les nombres premiers des formes* $120n + 19$, $120n - 29$ *sont de la forme* $y^2 - 30z^2$; *tous ceux des formes* $120n - 1$, $120n - 49$ *sont de la forme* $30z^2 - y^2$; *tous ceux des formes* $120n + 7$, $120n - 17$ *sont de la forme* $15z^2 - 2y^2$; *enfin tous ceux des formes* $120n - 13$, $120n - 37$ *sont de la forme* $2y^2 - 15z^2$.

Nous nous arrêtons ici, n'ayant poussé nos Tables que jusqu'à $a = 30$; mais ceux qui sont curieux de ces sortes de théoremes pourront aisément les continuer aussi loin qu'ils voudront à l'aide des principes & des méthodes que nous avons données jusqu'ici.

46. Maintenant il est clair que le Théoreme 1[r] du N°. préc. renferme le Théoreme 4[e] de M. Fermat (N°. 36); que le Théoreme 2[d] ci-dessus renferme une partie du Théoreme 5[e] de M. Fermat, & qu'il est même plus général que celui de ce Géometre, en ce que le nôtre nous apprend que tous les nombres premiers de la forme $8n - 1$ sont non seulement de la forme $y^2 - 2z^2$, mais aussi de celle-ci $2z^2 - y^2$. Enfin il est visible que notre Théoreme 3[e] renferme aussi le Théoreme 2[d] de M. Fermat, mais pour le cas seulement où n est impair.

Quant au Théoreme 6[e] de cet Auteur, quoiqu'il ne soit point contenu immédiatement dans le Théoreme 5[e] du N°. préc.; il est cependant facile de l'en déduire. En effet on peut d'abord démontrer que tous les nombres de la forme $4m + 3$, qui sont terminés par les caracteres 3 ou 7, sont nécessairement de l'une de ces deux formes $20n + 3$, $20n + 7$; car en faisant successivement $m = 5n$, $5n + 1$, $5n + 2$, $5n + 3$, $5n + 4$, la forme $4m + 3$ donne celles-ci $20n + 3$, $20n + 7$, $20n + 11$, $20n + 15$, $20n + 19$; où l'on voit qu'il n'y a que les deux premieres qui puissent donner des nombres terminés par 3 ou par 7. Ainsi le Théoreme de M. Fermat se réduit à ce que le produit de deux nombres premiers de ces formes $20n + 3$, $20n + 7$ est toujours de la forme $y^2 + 5z^2$. Or notre Théoreme 5[e] nous apprend que tous les nombres premiers des formes $20n + 3$, $20n + 7$ sont nécessairement de la forme $2y^2 \pm 2yz + 3z^2$.

Donc il n'y a qu'à prouver que le produit de deux nombres de la forme $2y^2 \pm 2yz + 3z^2$ est de la forme $y^2 + 5z^2$; ce qui est facile; car on trouve que $(2y^2 + 2yz + 3z^2)(2y'^2 + 2y'z' + 3z'^2) = (2yy' + yz' + zy' + 3zz')^2 + 5(yz' - zy')^2$.

A l'égard des autres Théoremes de M. Fermat qui concernent les nombres premiers de la forme $4n + 1$, on en trouvera la démonstration ci-après.

47. Les Théoremes du N°. 45 ci-dessus ne regardent que les nombres premiers de la forme $4n - 1$; pour avoir de pareils Théoremes sur les nombres premiers de la forme $4n + 1$, il faudroit pouvoir démontrer que les nombres premiers de la forme $4na + b$, lorsque b est de la forme $4m + 1$, peuvent toujours être diviseurs de quelque nombre de la forme $t^2 + au^2$ ou $t^2 - au^2$; car nous avons déja prouvé (N°. 40) que tout nombre premier de la forme $4n + 1$ qui est un diviseur de $t^2 \pm au^2$ l'est aussi de $t^2 \mp au^2$. Or quoique l'induction paroisse prouver que les nombres premiers des formes qui conviennent aux diviseurs de $t^2 \pm au^2$ peuvent toujours être effectivement des diviseurs de pareils nombres; cette proposition ne peut être démontrée rigoureusement par rapport aux nombres premiers de la forme $4n + 1$ que pour un très petit nombre de cas; du moins toutes les tentatives que j'ai faites pour en venir à bout ont été jusqu'à présent inutiles; de sorte que je me bornerai ici à rapporter les résultats de mes recherches dans quelques cas particuliers où j'ai réussi à trouver la démonstration de la proposition dont il s'agit; ce sont ceux où $b = 1$ & où $a = 1, 2, 3, 5, 7$ ou $=$ au produit de quelques-uns de ces nombres, & où $b = 9$ & $a = 5, 10$.

THÉOREMES

sur les nombres premiers de la forme $4n + 1$.

48. **Nous avons vu (Lemme I & II) qu'on peut toujours trouver une valeur de x telle que $x^{p-1} - 1$, ou un quelconque des facteurs rationels & entiers de ce binome soit divisible par p.** Soit donc $p = 4na + 1$, on aura $x^{p-1} - 1 = x^{4na} - 1 = (x^{2na} - 1)(x^{2na} + 1)$;

ainsi $x^{2na}+1$ pourra être divisible par $4na+1$, lorsque c'est un nombre premier. Faisons $x^n = r$, & l'on aura le binome $r^{2a}+1$ qui pourra être divisible par $4an+1$; faisons de plus $r^2+1 = s$; & le binome $r^{2a}+1$ pourra se réduire à cette forme

$$s^a - a s^{a-2} r^2 + \frac{a(a-3)}{2} s^{a-4} r^4 - \frac{a(a-4)(a-5)}{2.3} s^{a-6} r^6$$
$$+ \frac{a(a-5)(a-6)(a-7)}{2.3.4} s^{a-8} r^8 - \&c.$$

quantité que nous appellerons R pour plus de simplicité. Ainsi tout nombre premier de la forme $4na+1$ pourra être un diviseur du polynome R, ou même d'un facteur quelconque entier & rationel de ce polynome. Il faut seulement remarquer à l'égard de la série qui représente ce polynome qu'elle ne doit être poussée que jusqu'aux termes exclusivement qui contiendroient des puissances négatives de s; c'est de quoi il est facile de se convaincre par la nature même de cette série laquelle en y substituant r^2+1 à la place de s doit se réduire à $r^{2a}+1$.

Cela posé soit d'abord $a = 1$, on aura $R = s = r^2+1$; donc tout nombre premier de la forme $4n+1$ pourra être un diviseur d'un nombre de la forme t^2+u^2; donc (N°. 18)

1°. *Tout nombre premier de la forme* $4n+1$ *est aussi de la forme* y^2+z^2.

Soit ensuite $a = 2$, on aura $R = s^2 - 2r^2$; d'où il s'ensuit que tout nombre premier de la forme $8n+1$ peut être un diviseur d'un nombre de la forme t^2-2u^2, & par conséquent aussi d'un nombre de la forme t^2+2u (Lemme IV); donc (N°. 18 & 20)

2°. *Tout nombre premier de la forme* $8n+1$ *est en même tems de ces trois formes* y^2+2z^2, y^2-2z^2 & $2z^2-y^2$.

Soit en troisieme lieu $a = 3$, on aura $R = s^3 - 3sr^2 = s(s^2-3r^2)$; donc tout nombre premier de la forme $12n+1$ pourra être diviseur d'un nombre de la forme t^2-3u^2, & par conséquent aussi d'un nombre de la forme t^2+3u^2 (Lemme IV); donc (N°. 18 & 20)

3°. *Tout nombre premier de la forme* $12n + 1$ *sera en même tems de la forme* $y^2 + 3z^2$ *& de l'une de ces deux* $y^2 - 3z^2$ & $3z^2 - y^2$; mais on voit par la Table IVe que la forme $-y^2 + 3z^2$ ne donne que des nombres de la forme $12n - 1$; donc *tout nombre premier* $12n + 1$ *sera nécessairement de ces deux formes* $y^2 + 3z^2$ & $y^2 - 3z^2$.

Soit en quatrieme lieu $a = 5$, on aura $R = s^5 - 5s^3r^2 + 5sr^4 = s(s^4 - 5s^2r^2 + 5r^4)$; donc tout nombre premier de la forme $20n + 1$ pourra être un diviseur de $s^4 - 5s^2r^2 + 5r^4$, par conséquent aussi de $4s^4 - 20s^2r^2 + 20r^4 = (2s^2 - 5r^2)^2 - 5r^4$, c'est à dire d'un nombre de la forme $t^2 - 5u^2$; donc il pourra l'être aussi d'un nombre de la forme $t^2 + 5u^2$ (Lemme IV); donc (N°. 18 & 20)

4°. *Tout nombre premier de la forme* $20n + 1$ *est en même tems de ces trois formes* $y^2 + 5z^2$, $y^2 - 5z^2$ & $5z^2 - y^2$.

En cinquieme lieu soit $a = 7$, on aura $R = s^7 - 7s^5r^2 + 14s^3r^4 - 7sr^6 = s(s^6 - 7(s^2 - r^2)^2r^2)$; donc tout nombre premier de la forme $28n + 1$ pourra être un diviseur de $s^6 - 7(s^2 - r^2)^2r^2$ & par conséquent d'un nombre de la forme $t^2 - 7u^2$, comme aussi d'un nombre de la forme $t^2 + 7u^2$ (Lemme IV); donc (N°. 18 & 20)

5°. *Tout nombre premier de la forme* $28n + 1$ *sera en même tems de la forme* $y^2 + 7z^2$ *& de l'une de ces deux-ci* $y^2 - 7z^2$, $7z^2 - y^2$; mais la Table IVe montre que la forme $-y^2 + 7z^2$ ne peut donner des nombres de la forme $28n + 1$; donc *tout nombre premier* $28n + 1$ *sera nécessairement de ces deux formes* $y^2 + 7z^2$ & $y^2 - 7z^2$.

Si on faisoit encore $a = 11$, on auroit $R = s^{11} - 11s^9r^2 + 11.4s^7r^4 - 11.7s^5r^6 + 11.5s^3r^8 - 11sr^{10}$; de sorte que tout nombre premier de la forme $44n + 1$ pourra être un diviseur de $s^{10} - 11(s^8 - 4s^6r^2 + 7s^4r^4 - 5s^2r^6 + r^8)r^2$; mais je ne vois pas comment cette quantité pourroit se réduire à la forme $t^2 - 11u^2$; c'est pourquoi il me paroit que l'usage de la méthode précédente est borné aux seuls cas

cas que nous venons d'examiner; d'autant plus que ces cas sont les seuls où l'on ait pu jusqu'ici déterminer les racines de l'équation $r^{2a}+1=0$, en supposant a un nombre premier; en effet si on pouvoit trouver, pour une valeur quelconque de a, l'expression de la racine r, & que cette expression contînt d'une maniere quelconque le radical $\sqrt{a}$ ou $\sqrt{-a}$, il est facile de voir qu'on pourroit toujours avoir un facteur de $r^{2a}+1$ qui seroit de la forme $t^2 \pm a u^2$, & qui pourroit par conséquent être divisible par tout nombre premier de la forme $4na+1$.

Ayant trouvé jusqu'ici que tout nombre premier de la forme $4na+1$ est toujours un diviseur de $t^2 \pm a u^2$ lorsque $a = 2, 3, 5, 7$; il s'ensuit du Lemme VI[e] que cela sera vrai aussi lorsque a sera égal au produit de quelques-uns des nombres $2, 3, 5, 7$. Ainsi faisant successivement $a = 6, 10, 14, 15, 21, 30$, on trouvera d'après les Tables 1[e] & 2[e] combinées avec les Tables 3[e] & 4[e] les Théoremes suivants.

6°. *Tout nombre premier de la forme* $24n+1$ *est en même tems de l'une & de l'autre de ces deux formes* y^2+6z^2 *&* y^2-6z^2.

7°. *Tout nombre premier de la forme* $40n+1$ *est en même tems de chacune de ces trois formes* y^2+10z^2, y^2-10z^2 *&* $10z^2-y^2$.

8°. *Tout nombre premier de la forme* $56n+1$ *est de la forme* y^2+14z^2 *ou* $2y^2+7z^2$, *& en même tems de la forme* y^2-14z^2.

9°. *Tout nombre premier de la forme* $60n+1$ *est à la fois de l'une & de l'autre de ces formes* y^2+15z^2 *&* y^2-15z^2.

10°. *Tout nombre premier de la forme* $84n+1$ *est à la fois de l'une & de l'autre de ces formes* y^2+21z^2 *&* y^2-21z^2.

11°. *Tout nombre premier de la forme* $120n+1$ *est à la fois de l'une & de l'autre de ces formes* y^2+30z^2 *&* y^2-30z^2.

Considérons maintenant les nombres premiers de la forme $20n+9$, & je dis que ces nombres sont nécessairement diviseurs de quelques nombres de la forme t^2-5u^2. Car si on le nie, il faudra qu'on admette

(Lemme VII, N°. 45) que le nombre $\frac{(t+u\sqrt{5})^{20n+10}-(t-u\sqrt{5})^{20n+10}}{2u\sqrt{5}}$, & même qu'un facteur quelconque de ce nombre est divisible par le nombre premier $20n+9$. Or l'expression précédente a évidemment ce facteur $\frac{(t+u\sqrt{5})^5-(t-u\sqrt{5})^5}{2\sqrt{5}}$, c'est à dire, en développant les termes, $5(t^4+10t^2u^2+5u^4) = 25(t^2+u^2)^2-5(2t^2)^2$; donc le nombre $20n+9$ sera nécessairement diviseur d'un nombre de la forme t^2-5u^2. De là & des Tables citées résulte d'abord ce Théoreme

12°. *Tout nombre premier de la forme* $20n+9$ *est en même tems de ces trois formes* y^2+5z^2, y^2-5z^2 *&* $5z^2-y^2$.

Enfin puisque les nombres de la forme $40n+9$ sont aussi de la forme $8n+1$, & que nous avons déja vu que les nombres premiers de cette derniere forme sont toujours diviseurs de quelques nombres de la forme t^2-2u^2; il s'ensuit du Lemme VI, qu'en faisant $a=2.5$ les nombres premiers de la forme $4na+9$, c'est à dire $40n+9$, seront toujours diviseurs de quelques nombres de la forme u^2-at^2, c'est à dire de u^2-10t^2. Donc

13°. *Tout nombre premier de la forme* $40n+9$ *est en même tems de ces trois formes* y^2+10z^2, y^2-10z^2 *&* $10z^2-y^2$.

SCHOLIE I.

49. Au reste si on combine les Théoremes que nous avons démontrés jusqu'ici avec le Lemme 3ᵉ, on en pourra déduire un grand nombre d'autres Théoremes d'arithmétique qui seroient peut-être bien difficiles à démontrer directement.

Ainsi si p est un nombre premier d'une de ces formes $8n\pm1$, $2^{\frac{p-1}{2}}-1$ sera divisible par p, & si p est de la forme $8n\pm3$, $2^{\frac{p-1}{2}}+1$ sera alors divisible par p.

De même si p est de la forme $12n \pm 1$, $3^{\frac{p-1}{2}} - 1$ sera divisible par p, & si p est de la forme $12n \pm 5$, $3^{\frac{p-1}{2}} + 1$ sera alors divisible par p.

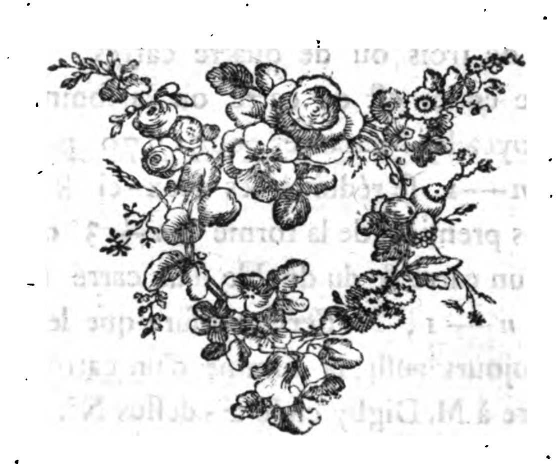
Si p est d'une de ces formes $20n \pm 1$, 20 ± 9, $5^{\frac{p-1}{2}} - 1$ sera divisible par p; & si p est d'une de ces formes $20n \pm 3$, $20n \pm 7$, alors $5^{\frac{p-1}{2}} + 1$ sera divisible par p. Et ainsi de suite.

SCHOLIE II.

50. Les nombres premiers de la forme $4n + 1$ sont toujours la somme de deux carrés (N°. 48); mais les nombres premiers de la forme $4n - 1$ ne pouvant jamais être la somme de deux carrés, seront nécessairement la somme de trois ou de quatre carrés, puisqu'il est démontré que tout nombre entier est ou carré ou la somme de deux ou trois ou quatre carrés, (voyez les Mémoires pour 1770 p. 123); or je remarque que la forme $4n - 1$ se réduit à ces deux-ci $8n - 1$ & $8n + 3$; à l'égard des nombres premiers de la forme $8n + 3$ on a prouvé qu'ils sont toujours la somme d'un carré & du double d'un carré (N°. 45); & quant à ceux de la forme $8n - 1$, M. Fermat assure que le double de chacun de ces nombres est toujours aussi la somme d'un carré & du double d'un carré (voyez la Lettre à M. Digby citée ci-dessus N°. 36); mais ce dernier Théoreme est du nombre de ceux qui restent encore à démontrer. On peut observer que la forme $8n - 1$ se réduit à ces trois-ci $24n - 1$, $24n + 7$, $24n + 15$, dont il n'y a que les deux premieres qui puissent convenir à des nombres premiers; or il est déja démontré que tout nombre premier de la forme $24n + 7$ est de la forme $y^2 + 6z^2$ (N° 45); donc le double d'un nombre premier de la même forme sera de la forme $2y^2 + 12z^2 = (y + 2z)^2 + (y - 2z)^2 + (2z)^2$ c'est à dire la somme de trois carrés. Ainsi le Théoreme dont il s'agit est démontré pour tous les nombres premiers de la forme $8n - 1$ lorsque n n'est pas

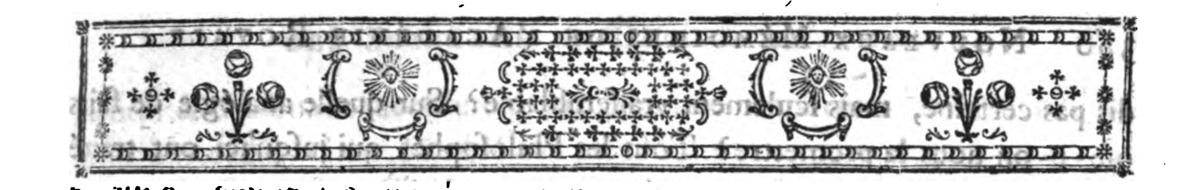
un multiple de trois; & il ne reste plus qu'à le démontrer pour les nombres de la forme $24n - 1$; mais je ne vois pas quant à présent comment on y pourroit parvenir.

J'ajoûterai en finissant que j'ai remarqué, que tout nombre premier de la forme $4n - 1$ est la somme d'un nombre premier de la forme $4n + 1$ & du double d'un nombre premier de la même forme; ainsi $3 = 1 + 2.1$, $7 = 5 + 2.1$, $11 = 1 + 2.5$, $19 = 17 + 2$, $23 = 13 + 2.5 = 1 + 2.11$, $31 = 29 + 2$, $43 = 41 + 2$, $47 = 37 + 2.5 = 1 + 2.23$ &c; mais ce n'est que par induction que j'ai trouvé ce Théoreme.



NOUVEAUX MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.



SUR L'IMMORTALITÉ DE L'AME, *considérée physiquement.*

PAR M. SULZER.

PREMIER MÉMOIRE.

Les Philosophes modernes qui ont entrepris de soutenir le dogme important de l'immortalité de l'ame ont cru devoir le fonder sur son immatérialité. Cependant on convient généralement que la démonstration la plus rigoureuse de l'immatérialité de l'ame ne suffit pas pour nous assurer de son immortalité. Ce que l'expérience nous apprend sur l'union intime de l'ame avec son corps nous porte à croire que la destruction ou dissolution de celui-ci jette l'ame, quoiqu'immatérielle, dans un assoupissement mortel.

Il semble en effet qu'on est obligé d'admettre comme une chose de fait que l'ame ne sent rien, ne connoît rien & n'a aucune perception claire, pas même celle de sa propre existence, que par le ministere du corps: privée de cet instrument de ses connoissances, elle seroit, malgré son immatérialité, un être sans vie.

Il paroît donc que l'idée flatteuse de l'immortalité ne peut être adoptée qu'en supposant qu'après la dissolution du corps l'ame soit de nouveau réunie à un autre corps organisé par le moyen duquel elle ait la connoissance de soi-même & de ce qui se passe hors d'elle.

Mais surquoi peut-on fonder l'espérance d'une nouvelle réunion des deux substances? Quel est le principe incontestable qui nous la rend, je ne

dis pas certaine, mais seulement vraisemblable? Sur quelle analogie de faits ose-t-on nous la promettre? Tous les Philosophes qui jusqu'ici ont traité cette matiere, recourent aux attributs moraux de l'Être supreme, pour en déduire la probabilité d'un nouveau corps moyennant lequel l'ame continuera de vivre & de sentir. Ces Philosophes croient que la sagesse, la bonté, la justice de cet Être ne permettent pas de supposer qu'après la mort l'ame reste dans l'assoupissement mortel dans lequel elle sera plongée par la destruction de son corps; d'où ils concluent, sans en alléguer d'autre raison, que le Créateur formera de nouveaux corps aux ames séparées de ceux qu'elles avoient eus dans cette vie.

J'ose avouer que ce raisonnement, de même que plusieurs autres de cette espece, ne me paroit pas bien concluant. Je suis très éloigné de jetter le moindre doute sur ce qu'une saine Métaphysique nous enseigne des attributs moraux de Dieu: mais quoiqu' intimement convaincu de la bonté & de la sagesse sans bornes de cet Être duquel tout dépend, je n'oserois soutenir que ces attributs seroient démentis si, après cette vie, les ames n'étoient pas rappellées à une autre, moyennant de nouveaux corps. D'où prendrois-je la hardiesse de décider ce qu'il convient ou ne convient pas que fasse cet Être dont la nature est infiniment supérieure à mes foibles conceptions?

Le seul cas où, en bonne Logique, on puisse recourir aux attributs moraux de Dieu pour appuyer une assertion, est celui où la chose qu'on soutient est conforme au cours ordinaire de la Nature; lequel, étant indubitablement l'ouvrage de Dieu, nous découvre quelque chose de la façon d'agir de cet Être trop au dessus de nous pour nous être parfaitement connu. Je vois, par exemple, que certaines productions de la Nature, comme les plantes & les animaux, sont sujettes à la dissolution, & que par le cours de la Nature d'autres individus de la même espece sont continuellement produits pour remplacer ceux qui vont disparoître. C'est par la certitude que l'Auteur de la Nature a trouvé bon d'établir des loix pour cette succession des individus de la même espece, que je m'assure que des générations futures de

plantes

plantes & d'animaux ſuccéderont aux générations préſentes de la même maniere que celles-ci ont ſuccédé aux précédentes.

C'eſt ainſi qu'une ſuppoſition fondée ſur l'analogie ou ſur ſa conformité au cours de la Nature, peut être élevée au rang des vérités dont la raiſon ne permet pas de douter, quoiqu'on ne puiſſe la démontrer à la rigueur.

Le dogme de l'immortalité de l'ame, conſidéré phyſiquement, me paroît être dans ce cas: c'eſt ce qui m'a fait naître l'idée de développer les argumens qui m'ont paru ſuffiſans pour me convaincre moi-même qu'il eſt dans l'analogie de la Nature, qu'après la mort l'ame ſoit réunie à un nouveau corps. Si je réuſſis dans cette entrepriſe, comme j'ai lieu de l'eſpérer, j'aurai l'avantage de rendre au Matérialiſte même l'eſpérance de l'immortalité dont il s'étoit privé par de faux raiſonnemens: car on verra que, quand même l'ame ſeroit matérielle, il eſt non ſeulement poſſible qu'elle reſſuſcite pour une autre vie après avoir quitté celle-ci, mais que cela eſt très probable & conforme au cours de la Nature. Or l'immortalité eſt une choſe ſi déſirable qu'il ſemble que la ſeule poſſibilité phyſique devroit ſuffire pour nous la faire croire.

Outre cela mon travail aura le mérite de ſuppléer à ce qui manque aux démonſtrations de ceux qui fondent l'immortalité de l'ame ſur ſon immatérialité. Enfin, on verra que la réunion de l'ame avec un nouveau corps s'exécute ſans miracle par les loix ſeules de la Nature. C'eſt un point ſur lequel les Philoſophes ont gardé un profond ſilence, inſinuant par là qu'ils regardoient cette réunion comme ſurnaturelle ou miraculeuſe.

Comme il ne s'agit pas ici de ſurprendre le lecteur, mais de le convaincre, je commence par expoſer ſommairement mon ſyſtême, afin qu'on ſoit mieux en état de voir ſi les argumens que j'alléguerai pour le prouver de point en point, ſont concluans ou non. Mais j'avertis d'avance que j'exige une attention ſérieuſe & ſuivie au développement de mes argumens. On ne peut pas prétendre que des vérités qui tiennent à ce qu'il y a de plus caché dans la Nature, puiſſent être rendues ſenſibles par quelque trait d'eſprit. Je fais cette remarque parce que je vois qu'il y a aujourd'hui des Philoſophes qui, plus accoutumés aux ſaillies d'eſprit qu'à des raiſonnemens approfondis,

prétendent renverser par un bon mot des vérités qu'il n'est possible de connoître qu'en combinant une multitude de faits & d'observations assez difficiles & assez délicates pour n'être saisies qu'à l'aide d'une attention très forte.

Voici donc le précis de ce nouveau systême, renfermé dans cinq propositions.

1. Ce corps animal visible n'est que l'enveloppe d'un corps organisé plus subtil qui est le siege de l'ame, ou l'ame même, dans le systême du Matérialiste. Je me servirai toujours des noms de *corps animal* & de *molécule animée* pour désigner ces deux corps.

2. Ce corps subtil, ou la molécule animée, est indestructible par les seules forces de la Nature, & la dissolution ou la destruction du corps animal ne fait que détruire l'union des deux corps sans altérer l'organisation de la molécule animée.

3. Après la séparation des deux corps, toutes les sensations & toutes les perceptions claires de l'ame cessent; & elle perd l'apparence de la vie.

4. Cependant la molécule animée étant indestructible, elle continue d'exister dans toute son intégrité; & par des loix établies dans la Nature, au lieu d'être confondue dans la masse générale de la matiere, elle suit les loix particulieres établies pour l'espece à laquelle elle appartient.

5. Moyennant ces loix, elle retourne à l'endroit où elle doit être réunie à un nouveau corps plus grossier, par le moyen duquel elle se trouve remise en état de recevoir des impressions sensibles du monde matériel, qui lui procurent des perceptions claires, & par là une nouvelle vie.

Je ne prétends pas donner des démonstrations rigoureuses de ces cinq propositions; on sait que les matieres de physique ne sont pas susceptibles de telles démonstrations. J'aurai fait tout ce qu'il est possible de faire dans les questions de cette nature, si je prouve que ces propositions sont des conclusions tirées de l'analogie, ou conformes à ce que l'observation nous apprend du cours ordinaire de la Nature. Tous les Philosophes conviennent que cela suffit pour prouver les vérités de fait dont il est impossible de s'assurer par une expérience immédiate.

La premiere de ces cinq propofitions n'eft pas neuve; plufieurs Philofophes l'ont avancée comme probable, & tout nouvellement un des plus habiles Phyficiens, qui en même tems eft un des premiers Pfychologues de notre tems, (Mr. *Bonnet* dans fa *Palingénéfie*,) a fourni de nouveaux argumens pour la prouver. Mais, fans m'arrêter à ce que d'autres en ont dit, je propoferai feulement les argumens par lesquels je me fuis affuré moi-même de cette vérité.

I. D'abord, on peut prouver par des faits inconteftables que la faculté de fentir, ou pour m'expliquer plus pofitivement, que l'être qui fent n'eft pas répandu ou disféminé par toute l'étendue du corps animal, mais qu'il a fon fiege dans le cerveau. Ce n'eft pas l'œil qui voit, ni l'oreille qui entend. L'ame ne fent les impreffions de la lumiere & des fons que lorfque moyennant les nerfs le mouvement produit dans les organes eft communiqué à la moëlle du cerveau. L'œil, dans toute l'intégrité de fon organifation, ne produit aucune perception de la lumiere, fi les canaux ou nerfs qui du fond de cet organe vont dans l'intérieur du cerveau, font bouchés. Il en eft de même de tous les autres fens, qui ne produifent la fenfation que lorfque l'ébranlement caufé dans les nerfs, parvient jufqu'au cerveau. Ces faits étant connus, il n'eft pas néceffaire de les prouver ici.

Cela prouve inconteftablement que les perceptions ne fe font que dans l'intérieur du cerveau, & que les organes des fens ne fervent qu'à recevoir les impreffions des objets, pour les modifier de maniere qu'elles puiffent parvenir au fiege de l'ame.

On croit à la vérité que l'on fent dans toutes les parties extérieures du corps, parce que l'on diftingue exactement l'endroit qui fouffre ou qui reçoit un coup fenfible. Toutefois il y a des faits bien conftatés qui prouvent que ceci n'eft qu'illufion. L'exemple des perfonnes qui croient fentir de la douleur dans des membres dont ils font privés depuis longtems, fuffit pour prouver ce que je viens de dire. Les hommes qui depuis plufieurs années ont perdu un bras, ou une jambe, fentent des douleurs aux doigts ou aux orteils qu'ils n'ont plus. Preuve très évidente que ce n'eft pas dans les membres extérieurs, mais dans le cerveau que la perception eft produite.

Cela nous fournit deux conséquences qui serviront à répandre quelque jour sur la nature des sensations.

1°. Le corps animal peut être parfaitement bien organisé dans toutes ses parties extérieures & intérieures sans qu'il rende à l'ame le service ordinaire de lui transmettre les impressions du monde matériel. Cela arrive si, vers l'extrémité intérieure des nerfs, il y a quelque obstruction qui empêche le mouvement que les nerfs reçoivent dans les organes des sens, de passer jusqu'à l'endroit où il produiroit la perception. Il semble même que ce cas a quelquefois lieu. On a du moins des exemples de personnes robustes & en pleine santé, capables d'exécuter parfaitement bien toutes les fonctions animales qui ne dépendent que de l'intégrité du corps, & malgré cela d'une si grande stupidité que rien ne les affecte, ni en bien, ni en mal. La santé dont ces personnes jouissent, les forces de corps qu'elles possedent, prouvent clairement que le défaut qui les rend stupides ne gît que dans l'intérieur du cerveau, où il n'y a plus de vaisseaux nécessaires pour la conservation, la nutrition & l'entretien des forces du corps animal. Le mal consiste, ou dans quelque obstruction, ou dans quelque dérangement vers l'extrémité intérieure des nerfs. Je me rappelle d'avoir entendu lire dans une de nos assemblées académiques la relation d'un cas rare arrivé dans la Principauté de Neufchatel, qui confirme ce que je viens de dire. Un jeune garçon entierement stupide, jouissant d'ailleurs d'une bonne santé, reçut par hasard un coup si violent à la tête que le crâne en fut fracassé; & cet accident le délivra de sa stupidité. On conçoit qu'un coup de cette violence a pu débarrasser les nerfs, dans l'intérieur du cerveau, de l'obstruction qui interceptoit, du moins en partie, les mouvemens que les sens devoient transmettre au siege de l'ame.

2. On peut avoir des sensations sans que les organes qui dans l'état naturel des choses les transmettent à l'ame, ayent été affectés par un objet extérieur. C'est la seconde conséquence que fournit l'observation alléguée plus haut. Il suffit pour cela que les nerfs destinés à porter le mouvement dans le siege de l'ame, soient affectés de ce mouvement près de leur extrémité intérieure. Tel paroit être le cas de ces visionnaires qui entendent des

voix & qui voient des objets, quoique rien ne frappe les organes extérieurs de l'ouïe & de la vue. On voit donc qu'à la rigueur le corps animal pourroit être altéré & même détruit jusqu'à cette partie du cerveau où les perceptions sont produites; elle seule suffiroit pour exciter toutes les sensations. Car il n'est nullement impossible que les extrémités intérieures soient frappées extraordinairement d'une maniere tout à fait analogue à ce qui se passe lorsque tout est dans son état naturel.

Il suit manifestement de là que l'ame n'est pas le résultat de l'organisation du corps entier; & que, si elle est une substance matérielle, cette substance n'est qu'une très petite partie du corps, & qu'elle est placée dans l'intérieur du cerveau.

On pourroit demander ici, pourquoi donc la Nature ne s'est pas contentée de produire cette petite partie essentielle en retranchant tout le dehors?

Il est facile de répondre à cette question.

Premierement, le corps animal n'est pas fait uniquement pour fournir à l'ame les perceptions du monde matériel; il a encore une seconde fonction aussi essentielle que la premiere, c'est d'être l'instrument par lequel l'ame exerce sa force sur le monde matériel, pour y produire les changemens qui sont de son ressort. C'est probablement pour cela qu'il lui a fallu un corps dont la masse fût proportionnée aux fonctions que la Nature lui avoit assignées.

Secondement: Quoiqu'il ne soit pas absolument impossible que l'ame reçoive des perceptions du monde matériel sans les organes grossiers des sens, cela n'arrive que fort extraordinairement, par un concours fortuit de circonstances. D'ailleurs, qui peut nous assurer que le *sensorium*, cette partie où l'ame réside, avec une petite partie des nerfs qui y aboutissent, auroient pu exister longtems dans leur intégrité sans l'aide de toutes les autres parties du corps animal? Ces extrémités des nerfs auroient-elles été assez garanties du dérangement que l'élément dans lequel nous vivons auroit pu y causer?

Enfin, troisiemement, les organes extérieurs des sens semblent être nécessaires pour concentrer ou réunir les impressions du monde matériel, qui sans cela seroient probablement trop foibles pour exciter des perceptions assez claires dans l'ame. L'œil paroît faire la fonction d'un verre convexe qui réunit dans un très petit espace un nombre infini de rayons de lumiere pour rendre leurs impulsions plus fortes; & l'oreille fait le même effet sur les rayons acoustiques. Il paroît donc qu'une des fonctions principales du corps animal est de recevoir & de modifier les impressions du monde matériel de maniere à les rendre sensibles à l'ame, qui, sans cet instrument n'en seroit peut-être point affectée du tout, ou le seroit tout différemment. Mais je reviens à mon sujet.

Ce que j'ai observé sur le siege de nos perceptions prouve évidemment que, si l'ame est une substance différente du corps, elle réside dans l'intérieur du cerveau; & si elle est matérielle, ce n'est qu'une petite portion de matiere placée au même endroit, qui par une organisation particuliere, a la propriété de sentir & de réagir sur le corps animal.

Voyons maintenant s'il est possible de découvrir quelque chose de plus sur sa nature.

Je ne vois que deux suppositions possibles sur la nature de cette partie de la matiere où les perceptions sont produites. 1. Ou les nerfs sensibles se réunissent là par leurs extrémités intérieures & forment une espece de nœud propre à produire des perceptions. 2. Ou bien, c'est dans cet endroit qu'est placé un corps subtil qui, soit par la nature de l'étoffe dont il est fait, soit par une organisation particuliere, possede la propriété d'éprouver l'action des nerfs sensibles. Dans l'hypothese de l'immatérialité, ce seroit ce petit corps qui seroit le siege de l'ame.

Lorsqu'on examine les choses de près, on trouve que la premiere de ces hypotheses n'est pas admissible. J'ai allégué plus haut des faits qui prouvent incontestablement que les nerfs mêmes ne sentent pas. On feroit donc une supposition bien gratuite en disant qu'un entortillement de leurs extrémités intérieures leur donne le sentiment. Il faudroit au moins supposer encore qu'ils fussent, dans ce nœud, d'une structure tout à fait différente

de celle qui a lieu dans leur longueur. Il est très visible que les nerfs, depuis leurs extrémités extérieures jusqu'au *sensorium*, ne sont que des canaux qui reçoivent des impressions moyennant le mouvement, & communiquent ce mouvement à l'être qui sent & qui est placé à leur extrémité intérieure. Donc, cet être est une substance corporelle, si l'on veut, différente des nerfs mêmes.

On ne peut donc, dans le système du Matérialisme, se former une autre idée de l'ame que celle-ci: qu'elle est un petit corps placé au milieu du cerveau, à portée de recevoir toutes les impulsions que les nerfs lui portent, & ayant la faculté de sentir ces impulsions de maniere que chacune y produise une perception d'une espece déterminée, selon la structure du nerf qui a porté l'impulsion, ou selon la nature de l'impulsion même.

Les Philosophes qui soutiennent l'immatérialité de l'ame, adopteront sans peine ce petit corps, qui selon eux sera le véritable siege de l'ame. Je ne vois qu'un seul doute qui pourroit naître contre l'existence de ce petit corps: c'est son inutilité apparente. On dira peut-être que, si l'ame peut tellement être unie à la matiere que certains mouvemens dans celle-ci produisent des perceptions dans l'autre, cette union peut bien avoir lieu entre le corps animal & l'ame sans le moyen d'un autre petit corps intermédiaire. La supposition de cette molécule animée pourroit donc paroître tout à fait gratuite dans le système de la Spiritualité.

Je viens d'observer moi-même que la preuve que j'ai alléguée pour cette molécule animée, n'est convaincante que dans le système du Matérialisme. Mais il y a d'autres raisons qui, dans le système de la Spiritualité, rendent son existence très probable. Les voici.

Si l'ame reçoit ses perceptions immédiatement par l'action des nerfs, & sans un corps intermédiaire, la mort détruit entierement la liaison de l'ame avec le monde matériel, qui lui est pourtant nécessaire pour avoir des perceptions claires. Il faudra donc, pour la ramener à la vie, ou du moins à l'état des perceptions claires, il faudra, dis-je, une espece de nouvelle création. Car il n'est point concevable que, par les loix établies pour le cours de la Nature, une substance non-matérielle aille s'unir à un corps, de

la maniere que nous voyons l'ame unie à ce corps animal. Il faudroit recourir à des miracles continuels pour obtenir la résurrection des ames.

Si, au contraire, nous supposons que l'ame dès sa création est indissolublement unie à une molécule de matiere, de maniere qu'elle reçoive des impressions qui répondent aux mouvemens internes de cette molécule, alors la naissance par laquelle nous entrons dans cette vie, & la renaissance qui après la mort nous placera dans une autre vie, deviennent des événemens naturels, qui arrivent sans aucun miracle, par le cours de la Nature, comme je le ferai voir dans la suite. Voilà ce qui, dans le systême de la Spiritualité, suffit pour admettre l'existence de la molécule animée.

II. Je viens maintenant au second argument qui dans le systême du Matérialisme prouve l'existence de la molécule animée. Cet argument est fondé sur ce fait: que dans les plus grands dérangemens du systême des nerfs & des autres parties du corps animal, l'ame conserve toute son intégrité, ou santé, d'où il suit nécessairement, que cette portion de matiere qui fait l'ame, est un corps tout différent du corps animal. La conclusion est juste & n'admet pas de doute. Il s'agit donc uniquement de prouver le fait même, en faisant voir que, dans les plus grands dérangemens du corps animal, l'ame conserve toute son intégrité, ou santé.

Je sais combien les apparences sont ici contre moi; je vois même que le Matérialiste fonde son systême sur le prétendu fait: que l'ame croît & décroît, se forme, se fortifie, ou s'affoiblit, à mesure que le corps se forme, croît ou décroît, se fortifie ou dépérit. Cela paroît même si évident que je n'entreprendrois pas de m'opposer à l'opinion vulgaire sur ce fait, si je ne parlois pas à des Philosophes qui savent se garantir contre l'illusion de l'apparence. Ce n'est pas le seul cas où l'apparence d'un fait soit prise pour le fait même. Il y a bien des gens dans le monde qui, lorsque l'abondance des vapeurs invisibles dans l'atmosphere affoiblit l'éclat & la force des rayons solaires, s'imaginent que cet astre même languit. On ne doit donc pas être surpris que le vulgaire s'imagine que l'ame croît & décroît avec le corps; mais on a lieu de s'étonner que des Philosophes, dont la vocation est de rectifier ce qu'il y a de faux dans les conceptions populaires, nous présentent

présentent cette opinion grossiere & si peu réfléchie comme une grande découverte qu'ils prétendent avoir faite, qu'ils en tirent ensuite la conséquence que l'ame n'est qu'un résultat de l'organisation du corps.

J'avoue que la supposition qu'une goutte de sang déplacée dans le cerveau puisse priver l'homme de la raison & faire un être imbécille de l'ame d'un Leibnitz ou d'un Newton; que la mauvaise digestion puisse dénaturer l'ame la plus douce & la plus belle, au point d'en faire un être sombre & chagrin, a quelque chose de révoltant pour moi. Comment des Philosophes même pouvoient-ils s'imaginer que le génie, cette force divine capable de pénétrer dans l'abyme qui cache les vérités les plus sublimes; que les vertus de ces ames célestes qui font l'admiration de tous les siecles, ne soient que des accidens qui résultent de la position de quelques particules de matiere; que quelque obstruction dans les vaisseaux du corps animal, puisse anéantir cette énergie sublime des grandes ames? N'est-il pas infiniment plus raisonnable de dire que les humeurs du corps influent sur l'ame, de la même maniere que les vapeurs de l'atmosphere influent sur l'action des rayons solaires relativement à ce globe? On peut assurer comme une chose de fait, qu'un air plus ou moins pur, plus ou moins épais, avance, retarde ou empêche absolument cet effet merveilleux des rayons solaires qui vivifient tout sur ce globe; cependant tout le monde sent l'absurdité de la conclusion qu'un ignorant en tireroit, que les plantes que nous voyons naître toutes les années, & que la force productrice même de ces êtres, ne sont que des accidens causés par les vapeurs de l'air plus ou moins épaisses. Or ceux qui prennent les dérangemens du corps animal pour des dérangemens de l'ame même, raisonnent ou plutôt déraisonnent de la même façon que cet ignorant dont je viens de parler.

Mais entrons dans des considérations plus approfondies des cas où le dérangement du corps animal semble priver l'ame de ses plus belles qualités.

Il est très essentiel ici de distinguer la substance même de l'ame des effets accidentels de ses opérations. L'ame en elle-même, immatérielle ou matérielle, est, de l'aveu de tout le monde, cet être qui sent, qui apper-

çoit, qui juge, & qui, selon la nature de ses perceptions, désire, abhorre &c. Les perceptions qu'elle reçoit, qu'elle compare entr' elles, qui déterminent ses désirs & ses aversions, ces perceptions, dis-je, de même que leur clarté & leur vivacité, sont accidentelles & passageres: elles ne parviennent à l'ame que par le ministère du corps animal. Quand les organes des sens ne fournissent rien à l'ame, elle n'opere pas; & quand ces mêmes sens fournissent des perceptions foibles, l'ame n'en est que foiblement affectée. Cependant les forces mêmes qui appartiennent à son essence restent toujours dans leur intégrité, sont toujours prêtes à se développer dès que l'occasion s'en présentera. Il en est de cet être comme de la graine d'une plante, qui ne développe ses propriétés productrices que lorsqu'elle est placée dans une terre un peu humide & échauffée par les rayons solaires: hors de là elle paroît une molécule de matiere morte. Cependant dans cet état d'inertie même, ce qui lui est essentiel, comme la faculté d'attirer les humidités, celle de les faire circuler pour pousser un germe, celle de convertir ces humidités en seve d'une nature particuliere & propre aux plantes de son espece &c. ces facultés, dis-je, se conservent dans la graine lors-même qu'elles restent tout à fait oisives. Des causes accidentelles peuvent en arrêter le développement, peuvent même tellement altérer les effets de ce développement, que de cette graine naisse une plante monstrueuse, que la forme des feuilles & des autres parties ressemble à peine à la forme ordinaire des plantes de son espece &c. Cependant l'essentiel y restera toujours; le pepin d'un pommier ne produira par aucun accident un arbre résineux, ni un arbre dont le fruit ait un noyau: preuve certaine que les facultés essentielles du pepin se conservent malgré les accidens qui en alterent le développement. C'est ainsi que l'ame conserve ce qui lui est essentiel, lors-même qu'un dérangement dans le corps altere l'effet accidentel de ses opérations.

Nous le voyons assez clairement dans ces malheureux auxquels on attribue faussement un esprit dérangé. Il y en a qui croient voir, entendre & toucher des objets qu'ils ne voient, ni n'entendent. Leurs sens

font dérangés; mais l'esprit ne l'est point. La preuve en est, que nous les voyons opérer sur ces objets imaginaires précisément de la même maniere & avec la même vigueur, que d'autres operent sur les mêmes objets lorsqu'ils sont réels. Accordez à un malheureux dont l'esprit vous paroît dérangé, accordez-lui son πρῶτον ψεῦδος, la réalité d'un phantôme que des sens dérangés ont fourni à son esprit, vous trouverez que tout le reste de ce qu'il dit & fait en conséquence, est juste & dans l'ordre naturel des choses. Le malheureux qui prodigue les plus tendres caresses à un chat qu'il prend pour sa belle, n'a ni l'esprit, ni le cœur malades: de ce côté-là tout est en ordre. Ces effusions de cœur & ces tendres affections sont celles d'une ame sensible & affectueuse; le dérangement est dans les sens.

Il en est de même de la prétendue foiblesse de l'esprit & du jugement que l'on attribue à l'enfance. L'ame d'un enfant est aussi forte & agit très exactement de la même maniere que celle d'un adulte. Elle *appete* & *averse* aussi fortement que celle de l'homme formé; elle se porte vers les objets agréables & s'éloigne de ceux qui sont désagréables, tout comme celle des hommes faits. Si les enfans paroissent manquer de jugement, ce n'est pas qu'ils ne jugent & ne jugent bien; leurs jugemens d'après le peu de données qu'ils ont, sont tout comme ceux des premiers Philosophes, & leurs raisonnemens se réduisent exactement à la même forme des syllogismes, que ceux des adultes. Ceux qui attribuent à la foiblesse du corps d'un enfant la foiblesse apparente de ses jugemens, font justement des jugemens d'enfant.

Les nations à demi-sauvages, comme sont, par exemple, les peuples de ces Iles de la Mer Pacifique découvertes depuis peu, nous fournissent une preuve bien évidente de ce que je viens de dire; que l'esprit enfantin ne doit pas être attribué à la foiblesse d'un corps dont les organes ne sont pas encore assez fortifiés. Ces peuples, dans leurs goûts & leur façon de penser, sont de vrais enfans. Le moindre sujet de chagrin les fait pleurer à chaudes larmes; & la plus petite bagatelle essuie ces larmes & fait suc-

céder dans ces ames simples une joie également enfantine; dans toutes leurs affaires ils font voir la crédulité, la simplicité, la légereté, l'inconstance & même l'imbécillité des enfans. Donc toutes ces foiblesses ne sont point des foiblesses de corps, puisque ces peuples surpassent ordinairement tous les peuples Européens en force corporelle, & que les organes des sens, la vue, l'ouïe, l'odorat &c. selon le témoignage unanime des voyageurs, sont plus parfaits ou plus sensibles chez eux, qu'ils ne sont chez les peuples les plus policés. Qui est-ce qui après cela oseroit soutenir que la foiblesse d'ame des enfans vient de la foiblesse de leurs corps? Voilà donc une nouvelle preuve que l'ame est une substance dont les forces & les propriétés ne dépendent point de la constitution du corps animal.

Cette grande facilité même avec laquelle l'ame paroît se déranger ou se rétablir, est pour moi la plus forte preuve que ces prétendus dérangemens d'esprit ne sont qu'apparens. Peut-on croire que, pour corrompre une substance dans ses propriétés essentielles, il suffise d'accélérer ou de retarder le mouvement de quelques parties de la matiere dans la sphere d'activité de cette substance? Lorsqu'un peu de poussiere affoiblit le mouvement d'une montre, dira-t-on que cette poussiere dérange son méchanisme? L'homme ignorant porte des jugemens aussi faux; mais l'artiste fait que la machine n'est pas moins parfaite pour cela; il ôte la poussiere, & voilà la montre dans son intégrité. C'est précisément ce que fait le Médecin, lorsque par quelque remede heureux il leve des obstructions qui avoient empêché l'ame de développer ses forces: & il seroit vraiment ridicule de dire qu'il a opéré sur la substance de l'ame, & qu'il a redressé ce qui y avoit été dérangé.

Mais il est tems de ramener à leur but ces diverses observations. Il est évident par tout ce que je viens d'observer, que les dérangemens qu'un désordre corporel semble produire dans l'ame, ne sont qu'apparens; que cette substance même n'en est point altérée, & que, malgré le dérangement dans le corps, toutes ses facultés conservent leur intégrité.

Or, si cela est, ce corps animal ne fait pas une partie essentielle de notre être; il n'est que l'instrument par lequel l'ame reçoit certaines im-

preſſions du monde matériel; l'inſtrument, en même tems, par lequel elle agit ſur ce monde: mais ſes forces & ſes propriétés ſont tellement indépendantes de cet inſtrument, qu'elles ſe conſervent ſans aucune altération lorſque cet inſtrument lui manque.

Voilà ce que je crois ſuffiſant pour établir le premier point de mon ſyſtême ſur l'immortalité de l'ame, ſavoir *que ce corps animal n'eſt que l'enveloppe d'un corps plus ſubtil qui, ſelon le Matérialiſte, eſt l'ame même, & le ſiege de l'ame ſelon l'opinion de ceux qui croient qu'elle eſt une ſubſtance immatérielle.*



SUR
L'IMMORTALITÉ DE L'AME,
considérée physiquement.

SECOND MÉMOIRE.

Dans le premier Mémoire que j'ai donné sur cette matiere, j'ai proposé un nouveau systême sur l'immortalité de l'ame, auquel j'ai été conduit en envisageant la question comme un probleme de physique. Ce systême est renfermé dans cinq propositions, dont la premiere, savoir, que le corps animal visible n'est que l'enveloppe d'un corps plus subtil &c. a été prouvée dans le Mémoire susdit. Je vais maintenant exposer dans celui-ci les raisons qui me portent à croire que ce corps subtil, ou la *molécule animée*, est indestructible par les forces de la Nature; que la dissolution du corps animal ne produit aucune altération dans l'intérieur de cette molécule, qui, après cette catastrophe, continue d'exister dans toute son intégrité. C'est la seconde proposition de mon systême.

Voici la marche que je me propose de suivre. Je commencerai par prouver qu'il existe des molécules de matiere douées de certaines qualités spécifiques; lesquelles molécules sont indestructibles par les forces de la Nature: je ferai voir ensuite, que rien ne nous empêche de ranger dans la classe de ces molécules indestructibles la molécule animée: enfin, j'alléguerai des raisons directes qui me persuadent qu'elle est réellement dans ce cas, & que la destruction du corps animal ne dérange rien dans son intérieur, & ne lui ôte aucune de ses qualités.

Je serai obligé d'entrer dans un détail qui pourroit paroître minutieux & trop subtil; mais la nature du sujet m'y oblige, & le rend absolument nécessaire.

I. Je dis donc, en premier lieu: qu'il y a des molécules de matiere qui ſont indeſtructibles par les forces de la Nature, & qui, au milieu des viciſſitudes continuelles auxquelles les productions de la Nature ſont ſujettes, conſervent leurs propriétés ſpécifiques & toute l'intégrité de leur nature.

Une infinité de productions naturelles ſubiſſent ſous nos yeux le ſort de la deſtruction. Tous les individus du regne animal, de même que ceux du regne végétal, meurent & ſont détruits ou décompoſés après leur mort. La même deſtruction s'opere ſur quantité de corps ou de matieres minérales: le feu, l'air, l'eau, des matieres corroſives, décompoſent continuellement les minéraux. Nous ne ſavons pas préciſément juſqu'à quel point va, ou peut aller, cette décompoſition des corps; mais nous pouvons aſſurer poſitivement qu'elle ne va pas à la deſtruction totale, ou à l'anéantiſſement de la matiere. Elle doit par conſéquent avoir des bornes. Je donnerai le nom d'*atomes* ou celui de *molécules élémentaires* aux plus petites parties des corps qui réſultent de leur décompoſition naturelle, à ces particules ſur lesquelles la Nature n'a plus de pouvoir deſtructif.

Ces atomes ſont apparemment trop petits pour tomber ſous nos ſens, ce qui rend impoſſible toute expérience ou opération méchanique pour découvrir leur nature, & pour prouver immédiatement par le fait leur indeſtructibilité ou *inaltérabilité*. Cependant nous pouvons nous en aſſurer par des raiſonnemens ſolides & par des conſéquences qui découlent néceſſairement de quelques faits inconteſtables; c'eſt ce qui me ſuffit pour le but que je me propoſe ici.

D'abord ces atomes ne ſont pas de la nature de ceux qui forment la matiere primitive d'Épicure. On ſait que, ſelon Épicure, les atomes ſont deſtitués de toute qualité ſpécifique & qu'ils n'ont d'autres propriétés que celles qui ſont eſſentielles à la matiere, ſavoir la ſolidité, l'étendue & la figure, auxquelles il joignoit encore la peſanteur & le mouvement. (*)

(*) φησὶ δὲ - - μηδὲ ποιότητα τινὰ περὶ τὰς ἀτόμους εἶναι, πλὴν σχήματος, καὶ μεγέθους, καὶ βάρους. c. à d. *Il* (Épicure) *dit auſſi que les atomes n'ont aucune qualité, ſinon la figure, la grandeur & la peſanteur.* Diog. Laert. L. X. c. 24. §. 44.

Donc, selon Épicure, un atome ne differe de l'autre que par sa grandeur, sa figure & son mouvement.

Cela supposé, je dis, que la Nature ne décompose pas les corps jusqu'à les diviser en de tels atomes. L'argument par lequel je prouve cette proposition est tiré de l'uniformité constante des reproductions; uniformité qui ne pourroit pas avoir lieu si les corps détruits ou décomposés étoient divisés en atomes privés de toute propriété spécifique. Je vais développer cet argument avec toute la clarté dont cette matiere est susceptible.

Parlons d'abord des faits. Dans les trois regnes de la Nature tout est dans une vicissitude continuelle de destruction & de reproduction. Des matieres minérales, végétales & animales, se corrompent & sont décomposées sous nos yeux par l'action du feu, de l'air, de l'eau, ou par celle de quelqu'autre dissolvant. Moyennant ces décompositions, les diverses matieres élémentaires dont le mélange ou la combinaison avoit produit telle matiere, soit minérale, soit végétale ou animale, sont séparées les unes des autres, chacune rentrant dans le magazin général des matieres élémentaires de son espece. C'est ainsi que la flamme en consumant une bûche chasse les parties aqueuses dans l'air, dissipe les parties huileuses, & convertit en cendre les parties terrestres.

Ces mêmes matieres élémentaires, rendues chacune au dépôt général des matieres de son espece, sont ensuite employées de nouveau à la reproduction d'autres corps. Les matieres végétales & animales pourries servent d'aliment au regne végétal, duquel se nourrissent & croissent ensuite de nouveaux individus du regne animal. Il n'y a nul doute que les choses n'arrivent de même dans le regne minéral. Nous voyons du moins par les opérations de chymie qu'on peut décomposer des minéraux, & les faire renaître ensuite, en combinant de nouveau les matieres élémentaires qu'on avoit obtenues par la dissolution.

Dans ces révolutions continuelles il ne se produit jamais rien de nouveau. Les individus actuellement existans sont respectivement de la même matiere & de la même composition qu'étoient ceux des générations précédentes.

dentes. Les minéraux que nous connoiſſons aujourd'hui ſont de la même compoſition qu'étoient ceux de l'Antiquité.

Maintenant je dis que cette uniformité que la Nature obſerve dans ſes reproductions ne pourroit avoir lieu ſi la deſtruction naturelle des corps alloit juſqu'à les décompoſer en atomes de la nature de ceux d'Épicure. Car ces atomes étant privés des qualités ſpécifiques, leur combinaiſon ne peut être que fortuite. Ni la ſolidité, ni la groſſeur, ni la figure, ne donnent des loix conſtantes pour la combinaiſon des atomes. On peut bien concevoir que deux atomes pourroient avoir chacun telle figure que, lorſqu'ils ſe rencontrent d'une certaine façon, ils reſteroient attachés l'un à l'autre; mais ces figures ne peuvent pas produire les loix d'un mouvement tellement déterminé, que ces atomes doivent ſe rencontrer de telle façon, plutôt que de toute autre.

Or ſi la combinaiſon des matieres élémentaires ſe faiſoit par haſard, les productions qui en naiſſent ne reſſembleroient pas conſtamment aux précédentes, vû que le haſard n'opere pas uniformément, ou d'après des loix conſtantes. Chaque combinaiſon nouvelle produiroit des matieres toutes neuves. Cela étant contraire à l'expérience, il s'enſuit que les nouvelles combinaiſons ne ſe font point fortuitement, mais d'après des loix conſtantes. Ces loix ne ſont que les réſultats des qualités ſpécifiques des matieres élémentaires. Donc les matieres élémentaires ne ſont pas des atomes deſtitués de qualités ſpécifiques.

Ce raiſonnement prouve encore, que ces matieres ne ſont pas des atomes de la même étoffe, quelques qualités qu'on voulût attribuer à cette étoffe. Car s'ils étoient tous de la même matiere, ils auroient encore les mêmes qualités & ne différeroient les uns des autres que par la groſſeur & la figure. Par conſéquent il n'y auroit aucune raiſon pourquoi des atomes de telle groſſeur & de telle figure ſe rencontreroient plutôt que tels autres. Leurs combinaiſons ſeroient encore fortuites dans ce cas, & l'on ne trouveroit point de raiſon pour l'uniformité des reproductions.

Mais dès qu'on ſuppoſe que les matieres élémentaires conſervent des propriétés ſpécifiques & indeſtructibles, on peut rendre raiſon de l'unifor-

mité conſtante des reproductions. Car il eſt évident que c'eſt en conſéquence des qualités ſpécifiques des diverſes matieres élémentaires que les unes ſe combinent à cauſe de leur affinité & que d'autres ſe repouſſent à cauſe de leur contrariété. Quelque fortuit que ſoit le mélange de pluſieurs matieres élémentaires, les concrétions qui en réſultent ſe feront toujours d'après des loix conſtantes qui ſont une ſuite des qualités ſpécifiques de ces matieres.

Il eſt donc démontré que la Nature, en décompoſant les corps, n'ôte pas aux matieres élémentaires leurs qualités ſpécifiques.

On pourroit m'objecter que l'uniformité des productions peut avoir lieu, quand même la matiere élémentaire ſeroit ſimilaire, ou homogene, & quand les atomes ſeroient ſans qualités ſpécifiques. La cauſe de l'uniformité des productions pourroit ſe trouver dans l'uniformité des moyens que la Nature emploie pour combiner les atomes. On pourroit citer les exemples généralement connus des productions uniformes dans le regne animal & dans le regne végétal. On dira, par exemple, que le ſang des animaux conſerve toujours les mêmes propriétés, parce que les machines moyennant lesquelles la Nature le compoſe ou le prépare ſont toujours les mêmes; ce ſont les parties du corps des animaux qui ſervent à la nutrition. Donc, ſi les qualités du ſang dépendent de l'organiſation du corps animal, il eſt viſible que les animaux actuellement vivans auront un ſang qui ſera de même nature qu'étoit celui des animaux des générations précédentes, parce que les machines par lesquelles ce ſang eſt préparé, ſont aujourd'hui les mêmes qu'elles étoient dans les tems paſſés.

En ſuppoſant donc que cette variété infinie de corps organiſés, dans les regnes animal & végétal, ſont autant de machines par le moyen desquelles la Nature compoſe les diverſes matieres dont elle a beſoin pour la reproduction des corps qui ſuccedent à ceux qui ont déjà ſubi le ſort de la deſtruction, on n'auroit pas beſoin de recourir à des qualités ſpécifiques des matieres élémentaires. Les plantes & les animaux fourniſſent, par exemple, à chaque moment à l'atmoſphere quantité de matieres préparées qui, moyennant la tranſpiration, ſe détachent des corps dans lesquels elles ont

été préparées. Les corps morts des plantes & des animaux en fournissent d'autres, moyennant la fermentation qu'ils subissent. Ces diverses matieres, portées dans le grand magazin de l'atmosphere, s'y combinent en conséquence des propriétés spécifiques qui leur ont été communiquées par l'organisation des corps dans lesquels elles ont été préparées. Ces nouvelles combinaisons forment les sels, les matieres inflammables, & d'autres dont l'atmosphere est chargée. Ces matieres formées dans l'atmosphere sont ensuite employées pour la formation des matieres minérales &c. Et voilà la cause de l'uniformité des reproductions.

Je ne voudrois pas nier que les corps organisés des plantes & des animaux ne fussent des instrumens qui, dans le laboratoire immense de la Nature, servent à préparer certaines matieres pour les besoins de l'univers. Nous savons même à n'en pouvoir douter que certains sels, comme le sel ammoniac, le salpetre & d'autres doivent leur origine aux plantes & aux animaux.

J'observe cependant que, si l'objection proposée doit avoir de la force, il faut supposer que la matiere élémentaire, qui ne seroit qu'un amas fortuit d'atomes similaires, ou d'atomes sans qualités spécifiques, est la nourriture universelle de toutes les plantes & de tous les animaux; ce qui est visiblement faux; car chaque plante & chaque animal a sa nourriture propre. D'ailleurs, ni les plantes, ni les animaux, ne peuvent végéter & vivre sans air & sans eau, ni probablement sans d'autres matieres élémentaires spécifiques. Donc l'existence des plantes & des animaux suppose déjà celle de plusieurs matieres élémentaires, douées de qualités spécifiques. Par conséquent, l'argument que j'ai employé pour prouver l'indestructibilité de ces matieres élémentaires, conserve toute sa force, malgré l'objection proposée.

Voici un autre raisonnement plus court & plus facile, qui mene à la même conclusion. Il est de fait que l'air & l'eau entrent comme parties constituantes dans la composition de tous les corps végétaux & animaux. Il se fait une destruction continuelle de ces corps. Si dans cette destruction l'air & l'eau se conservent pour rentrer ensuite dans le magazin général des matieres de leur espece, ma proposition sur l'indestructibilité des matieres

élémentaires, douées de qualités ſpécifiques, eſt prouvée par le fait. Et ſi, par la deſtruction que ſubiſſent les plantes & les animaux, ces deux matieres élémentaires ſont auſſi décompoſées, & que par là elles perdent leurs qualités ſpécifiques, il ſe fera une conſommation continuelle de ces matieres. Il faut donc qu'elles ſoient auſſi continuellement reproduites, afin qu'elles ne viennent pas à manquer. Or ce n'eſt, ni dans les plantes, ni dans les animaux, que ces matieres ſont reproduites, vû que la vie des plantes & des animaux les ſuppoſe déjà. Donc leur reproduction ſe fait par des loix conſtantes, qui ſont le réſultat des qualités ſpécifiques des matieres élémentaires.

On ne peut donc pas douter qu'il n'exiſte des molécules de matiere indeſtructibles, & douées de certaines propriétés ſpécifiques. C'eſt le premier point que je m'étois propoſé d'établir dans ce Mémoire.

II. Je dis maintenant, en ſecond lieu, *qu'il n'y a aucune raiſon qui nous empêche d'attribuer la même indeſtructibilité à la molécule animée.* Car, quelle que ſoit la cauſe de cette indeſtructibilité, elle pourra toujours avoir lieu dans cette molécule.

Veut-on ſuppoſer que l'indeſtructibilité des molécules élémentaires ſoit due à leur ſimplicité, en diſant qu'elles ſont tout d'une piece & de vrais atomes non compoſés d'autres plus petits; on peut dire la même choſe de de la molécule animée. Car on ne ſauroit alléguer de raiſon pour prouver que la molécule animée ſoit néceſſairement organiſée, ou plus compoſée qu'une molécule élémentaire. Il eſt très poſſible que la molécule animée ſoit d'une conſtruction fort ſimple, infiniment moins compliquée que le corps animal groſſier. La plus grande ſimplicité de la ſtructure n'empêche pas qu'un corps ne ſoit ſuſceptible d'une infinité de modifications différentes dans ſon intérieur.

Si l'ame eſt matérielle, ſes perceptions ne ſont que des modifications différentes de ſa ſubſtance; & ces modifications ſont produites par l'action que d'autres matieres exercent ſur elle; ſes qualités actives conſiſteront dans la faculté d'affecter d'une certaine maniere les parties de la matiere qui l'environnent; or les molécules élémentaires ſont douées de même de cer-

taines forces actives & passives, par lesquelles chacune modifie d'autres molécules, ou en est modifiée. La molécule animée ne différera donc d'une molécule élémentaire que par la propriété de s'appercevoir ou de sentir ses modifications. Or on ne pourra jamais prouver que l'apperception ou le sentiment résulte de la composition, ou que l'être doué de sentiment soit nécessairement organisé. Si un atome matériel, malgré sa simplicité, peut être affecté dans toute sa substance de plusieurs façons différentes, & s'il peut de son côté affecter de même d'autres atomes, la molécule animée, aussi simple qu'un atome élémentaire, peut recevoir mille modifications différentes, & peut affecter d'autres atomes. On n'a donc aucune raison de refuser à la molécule animée la simplicité qu'on attribue aux atomes élémentaires. Par conséquent, si l'indestructibilité des molécules élémentaires est due à leur simplicité, la même cause de l'indestructibilité peut avoir lieu dans les molécules animées.

Pour concevoir plus clairement que la multitude & la variété infinie des perceptions dont l'ame, que nous supposons à présent matérielle, est susceptible, ne suppose pas une organisation fort composée, nous n'avons qu'à considérer qu'un corps transparent transmet toutes les couleurs imaginables, dont le nombre, eu égard aux différens degrés de clarté ou d'intensité, est infini. Or il n'est point douteux que le corps transparent ne soit diversement affecté ou modifié par chaque couleur qu'il transmet. Donc la variété des modifications de ce corps est réellement infinie, sans qu'on ait besoin de lui supposer une organisation fort composée. Ainsi l'ame peut être affectée d'une infinité de manieres & avoir par conséquent une infinité de perceptions, sans être plus organisée qu'une goutte d'eau, ou un morceau de cristal ou de diamant.

Veut-on supposer que les molécules élémentaires soient composées, & que leurs qualités spécifiques soient l'effet de cette composition, leur indestructibilité dans ce cas ne peut être que l'effet de la force de cohésion des parties; laquelle force sera supérieure à la force destructive de la Nature. On pourra donc avec autant de raison dire que la molécule animée est composée & organisée, que ses qualités sont l'effet de cette organisation, & que

malgré cette organisation elle est indestructible par la même raison que les molécules élémentaires le sont. Car on ne sauroit alléguer de raisons pourquoi la composition ou la structure de la molécule animée seroit plus délicate ou plus foible que celle des molécules élémentaires; elle peut être en même tems extrêmement dure & extrêmement sensible aux plus foibles impressions. Le diamant en fait la preuve qui, malgré son extrême dureté, transmet les plus foibles rayons de lumiere; ce qui ne peut se faire sans qu'il soit modifié par ces rayons dans toute sa substance.

Tout cela prouve évidemment, que nous n'avons aucune raison de refuser à la molécule animée l'indestructibilité qu'on doit nécessairement attribuer aux molécules élémentaires des corps.

III. Me voici arrivé au troisieme point, où il s'agit *d'alléguer des raisons directes qui prouvent que la destruction du corps animal n'affecte pas l'existence & l'intégrité de la molécule animée.*

Le résultat de tout ce que je viens d'observer est: que la supposition de l'indestructibilité de la molécule animée n'a rien qui soit contraire aux loix de la Nature, qu'elle est même vraisemblable, vû qu'il y a surement des molécules de matiere qui jouissent de cette indestructibilité. Je vais maintenant détailler les raisons qui prouvent directement que cette molécule est indestructible.

Si la molécule animée, ou l'ame même, selon les Matérialistes, dépendoit tellement du corps animal, que la destruction de celui-ci entraînât aussi celle de l'ame, il s'ensuivroit que les dérangemens du corps animal dérangeroient aussi la constitution de l'ame. Si au contraire, celle-ci peut conserver toute son intégrité & sa santé, pendant que le corps animal est tout à fait dérangé, & au point que sa destruction soit prochaine; il s'ensuivra que l'intégrité de l'ame ne dépend aucunement de l'intégrité du corps animal. Donc celui-ci pourroit souffrir la dissolution même, sans que la constitution ou l'intégrité de l'autre fût dérangée.

Il s'agit donc de prouver que les plus grands dérangemens du corps animal n'ont aucune influence sur l'intégrité de l'ame, ou de la molécule animée.

Plusieurs faits nous fournissent cette preuve. D'abord, il arrive assez fréquemment que l'ame conserve sa vigueur & toute l'intégrité de ses opérations pendant que le corps animal est totalement dérangé, affoibli & corrompu au point de succomber pour toujours aux forces destructives qui l'attaquent. On a vu des cas où jusqu'à l'instant du dernier soupir l'ame avoit conservé toutes ses forces, & une entiere liberté dans l'exercice de ses fonctions. Au moment même où le principe de vie va être anéanti, l'ame paroît quelquefois plus forte & plus active qu'elle n'a été lorsque le corps avoit toute sa vigueur.

Donc la machine animale peut être tellement dérangée & corrompue que son rétablissement devient impossible, sans que la molécule animée souffre aucune altération. Il faut donc qu'elle soit d'une nature tout à fait différente & que la dissolution du corps animal la laisse dans son intégrité.

On ne peut pas m'objecter qu'il arrive plus souvent que l'ame s'affoiblit & s'éteint, pour ainsi dire, à mesure que le corps perd ses forces & son mouvement. Un seul cas contraire qui montre qu'elle conserve toute sa vigueur pendant que le corps s'approche de sa destruction, suffit pour prouver l'indépendance de sa constitution, de celle du corps, & pour faire voir en même tems, que ce dépérissement apparent de l'ame, causé par le dérangement du corps, ne vient point d'un dérangement réel.

Ce qui se passe quelquefois pendant le sommeil fournit une nouvelle preuve de ma proposition. Dans cet état tout languit dans le corps, & nous présente la vraie image de la mort. Aussi l'ame y est-elle ordinairement entraînée dans cet état de langueur, sans connoissance, sans force, sans activité, prête en apparence à s'éteindre. Rien ne paroît plus favorable à l'opinion de la destructibilité de l'ame, que cet état.

Mais qu'au milieu de cette langueur universelle une sensation quelconque fasse parvenir à l'ame une perception qui ait un certain degré de clarté, pour occasionner un rêve; l'ame prend tout à coup un nouvel essor, & toutes ses facultés se montrent dans leur plus grande force. Pénétration & profondeur de l'entendement, jusqu'à trouver des vérités & à résoudre les problemes les plus difficiles; vivacité & souvent élégance d'imagination sont

supérieure à l'état ordinaire de l'ame. Quelle sensibilité pour les plaisirs & les peines n'a-t-on pas ordinairement dans cet état? Quelle force & quelle énergie dans les désirs? Quelle violence dans les passions? Peut-on disconvenir que, dans certains rêves où l'ame paroît en tout supérieure à elle-même, elle ne soit dans tout son lustre & n'ait toute la force de sa santé? Or il est incontestable que, dans ces momens mêmes, le corps est foible & languissant. Donc l'ame est une substance différente du corps, elle n'y tient que par cette espece d'association qui étoit nécessaire pour lui fournir des perceptions. Le corps peut languir & dépérir, sans que les forces de l'ame s'affoiblissent.

J'ai déjà remarqué dans le Mémoire précédent, que l'on prend souvent pour l'effet d'un dérangement dans l'ame ce qui n'est qu'un désordre dans quelque organe du corps. C'est ce que je vais mettre hors de tout doute pour les cas même qui paroissent les plus favorables à l'opinion de ceux qui croient que l'ame s'affoiblit & dépérit avec le corps.

Jettons un coup d'œil sur ces personnes malheureuses qui gémissent sous le poids de l'hypochondrie, ou d'une noire mélancholie. Leurs ames paroissent dérangées dans toute leur substance. Tantôt un état de langueur & d'insensibilité paroît avoir privé l'ame de toute son énergie; ses forces semblent prêtes à s'évanouir; tantôt ces mêmes forces semblent avoir perdu leur direction, on déteste ce qu'on avoit aimé, on cherche ce qu'on avoit évité &c.

Il est indubitable que ce triste état est l'effet d'un dérangement dans la machine animale. Car, dès qu'on réussit à rendre au corps la santé, l'ame se trouve guérie en même tems. Le dérangement dans le corps est très réel dans ces cas; mais je soutiens que celui de l'ame n'est qu'apparent & qu'au milieu de ce bouleversement qui a dérangé la machine animale elle conserve toute l'intégrité de sa constitution.

Je ne répéterai pas ici ce que j'ai dit dans mon premier Mémoire pour prouver ce paradoxe; j'en ai de nouvelles preuves qui me menent au même but. En voici une qui, si je ne me trompe, ne laisse aucun doute sur cette matiere.

Presque

Presque toutes les personnes qui ont l'esprit dérangé, jouissent de tems en tems de quelque intervalle lumineux, où elles paroissent entierement rétablies. On voit alors que l'ame qui paroissoit dérangée dans toute sa substance, se retrouve subitement en pleine santé. Toutes ses facultés reparoissent: on reconnoît le même homme, tel qu'on l'avoit connu avant sa triste maladie. Il a repris sa façon de penser & d'agir, ses goûts & ses inclinations; toutes les opérations de son ame sont régulieres, & telles qu'on les avoit vues autrefois. Malheureusement cet état lumineux ne dure pas longtems, & souvent, lorsqu'on y pense le moins, le malade retombe tout-à-coup dans le triste état d'où on l'avoit tiré pour quelques momens.

Il est visible que ceux qui soutiennent que l'ame n'est que le résultat de l'organisation de la machine animale ne sauroient expliquer ce cas, qui, par le fait même, détruit complettement leur hypothese. Car qui oseroit soutenir que dans cet intervalle lumineux dont je parle, le corps soit guéri & qu'il retombe subitement dans le dérangement, lorsque l'ame retombe dans son accablement? Or c'est ce qu'il faut nécessairement dire, dès qu'on nie que l'ame soit une substance différente du corps. Selon cette hypothese les affections de celui-ci sont en même tems les affections de l'ame. Donc, aussi longtems que le corps est dérangé, l'ame l'est de même & de toute nécessité. D'où vient donc cet intervalle de santé dont celle-ci jouit dans le cas dont je viens de parler?

Il est facile d'expliquer ce fait dès qu'on suppose que l'ame, matérielle ou immatérielle, n'importe, est une substance différente du corps animal. Voici la véritable explication de l'énigme.

L'union des deux substances est telle, que le corps fournit à l'ame les perceptions qu'elle doit avoir du monde matériel. Chaque irritation des nerfs produit une perception dans l'ame, de sorte que celle-ci a toujours une sensation plus ou moins claire de ce qui se passe dans le corps. Les dérangemens de celui-ci excitent dans l'ame des perceptions désagréables, plus ou moins pénibles & douloureuses selon la nature du mal. Voilà des faits dont tout le monde convient.

Dans ces dérangemens du corps qui semblent causer à l'ame un dérangement total de toutes ses facultés, l'ame est continuellement accablée de la

triſte & pénible ſenſation du mauvais état de ſon corps. Cela étouffe ſon activité & lui ôte le goût de s'occuper & de s'amuſer. Rien ne la touche que l'état de ſon corps; elle languit avec le corps, & ſemble participer à la même maladie.

Si, dans cet état, quelque perception agréable la frappe au point d'attirer toute ſon attention, alors elle oublie ſes maux, la ſenſation pénible & accablante du dérangement de la machine devient très foible, ou très obſcure. La cauſe de ſon accablement étant ainſi affoiblie, l'ame reprend ſubitement toute ſa force naturelle & rentre dans l'état ordinaire, comme ſi elle étoit en ſanté, pendant que le corps reſte dérangé.

La vérité de cette explication du fait devient palpable lorſqu'on réfléchit ſur un autre cas fort analogue au précédent. L'hiſtoire nous fournit des exemples qui prouvent que des ames fortes & capables de fixer & de concentrer toute leur attention ſur une ſeule perception agréable, étouffent par-là les ſenſations les plus fortes & même les plus douloureuſes; qu'au milieu des flammes même, elles conſervent la tranquillité qui ordinairement eſt l'effet du bien-être général du corps. Donc l'état de vigueur & de langueur dans l'ame ne dépend pas néceſſairement d'un état analogue du corps.

Si ces cas ſont rares, il y en a d'autres qui ſont plus fréquens, & qui cependant prouvent la même choſe. On ſait qu'il arrive aſſez ſouvent que, dans de fortes méditations, les ſenſations d'ailleurs aſſez vives & même des ſenſations douloureuſes s'affoibliſſent tellement que l'ame continue ſes ſpéculations avec la plus grande liberté.

Mais ſi l'ame, par une attention forte & fixée ſur quelque perception agréable, peut diminuer une ſenſation douloureuſe, elle n'empêche pas par-là que le mal qui agit ſur le corps n'y faſſe le dégât qui en eſt une ſuite néceſſaire. Quand par une attention ſupérieure donnée à une perception agréable nous ne ſentirions pas la douleur que cauſe ordinairement un fer chaud appliqué à une partie ſenſible du corps, il ne déchire pas moins pour cela les fibres & les nerfs expoſés à l'action deſtructive du feu. Cela ne prouve-t-il pas inconteſtablement que la ſérénité ou l'accablement de l'ame ne ſont point les effets immédiats de l'état du corps, mais que leur cauſe eſt abſolument différente & indépendante de cet état?

Je répete ce que j'ai dit dans le premier Mémoire; l'ame qui paroît dérangée par le désordre survenu dans la machine animale, est dans le cas d'une lunette d'approche qui paroît gâtée dans sa construction, quoique son imperfection actuelle ne vienne que de ce que les verres sont couverts de poussiere ou d'humidité. La lunette même est dans toute son intégrité. Le Médecin en guérissant le corps, dont le dérangement sembloit avoir influé sur l'ame, ne fait qu'ôter la poussiere; il ne change rien dans la construction de l'instrument.

Concluons de tout cela que l'ame est une substance différente du corps, qu'elle conserve son intégrité pendant que celui-ci est considérablement dérangé, que, par conséquent, la constitution de l'une de ces substances étant indépendante de celle de l'autre, le corps peut être dérangé jusqu'à la destruction même, sans que la constitution de l'ame en souffre. Les preuves que j'ai alléguées pour faire voir que les dérangemens du corps n'alterent point l'organisation de l'ame, supposé qu'elle soit matérielle, prouvent en même-tems que cette organisation n'est point altérée par la destruction même du corps.

Ces deux substances sont combinées comme le rouage d'une montre est combiné avec son ressort. Les deux ne font qu'une seule machine pour l'effet; ils influent tellement l'un sur l'autre, que le ressort peut accélérer ou rallentir le mouvement des roues, & qu'une cause étrangere qui trouble le mouvement des roues peut empêcher le ressort de se débander. Cependant on peut ôter le ressort de la montre sans causer le moindre dérangement dans la structure du rouage, & on peut gâter & détruire les roues sans altérer les forces actives du ressort.

Ainsi, par la destruction du corps animal, les liens qui l'avoient attaché à l'ame sont détruits, la combinaison des deux substances cesse; mais l'ame, dont la constitution, ou si l'on veut, l'organisation, étoit indépendante de celle du corps, continue d'exister dans toute son intégrité, quoique privée alors des sensations que lui avoit fournies le corps. Et c'est là ce que je m'étois proposé de prouver dans ce Mémoire.

LES PHYSIONOMIES APPRÉCIÉES.

PAR MR. FORMEY.

Y auroit-il encore quelque chose à dire sur ce sujet? On peut bien le mettre au nombre de ceux qu'on désigne par le titre d'*Évangile du jour*. Depuis quelques années il pleut des recherches sur les Physionomies: & le dernier Ouvrage de M. *Lavater* est un vrai déluge dans ce genre. Avec tout cela je crois la matiere plutôt rebattue qu'épuisée: & comme il s'est présenté de tems en tems à mon esprit des réflexions qui la concernent, je vais les rappeller & leur donner assez de liaison pour en faire un Mémoire, dont la lecture ne sera peut-être pas désagréable, ni même inutile.

Les définitions étant arbitraires, entant que les termes le sont, je conviens qu'on peut donner à celle du mot de *Physionomie* une étendue qui ne reconnoîtroit point de bornes. Tout aura sa *physionomie*, si l'on entend par là une disposition, un arrangement, un état quelconque des choses, fondé sur une raison suffisante, par laquelle il est déterminé, & qu'on découvre en les considérant. La physionomie d'un beau Palais indique l'art de l'Architecte qui l'a construit, le goût & l'opulence de celui pour qui il a été construit, le sol de son emplacement, les matériaux que la contrée fournit, & d'autres choses encore qui différencient les édifices de ce genre. Il en sera de même des Jardins d'Alcinoüs & de ceux de Versailles, des Pyramides d'Égypte, des Églises de St. Pierre, de St. Paul, & de la Mosquée de Ste. Sophie, de l'armure de fer des anciens Guerriers & de l'habillement de nos Soldats modernes; tout cela s'explique par des raisons que le coup-d'œil des objets fait connoître, au moins à ceux qui ont d'autres connoissances préliminaires propres à les guider & dans lesquelles ils pui-

sent des principes d'où ils tirent des conséquences que rien n'empêche d'appeller *physiognomiques*.

Mais toutes ces notions appartenant à des théories auxquelles elles sont subordonnées, à quoi bon les en détacher pour former une théorie séparée & nouvelle, qui dans le fond ne mène presque à rien? Qu'avance-t-on en disant d'une Médaille, d'une Antique, d'un Manuscrit, d'une Colonne, que ces choses ont telle ou telle *physionomie*, qui doit les faire rapporter à tels tems & à tels lieux, à tels faits & à tels personnages? N'est-il pas plus simple & plus lumineux d'en détailler les caractères & de montrer que ces caractères sont spécifiques, ou génériques, dans les Sciences qui traitent de ces choses? Mêler là-dedans le terme & l'idée de *physionomie*, c'est faire un détour qui, s'il n'égare pas, allonge du moins & embarrasse la route.

Il en est de même de tous les objets de la Nature, grands & petits, & finalement de l'Univers même, ou du moins de ce qu'on appelle le *Monde aspectable*, c'est à dire cette partie de l'Univers qui s'offre à nos sens, soit exercés par l'observation, soit munis du secours des instrumens qui en augmentent la force. On pourroit dire qu'on a été attentif en dernier lieu à la *physionomie* de l'anneau de Saturne, dont les apparitions & les disparitions, avec les phénomenes qui les accompagnoient, ont été l'objet de l'attention & de la sagacité des plus habiles Astronomes. Mais si l'usage de ce terme ne facilite en quoi que ce soit, ni les observations, ni leurs résultats, j'avouerai, si l'on veut, qu'il est plus significatif que les anciens termes de la Scolastique & que les noms des qualités purement occultes, mais je ne laisserai pas de le mettre de pair avec eux quant à l'utilité.

Pour abréger donc, & en venir à ce dont je veux faire l'état de la question, j'appelle *physionomie* ce qui par l'inspection de la figure d'un individu de l'espece humaine, peut faire juger de ses idées & de ses sentimens, de son esprit & de son cœur. Les animaux ont sans doute leur physionomie naturelle, & même acquise. Celle du bœuf & celle du cheval different beaucoup & désignent d'une maniere bien marquée le caractere de ces animaux & les services qu'ils sont en état de rendre. Le cheval sauvage a une autre *physionomie* que celui qui est né dans les haras; & le cheval in-

dompté n'eſt pas reconnoiſſable après avoir été dreſſé à tous les exercices du manege. Il peut y avoir des choſes curieuſes à dire là-deſſus; mais, comme elles n'ont aucun uſage moral, je les laiſſe, pour ainſi dire, dans le département de la curioſité.

En me reſtreignant à l'homme, il faut de nouveau s'arrêter à une queſtion préliminaire: tout eſt-il *phyſiognomique* en lui? Outre les traits du viſage, la forme des membres, leurs proportions, les attitudes qui en réſultent, la couleur de la peau, des yeux, des cheveux, en un mot toutes les nuances ſenſibles dans l'étendue de la ſurface du corps peuvent-elles donner matiere à des obſervations phyſiognomiques? Je n'en diſconviendrai pas; mais je mettrai ces obſervations fort au deſſous de celles que la face fournit. Cette face, tous ſes mouvemens depuis la racine des cheveux juſqu'à la pointe du menton, les yeux ſurtout qu'on a eu raiſon d'appeller le miroir de l'ame; voilà le vrai ſiege de la *Phyſionomie*, & le ſeul champ où les Phyſionomiſtes puiſſent eſpérer de recueillir quelque moiſſon.

On peut juger après cela du cas que je fais des obſervations portées juſques dans l'intérieur de la machine humaine & pouſſées juſqu'aux moindres détails de cet intérieur. Ce n'eſt pas que j'en méconnoiſſe la réalité *a priori;* toutes les conformations, ſituations, dimenſions, depuis ce viſcere capital qui eſt le principe de la vie & de l'activité dans tout être organiſé, doué du ſentiment & de la faculté locomotive, juſqu'à la plus petite fibrille, toutes ces choſes ont leurs raiſons & concourent à déterminer le tempérament de l'individu; tempérament qui eſt une eſpece de ſauvageon ſur lequel ſont enſuite greffées toutes les diſpoſitions naturelles & acquiſes. Qui auroit pu analyſer ainſi l'organiſation de Milon & celle d'Anacréon, auroit ſans doute expliqué & préſagé les deſtinées de ces deux perſonnages. Mais cette analyſe eſt-elle poſſible? Et ce que nous en connoiſſons actuellement peut-il nous mener bien loin? Voilà le point de vue où il faut ſe placer pour entreprendre ou abandonner ces recherches.

Je vais donc employer le reſte de ce Mémoire à tracer l'enceinte dans laquelle le Phyſionomiſte doit demeurer renfermé, & dont il ne peut ſortir ſans faire de véritables écarts. Et dans cette enceinte même nous verrons

tant d'obstacles s'opposer à ses recherches que la plûpart des individus qu'il croira y avoir soumis, lui échapperont & le mettront en défaut.

La *physionomie* primitive est celle qu'on apporte en venant au monde. Ce n'est pas qu'elle ne puisse souffrir des altérations avant la naissance. La liaison reconnue du *fœtus* avec la mere rend celui-là participant des émotions & des affections de celle-ci. Les effets de cette liaison vont quelquefois jusqu'à produire des dislocations & des difformités qu'on trouve dans l'enfant naissant, & qu'il n'auroit pas eues, si sa mere avoit été plus calme. Je ne vois point de différence entre ces accidens & ceux qui suivent la naissance, ou arrivent pendant tout le cours de la vie. L'enfant défiguré qui arrive au monde, n'a pas plus sa *physionomie* réelle & originaire que celui à qui un éclat de bombe a bouleversé toute l'économie du visage.

La vraie *physionomie* seroit donc, selon moi, celle d'un enfant bien sain, mis au monde par une mere bien saine, après un travail heureux, dans le moment où la sage-femme le reçoit. On dit fort bien dès ce moment: Voilà un bel enfant, voilà une heureuse *physionomie*: & l'on peut le dire. Or cet enfant, s'il étoit possible qu'il fût nourri des meilleurs alimens, élevé dans la plus parfaite sérénité, exempt de toutes les maladies qui laissent après elles des traces ineffaçables, jouissant d'un bien-être dont il sentiroit toujours mieux le prix, à mesure que sa raison se développeroit, n'ayant que des passions douces, agréables, salutaires; cet enfant auroit à l'âge de quinze ans la *physionomie* du jour de sa naissance, uniquement modifiée par l'accroissement des traits & par l'acquisition des connoissances, qui lui donneroient un air plus formé & plus intelligent: & si de quinze à trente, de trente à soixante, de soixante jusqu'au tombeau, il n'arrivoit aucune altération, aucune dépravation dans son individu, tant physique que moral, celui qui, après l'avoir vu au berceau, le verroit au cercueil, ne pourroit pas dire: *quantum mutatus ab illo!*

L'individu que je viens de décrire, est idéal, il n'a jamais existé; mais il ne laisse pas d'y en avoir qui approchent plus ou moins de ce prototype. Où faut-il les aller chercher? Dans d'immenses contrées bien éloignées des nôtres: chez les Sauvages. Nous nous faisons de très fausses

idées de ces peuples, ou du moins de la plûpart d'entr'eux. Nous prenons le nom de Sauvages qu'il nous a plu de leur donner, comme les Grecs appelloient autrefois Barbares tous les autres peuples; nous prenons ce nom dans un sens absolu & moral, au lieu qu'il ne leur convient que dans un sens relatif, entant qu'ils ne forment pas des sociétés semblables aux nôtres, & qu'ils ne connoissent pas nos usages. C'est à bien des égards un bonheur pour eux: & la preuve de leurs avantages, (oserai-je dire de leur supériorité?) c'est que le fond de la nature humaine est plus sensible en eux, au moins aux yeux d'un Observateur éclairé & impartial, qu'il ne l'est en nous. D'abord leur corps a toute la vigueur, toute l'agilité, tous les attributs physiques dont la machine humaine est susceptible; il peut servir de modele aux statues les plus parfaites: & leur visage généralement parlant seroit de la même régularité, sans la fantaisie qu'ils ont de le peindre, de suspendre des anneaux aux oreilles, au nés, & d'employer d'autres ornemens, qui les embellissent à leurs propres yeux, & les défigurent aux nôtres. Quant à leur ame, elle est sans doute bornée dans ses connoissances; mais on a des preuves incontestables du bon sens, de la réflexion, & même de l'énergie dans l'expréssion dont la plûpart d'entr'eux sont doués. Il se peut que quelques-uns de ces peuples soient farouches & cruels; j'ai de la peine cependant à me le persuader, parce que, selon moi, l'homme ne naît pas tel: mais ce qui les a fait envisager sous ce point de vue, consiste en deux choses principales. La premiere est la maniere dont ils traitent les prisonniers de guerre & leur prétendue *antropophagie*. Je dis prétendue, parce qu'elle est toute autre & bien plus restreinte qu'on ne se l'imagine. Elle est toute autre, en ce qu'elle ne consiste point dans un appétit de la chair humaine, qui après tout ne pourroit être démontré plus moralement mauvais que celui de la chair des animaux. Un homme est dévoué à la mort: il est décidé que la société le perdra: il est assez égal qu'il soit pendu, roué, brûlé, ou qu'il soit égorgé & mangé. Le sort des petits enfans à la Chine est tout autrement révoltant. On les jette à l'eau sans façon comme de petits chiens, les rivieres en sont couvertes, & il s'en vend aussi pour faire des bouillons comme ceux de poulet, qu'on dit salutaires pour les maladies de poitrine. Chez

Chez les Sauvages, ou plutôt chez deux ou trois d'entre ces Nations, l'*anthropophagie* se réduit à griller quelques prisonniers, à les déchiqueter & à en manger des morceaux. De bonne foi, qui feroit l'énumération fidele des horreurs que les Européens commettent dans leurs guerres, qui auroit une relation exacte du sac de Berg-op-Zoom, frémiroit bien autrement qu'à la vue d'un Sauvage rôti. Telle est au vrai l'*anthropophagie* en soi; & j'ai ajoûté qu'elle étoit beaucoup plus restreinte qu'on ne la représente. Les Voyageurs & les Romanciers tels que l'Auteur de Cléveland ont accoutumé notre imagination à se représenter ces scenes comme habituelles, tandis qu'elles ne sont pas plus fréquentes que nos *Te Deum*.

Une autre cause qui nous prévient contre les Sauvages, ce sont leurs procédés à l'égard des Étrangers & la maniere dont ils reçoivent ceux qui débarquent sur leurs côtes. Mais jamais la partialité & l'injustice ne furent poussées plus loin que dans les jugemens que nous portons à cet égard. Instruits par toutes leurs traditions, & quelquefois par des exemples récens, que ces débarquemens n'ont pour objet que de les maltraiter, de les piller, de dévaster leurs possessions, n'est-il pas naturel qu'ils repoussent avec véhémence ces perturbateurs de leur repos? Les Péruviens & les Mexicains ne furent que trop accommodans & débonnaires vis à vis de ces Espagnols d'exécrable mémoire, qui, dans toutes leurs expéditions au Nouveau Monde, n'ont pas été de simples Sauvages, ou Barbares, mais de vrais Démons. A en juger par les relations modernes, les peuples des contrées découvertes dans la Mer du Sud sont accueillans & officieux; ceux qui ne paroissent pas tels, sont retenus par la timidité, par la crainte: & si tous les Capitaines prenoient la même résolution & donnoient les mêmes ordres qu'un des Capitaines Anglois a sagement & humainement fait suivre à ses gens, c'est de n'user absolument d'aucune voie de fait, de ne tuer qui que ce soit sans nécessité, c'est à dire à l'exception du seul cas où il n'y auroit point d'autre moyen de se défaire d'un aggresseur acharné; si, dis-je, on tenoit constamment cette conduite, je m'assure que les rivages, au lieu d'être bordés de Sauvages armés, offriroient une foule d'habitans pacifiques qui tendroient les bras à leurs nouveaux hôtes. C'est au moins à peu près ainsi que les

choses se sont passées dans l'Ile d'Otahiti. Je conclus de toutes ces discussions qu'on peut dire des Sauvages ce que Moliere a dit des bêtes, c'est qu'ils ne sont pas si sauvages que l'on pense: ce qui me rejette dans mon sujet, & me conduit à regarder les *physionomies* de ces Sauvages, comme les vraies empreintes de la Nature, comme ce qu'on appelle les premieres épreuves en fait d'Estampes.

Ceux qui s'occupent aujourd'hui sérieusement de l'étude des *physionomies*, pourroient, en m'accordant tout ce que je viens d'avancer, n'y faire aucune attention & le regarder comme étant entierement hors de la sphere de l'objet. Cet objet paroît être de développer le fond des *physionomies* actuelles de nos contemporains, de nos concitoyens, de ceux dont il nous importe de connoître l'esprit & le cœur, pour agir en conséquence dans la conduite que nous tenons à leur égard. Voilà pourquoi l'on examine tant de faces, on trace tant de dessins de ces faces, & l'on croit qu'à force de grossir ce recueil, on aura enfin l'alphabet des pensées & la clef des sentimens. L'ardeur avec laquelle on est à la piste de ces découvertes est une des nuances de ce fanatisme auquel les hommes ont été de tout tems si enclins, & qu'on peut regarder comme une véritable hydre; quoiqu'on ait coupé ses principales têtes, il en recroît toujours de nouvelles; en vain la Réformation a détruit une foule de superstitions, & la Philosophie de ce siecle a triomphé d'erreurs & de préjugés sans nombre: *Lavater* & *Gassner*, entre lesquels je mets cependant une extreme différence, ne s'en produisent pas avec moins de confiance; ils sont écoutés, admirés; le peuple demeure toujours peuple; & ce peuple comprend toutes les conditions, jusqu'aux plus relevées.

Pour m'en tenir striĉtement à la question des *physionomies*, je ne m'arrête pas à rechercher, s'il seroit utile ou dangereux de parvenir à les connoître au point que se proposent & que font espérer leurs Observateurs modernes. Je n'espere ni ne crains rien de leurs efforts; les choses demeureront toujours sur l'ancien pied: on sera plus ou moins affeĉté de la différence des *physionomies*, suivant qu'elles seront plus ou moins frappantes en bien ou en mal; quelques personnes douées d'une sagacité particuliere devineront mieux que

les autres ce que ces *physionomies* annoncent : mais tout cela se réduira toujours à des généralités fort vagues ; & il n'y aura jamais de décision qui ne puisse être démentie par l'évenement. Les portraits, estampes, dessins, crayons modernes ne sont pas plus significatifs que ces figures bizarres dont on remplissoit, il y a deux siecles environ, les Ouvrages de Métoposcopie & de Chiromancie. Et pourquoi cela ? Par deux raisons capitales. La premiere, que ces figures ne sont rien moins que fideles. Ne sait-on pas combien peu il existe de portraits ressemblans, d'estampes fideles ? Que trois ou quatre Peintres, même des plus habiles, peignent la même personne : il y aura sans doute de la ressemblance, mais accompagnée de bien des dissemblances, surtout dans ce qu'on appelle l'air, le *je ne sai quoi*, qui fait précisément la *physionomie*. Le burin joint de nouvelles altérations à celles qui viennent du pinceau ; & cela va au delà de ce qu'on pourroit s'imaginer. J'ai deux estampes de Fontenelle qui n'ont pas un seul trait de commun. J'en ai comparé nouvellement deux du Maréchal de Belle-Isle & deux du Maréchal de Saxe, qui ne sont pas seulement dans le cas des Ménechmes, à moins que ce ne soit celui de ces Ménechmes que j'ai vu représenter quelquefois par des Acteurs, dont l'un étoit grand & bienfait, l'autre petit & ragot. Mais, à cette premiere raison de se défier des figures qu'on trouve dans les Ouvrages physiognomiques, j'en joins une autre non moins décisive. L'Auteur qui forme ces collections s'adresse à un Dessinateur & le prie de lui envoyer nombre de têtes d'après des originaux à caractere. Ce Dessinateur, au lieu d'aller recueillant ces têtes, se livre le plus souvent aux caprices de son imagination, & fournit à l'Auteur les images de personnes qui n'ont jamais existé que dans son cerveau. Et c'est là-dessus que le Physionomiste établit sa théorie ; c'est de là qu'il tire ses conséquences. *Risum teneatis.*

J'ose donc à présent dire, soutenir, & j'espere de le prouver, qu'il n'y a aucun parti à tirer de l'étude des *physionomies*, aucun fruit théorétique, ni pratique, qui mérite les soins qu'on y consacre, & qui mene au delà de ce qu'on a observé & connu depuis l'origine des sociétés policées. Les *physionomies* sont inobservables & indéchiffrables, parce qu'elles sont totale-

Ddd 2

ment dénaturées, parfaitement ensévelies sous une foule de modifications dont je me propose de faire ici l'énumération: & c'est en cela proprement que consiste l'objet de ce Mémoire; c'est ce qui m'a paru m'autoriser à l'intituler *les Physionomies appréciées*.

La *Physionomie* native ou primitive, avons-nous dit, est celle de l'enfant qui débarque sur notre horizon, sain & sauf, & sans avoir essuyé aucun accident, aucune lésion pendant le cours de sa premiere navigation. Mais, dès qu'il s'agit de ne rien omettre de ce qui influe sur la *physionomie*, ne peut-on pas remonter plus haut? Sans contredit. Et d'abord l'espece de *physionomie* qui résulte de l'assemblage des linéamens vient premierement du pere & de la mere; à peu près comme celle du mulet. La maniere dont ces traits dérivés se combinent a déjà fourni matiere à plusieurs discussions fort curieuses, dans lesquelles je n'ai pas dessein de m'engager. Je remarque seulement qu'il ne faut pas s'arrêter au pere & à la mere; mais que la source des traits & l'origine des ressemblances remonte plus haut jusqu'à des parens & ancêtres éloignés, d'une maniere dont on ne sauroit assigner les limites. On voit reparoître quelquefois tout à coup dans une famille un visage qui rappelle l'aïeul, le bisaïeul, ou leurs épouses, ou même quelque collatéral déjà éloigné. Si l'on avoit des suites complettes de bons portraits de famille, on feroit plus souvent ces observations; qui sont néanmoins fondées sur un nombre de faits suffisans. Mais un incident qui les traverse furieusement, ce sont les infidélités conjugales qui viennent intercaler dans les familles des *physionomies* qu'on n'a souvent pas grand' peine à reconnoître. Quiconque n'est donc pas assuré que son moule individuel lui a été transmis de Lucrece en Lucrece, peut soupçonner que ses traits sont, si j'ose m'exprimer ainsi, un véritable amalgame, dont la décomposition est très difficile, ou plutôt impossible.

Cependant ce n'est pas là mon objet principal dans ce premier chef qui roule sur les *physionomies* modifiées par les auteurs de notre existence. Je considere principalement ces *physionomies* du côté moral, par rapport à l'empreinte des passions & des caracteres dont il se manifeste déjà des traces. Dans les générations des animaux, il suffit d'avoir de bonnes races, &

l'on est assuré qu'à l'aide de certaines précautions, elles ne dégénerent point. Il en est tout autrement dans l'espece humaine. Les Nations entieres, au bout de quelques siecles, deviennent méconnoissables. Où sont les Gaulois, les Germains, les Scythes & les Sarmates? Les vestiges qui en restent dans les contrées septentrionales s'effacent journellement. Si l'ancienne vigueur s'étoit conservée, le fils d'un Maréchal de France ou d'un Lord Anglois ne seroit pas ce qu'il est en venant au monde, fluet, cacochyme, & ne deviendroit pas un jeune vieillard, avant que d'avoir atteint le tiers de sa carriere. Un semblable affoiblissement, toujours propagé & toujours augmenté par de nouvelles dégradations, doit à la fin produire des ombres plutôt que des hommes. Or la *physionomie* donnée d'un enfant qui naît dans le 18e siecle est l'expression ainsi dégradée des *physionomies* de tous ceux qui l'ont acheminé à l'existence. Si l'on pouvoit, par exemple, saisir ce fil qui étoit une espece de cable du tems de Charlemagne & de ses Paladins, & le voir s'amincir depuis Roland & les douze Pairs jusqu'à nos Montmorencis & nos Rohans, on seroit exactement au fait de ce que j'avance. *Fortes creantur fortibus.* Une suite inverse de générations qui rameneroient les anciennes mœurs, remettroit peut-être les choses sur l'ancien pied; mais ce rétablissement seroit, à mon avis, plus difficile que ne l'a été la décadence.

Outre les causes qui ont énervé les constitutions, & par-là même altéré les *physionomies*, il y en a encore de très puissantes, ce sont les maladies héréditaires, qui infectent les germes avant leur développement. Ces maladies sont en grand nombre, & personne n'ignore qu'on les voit se conserver mieux dans les familles que les héritages. Les goutteux, les poitrinaires, les scrophuleux, les épileptiques, devroient s'abstenir de fournir des individus à la Société; & il n'y a pas longtems qu'on a fait des remarques très judicieuses sur les attentions que le Gouvernement devroit donner à cet objet. Mais, comme d'un côté il y auroit un peu trop de rigueur à ne permettre aucun mariage qu'avec l'attestation de la Faculté, & que de l'autre bon nombre de gens viendroient à bout de déguiser leurs infirmités ou de gagner les Censeurs de la santé, il naîtra toujours bien des enfans à qui leurs parens

Ddd 3

transſmettront les maladies ſusdites, & qui en manifeſteront les empreintes ou dès le berceau, ou du moins de fort bonne heure; & dans l'état préſent des choſes on peut mettre cela au nombre des maux néceſſaires, des inconvéniens inévitables.

Mais de tous les *virus* le plus redoutable & le plus malfaiſant, celui qui déshonore & défigure le plus, c'eſt cette infection répandue dans les ſources mêmes de la vie, qu'une ſoif plus honteuſe encore que celle de l'or a fait trouver aux Européens dans ces climats qu'ils ont ſouillés par tant d'abominations. Je ſerois porté à croire que ce ſont eux-mêmes qui, à force d'excès, ont créé ce fléau dont les bons Américains étoient exemts avant leur arrivée. De façon ou d'autre il eſt incroyable quels ravages en ont été les ſuites, quels tourmens ont été la peine véritablement à la porte pour ceux qui ont oſé s'y expoſer; & ſi l'art a de nos jours conſidérablement diminué ces tourmens, les deſcendans des maléficiés ne ſe reſſentent encore actuellement que trop des égaremens de leurs ancêtres. Tel enfant qui auroit apporté au monde une parfaite intégrité phyſique, s'il avoit été engendré par un pere ſain, porté dans les flancs d'une mere ſaine, ne fait que lutter pendant une vie courte & malheureuſe contre les atteintes de cette contagion héréditaire. Et il ne ſauroit y avoir un inſtant de ſa vie où ſa *phyſionomie* ne s'en reſſente.

Je me permettrai des digreſſions à meſure qu'il s'en préſentera à mon eſprit, pourvu qu'elles ne ſoient pas entierement étrangeres à mon ſujet. Je citois tout à l'heure la maxime *Fortes creantur fortibus;* mais je m'en rappellois en même tems un autre qui lui paroît contradictoire; *Heroum filii noxæ.* Quand on y réfléchit, la contradiction n'eſt qu'apparente. *Fortes*, ce ſont ces hommes fermes, toujours ſemblables à eux-mêmes, qui marchent d'un pas égal & ſoutenu, & que rien ne dérange dans le cours de leur carriere. Ils apportent à tout ce qu'ils font le degré de force, la meſure d'action qui conviennent: & leur poſtérité tient d'eux ce principe d'égalité & d'activité. C'eſt préciſément l'idée qu'exprime le mot Italien, *Chi va ſano, va lontano.* Les Héros au contraire, quel que ſoit le genre de leur héroïſme, appartiennent à la claſſe de ceux qu'un Poëte nomme *immodici;* ils

dépensent & consument rapidement ce qui devroit les faire vivre & vieillir; ils rapportent tout ce qu'ils ont de force & de vigueur à l'accomplissement des entreprises qu'ils ont formées; pour le reste ils s'en acquittent superficiellement, négligemment, imparfaitement. Cela s'étend aux Savans du premier ordre, qui valent bien des Héros quelconques. Aussi a-t-on remarqué, ou qu'ils ont vécu dans le célibat, ou que leurs mariages ont été stériles, ou enfin que leurs enfans n'ont pas valu leurs autres ouvrages. La regle n'est pourtant pas sans exception (*).

Sortons de ces avenues: mais j'apperçois un défilé où il faut que je m'arrête un moment. Ce défilé est bien étroit, c'est le passage par lequel l'enfant vient au monde. Il est quelquefois très difficile à franchir; dans le cours d'un travail long & pénible, un enfant souffre bien des pressions & d'autres modifications qui peuvent altérer considérablement sa figure. La dextérité ou la maladresse des sages-femmes a beaucoup d'influence là-dessus; sans compter que ces sages-femmes s'arrogent ensuite le droit de répétrir l'enfant nouveau-né, & en particulier de donner à sa tête la conformation qu'elles jugent lui convenir. Il y a des peuples même chez qui certaines conformations sont déterminées par l'usage, de sorte que de la boëte osseuse & arrondie du crâne on fait une espece de cône, ou pain de sucre: & l'on peut juger de ce qui en résulte par rapport à la *physionomie*, aussi bien que par rapport à l'état du cerveau & à ses fonctions futures. Voilà encore des inconvéniens auxquels les animaux ne sont pas exposés; ils viennent facile-

(*) On trouve des discussions là-dessus dans l'Article *François d'Assise* du Dictionnaire de Bayle. J'en rapporterai le passage suivant, tiré d'un Auteur nommé Corrasius. *Alexander Aphrodiseus magno se labore conficit, dum causam conatur investigare & tradere, cur non raro contingat ut crassus quispiam, tardus ac propemodum hebes, liberos gignat solertes, prudentes & astutos. Cujus rei causam hanc tandem statuit, quod qui tardiore est ingenio, is in ipso coïtu ita se totum præsenti voluptati percipiendæ addicit, ut nihil aliud animo cogitet, quem totum corpori immersum detinet. Itaque ex eo corpore ductum & haustum semen, cui spiritus admixti sunt, multum habet ipsius facultatis intelligendi: quo fit ut liberi nascantur ipso patre prudentiores. E diverso, qui ingenio sunt acuto, aut etiam eruditione præstant, quia eorum animus in perpetua quadam cogitatione versatur, in ipso venereo complexu alias res agunt. Quare semen quod tunc profluit, quum nihil nisi peregrinum habeat (animo nempe tum peregrinante), non multum illius præstantissimæ facultatis habet.*

ment au monde, & tels qu'ils sortent des mains de la Nature. Ce bénéfice de l'animalité s'étend communément aux Sauvages.

Ici s'ouvre à mes regards l'immense carriere de l'éducation, qu'on distingue en éducation physique & en éducation morale. La premiere précéde l'autre, & quand elle est telle qu'elle doit être, elle y achemine & s'engraine, si j'ose m'exprimer ainsi, avec elle. Il y a d'excellens Traités sur ce sujet: il me suffit d'y renvoyer. Mais je prie mes lecteurs de jetter avec moi un coup d'œil général sur les effets de l'éducation physique par rapport aux *physionomies.* L'enfant, cire molle, passe par des mains innombrables; & il n'y en a pas une qui ne laisse quelque trace. Les maladies, les passions, les alimens des meres ou des nourrices donnent au lait une infinité de qualités différentes, dont les résultats s'expriment dans l'individu qui en est nourri. Tous les soins donnés ou refusés à ces innocentes créatures, les perfectionnent ou les détériorent pour le reste de leur vie. De là tant d'enfans estropiés, louches, ou attaqués de tant d'autres difformités ou infirmités dont on auroit pu les préserver. Mais il y a surtout un article sur lequel j'ai déjà fortement insisté dans mon *Traité d'Éducation morale;* & je ne saurois m'empêcher d'y revenir, une longue expérience m'ayant également appris combien il est important, & à quel point on le néglige. Qu'il me soit permis de me servir ici de mes propres termes.

„Un enfant (sevré) n'est pas une souche qu'on puisse poser dans un lieu, „sans avoir d'autre attention que de le mettre à l'abri des accidens; il est „frappé par les objets, il se porte vers eux, il a des désirs & des besoins, „différens de ceux qui se bornoient au seul teton. Quand il en est à ce „point, on doit changer de façon d'agir à son égard; & c'est ce que peu „de personnes observent, parce qu'on n'a aucune idée de ce qu'exigeroit „cette observation. J'y fonde cependant un précepte que j'annonce comme „capital, parce qu'il ouvre la marche de l'éducation, & qu'il décide de la „suite fort au delà de ce qu'on pourroit concevoir: *Amusez un enfant, dès „qu'il est amusable.* L'art des Meres & des Nourrices, & de ce qu'on „nomme Femmes d'enfant, se borne à prendre un enfant sur les bras lorsqu'il

„est

„eſt inquiet & crie, à le promener de lieu en lieu, à le faire ſautiller, & à „lui fredonner quelques chanſons. Tout cela n'eſt point ce que l'enfant „veut, ni ce qui lui convient. Il demande à être amuſé; & perſonne ne „l'entend, ou ne veut l'entendre. Cela va déjà aſſez mal, dans le cas où „l'on voudroit le diſtraire, l'appaiſer par les voies précédentes. Mais cela „va bien plus mal encore, quand l'enfant eſt ſoigné, comme cela arrive le „plus ſouvent, par des femmes mercenaires, négligentes & dures, qui laiſ- „ſent impitoyablement crier les enfans ſans s'en mettre en peine, ſe conten- „tent de dire à ceux qui en demandent la raiſon, qu'ils ſont malades ou „méchans, ou qui ont même la barbarie de les frapper rudement, pour les „contraindre au ſilence; ce qui ne fait que les aigrir, les déſeſpérer, & les „jetter dans les ſituations les plus violentes. J'ai été ſouvent pénétré de „compaſſion à la vue de ces ſcenes déplorables. C'eſt quelquefois la cauſe „de la mort même des enfans, dont le ſang s'altere, s'enflamme, & qui „éprouvent ces accidens que la foibleſſe des organes rend ſi faciles & ſi dan- „gereux. Ils deviennent de jour en jour plus mauvais, & par-là même „plus haïſſables & plus haïs.

„Ces premiers chaînons d'une vie miſérable traînent à leur ſuite la „chaîne la plus complette. D'où vient à cet enfant, demande-t-on, ce „fond de triſteſſe, ou cette doſe d'emportement? Si vous preniez la peine „de le ſuivre pendant le cours d'une ſeule journée, vous ne feriez plus cette „queſtion; vous verriez qu'il eſt excédé d'ennui, ou de mauvais traitemens; „vous ſeriez convaincu que la perſonne la plus raiſonnable, miſe à ſa place, „réduite à ſa ſituation, ſeroit pareillement hors des gonds, & donneroit les „plus grandes marques de dépit. Qu'y a-t-il donc à faire? La choſe du „monde la plus aiſée, pourvu qu'on veuille s'y prêter; une choſe que l'en- „fant vous apprendra de lui-même, quand vous voudrez le conſulter, ſui- „vre ſes directions. Aſſeyez-vous devant une table, avec l'enfant ſur vos „genoux; mettez ſur cette table la moindre bagatelle, le plus mince jouet, „& voyez faire l'enfant. Il prendra ce jouet, le maniera en tout ſens; & „paſſera des heures entieres avec une ſatisfaction, une gayeté dont ſon air ne „permet pas de douter. Plus de nuages dans ſon humeur, plus de larmes

„dans ses yeux, plus de cris dans sa bouche. Pour peu que vous entriez „dans son petit jeu, que vous fassiez quelque légere substitution de jouets „quand il témoignera le souhaiter, vous ferez de votre enfant tout ce que „vous voudrez; & le lendemain, les jours suivans, vous verrez qu'il ne de„mandera qu'à se mettre à la même place, & à faire les mêmes choses. „Tout est bon pour l'amuser, un bout de papier, une carte, quelques jet„tons, ou pieces d'argent; & les enfans ne sont pas difficiles à cet égard, „pourvu qu'ils ayent quelque chose entre les mains qu'ils puissent tourner „& retourner à leur gré.

„Je ne conçois pas comment l'on néglige un moyen aussi facile, & „même aussi agréable; car il n'y a rien de plus amusant que de voir un en„fant s'amuser, tout comme il n'y a rien de plus désolant que de le voir se „désoler. Que ne puis-je remplir mes lecteurs de la même conviction „dont je suis pénétré par rapport à l'importance de ce premier soin; soin, je „le répete, capital & fondamental! La gayeté est le baume de notre sang „depuis l'instant de notre naissance jusqu'à celui de notre mort. Elle puri„fie & vivifie ce sang, le pousse avec l'effort modéré qui convient à notre „conservation dans tous les canaux où il doit entrer, entretient le ressort de „nos visceres, la quantité & la qualité de toutes les sécrétions, & surtout „le méchanisme essentiel de la digestion, de l'excrétion & de la transpira„tion. Quiconque est gai, est tout: cela est bien plus vrai, qu'il ne l'est „du riche, ou des hommes qui paroissent les plus fortunés.

„Ainsi donc, l'enfant égayé & amusé entre aussitôt qu'il est possible „dans la route du bonheur; & si les soins qui succéderont à celui-ci n'en „détruisent point l'effet, il marchera dans cette route pendant tout le reste „de sa carriere. Considérez-le, & il vous mettra lui-même au fait de sa „situation. Avec ses jouets & la bonne mie qui l'aide à les ranger, qui „les ramasse lorsqu'ils tombent, qui l'encourage par quelques applaudisse„mens, il ne vous demandera rien, où il imitera Diogene, lorsqu'il ne vou„loit pas qu'Alexandre le privât du Soleil; il vous priera dans son langage „de ne pas le détourner de ses importantes affaires; (car les enfans agréa„blement occupés ont un air affairé qui est tout à fait réjouissant,) & il ne

„s'agit plus que de lui donner ses alimens, qu'il prendra avec plaisir & pro-„fit, pour y faire succéder un sommeil paisible & bienfaisant, tel qu'est celui „d'un homme qui vient de passer une journée agréable."

Ces prémisses sont longues, je l'avoue; cependant je n'ai pas cru devoir en rien retrancher, parce qu'elles menent à l'une des conséquences les plus importantes dans le sujet que je traite. Le plus grand nombre des *physionomies* qui s'offrent à nos regards, ont été, pour ainsi dire, moulées dans l'époque que je viens d'exposer, & par les causes que j'ai indiquées. Ces visages stupides, tristes, sombres & féroces, cette impatience, cette inflammabilité qui se manifestent par les traits les plus marqués pour les moindres sujets, ne sont explicables que par les impulsions originaires qui ont ainsi monté la machine. On croit qu'il ne manque rien à des enfans bien nourris, bien couchés, bien chauffés, bien nettoyés: & tout leur manque dès qu'ils n'ont pas le premier aliment de leur ame, la gayeté & ce qui peut la produire.

Continuons l'énumération des causes physiques qui influent sur les *physionomies*. De ce nombre sont toutes les maladies de l'enfance. Une des premieres, ce sont les convulsions qui emportent beaucoup d'enfans, mais qui, lorsqu'elles les épargnent, laissent des traces fâcheuses, à proportion de ce qu'elles ont été fortes ou fréquentes. Le siege de ce mal étant dans le cerveau, cela retarde également les progrès de l'ame & du corps. Avant que les fibres ébranlées soient raffermies à un certain point, il se passe un tems considérable; & quelquefois ce raffermissement n'arrive pas à une pleine consistance. Comment après cela est-on assez imprudent pour ne pas prévenir au moins les convulsions accidentelles, & pour ainsi dire, artificielles, dont les suites ne sont pas moins à craindre que celles des convulsions naturelles? J'entends par-là les émotions violentes qu'on se plait quelquefois à donner aux enfans, ou du moins qu'on tolere dans ceux qui les donnent, tantôt en les irritant, tantôt en les effrayant, au point que les convulsions s'ensuivent. Je serois presque tenté de transcrire un autre passage de mon Traité sur l'Éducation où il s'agit des agaceries par lesquelles on tourmente les enfans & on les pousse à bout, pour s'amuser de leur dépit

& de leur emportement. C'est un jeu bien funeste & qui altere essentiellement l'organisation. Il en est de même des frayeurs: j'ose dire qu'elles dénaturent l'individu; & c'est cependant une autre espece de jeu qui n'est pas moins usité. Des domestiques superstitieux, ou malins, remplissent l'esprit des pauvres enfans, de contes absurdes & de terreurs affreuses; ils les menacent de rencontrer à chaque pas des Spectres & des Revenans, des Lutins & des Démons; & pour accréditer cette menace, ils placent quelquefois des figures hideuses dans les lieux où les enfans doivent passer, surtout dans l'obscurité. Des familles entieres sont désolées par cet abus, dont les suites s'étendent plus ou moins à tout le reste de la vie. Dans les cas même où la raison démontre la fausseté, la nullité de ces vains fantômes, l'émotion machinale subsiste. Il n'est encore que trop de cas où les enfans peuvent s'effrayer d'eux-mêmes par la rencontre d'objets imprévus: il faut les prévoir & les prévenir. Tels sont, par exemple, quelquefois les effets des spectacles sur des cerveaux tendres. J'ai eu pendant quelques années en pension un jeune Gentilhomme qui, environ à l'âge de sept ans, assistant à un jeu de Marionettes, sans qu'on prît garde à lui, s'épouvanta tellement qu'à la fin du jeu on le trouva sans connoissance à la suite d'une convulsion. Cet accident l'avoit fort retardé à tous égards, & lui avoit en particulier donné une *physionomie* fort niaise. La premiere fois que je menai le plus jeune de mes fils à la Comédie, âgé, si je m'en souviens, de cinq ans, nous entrâmes lorsque le Spectacle étoit commencé; on jouoit *le Médecin malgré lui*, & c'étoit le moment où l'on étrille Sganarelle pour l'obliger à se déclarer Médecin. Cette opération serra le cœur de l'enfant, je vis qu'il pâlissoit, & je n'eus rien de plus pressé à faire que de l'emmener. Il témoigna ne pas se soucier de retourner au même lieu; je laissai passer quelques mois, au bout desquels je le fis assister à une représentation de *l'Honnête criminel;* comme son cerveau étoit encore un peu ébranlé de la premiere secousse, la figure du Galérien l'intimida, & il se cacha au fond de la loge, tant que cette figure fut sur la scene. Je ne passai pas à une troisieme expérience; mais je le laissai maître de me dire lui-même quand il se croiroit assez de force d'esprit pour retourner au Spectacle. Ce point de

raffermiſſement eſt venu; & toute impreſſion déſagréable eſt pleinement effacée. Voilà comment il faut procéder, à mon avis, dans des cas de cette nature, ſi l'on veut conſerver ſes enfans ſains de corps & d'eſprit, & par-là même ne pas déranger leurs *phyſionomies*.

Mais quelle eſt la maladie qui les dénature véritablement, qui les enſevelit ſous des ruines où il eſt plus difficile de fouiller que dans celles d'*Herculanum*, & dont les ravages ſont ſuccéder à la régularité des traits, à la fineſſe de la peau & au coloris, tout ce qui peut donner l'image de la laideur incarnée. On ſait aſſez que ce ſont là les effets, ſinon perpétuels, au moins fréquens, de la petite vérole; & qu'à tout moment de jeunes perſonnes qui avoient apporté au monde une figure gracieuſe, ſéduiſante, en ſont privées à cette époque, au point de n'être plus reconnoiſſables, & de ſe faire peur à elles-mêmes. Aſſurément, quand l'inoculation ne ſeroit ſalutaire qu'à cet égard, j'oſerois preſque dire que je préférerois ce bienfait à celui de la conſervation de la vie. Il faut racheter par tant d'autres avantages la perte de la beauté, qu'on eſt toujours fort à plaindre de ſe trouver dans ce cas. L'or peut bien donner à la laideur un teint de beauté: mais tout le monde n'eſt pas ſenſible au prix de l'or, au lieu que tout le monde encenſe la beauté. Ceci regarde à la vérité particulierement le ſexe; mais il importe auſſi, à mon avis, à un jeune homme de plaire en entrant dans le monde par ſa figure: cela lui applanit bien des routes & diſpoſe bien des eſprits en ſa faveur. Il y a peut-être quelques aſpics cachés ſous ces fleurs; mais, en ſuivant les directions de la prudence, les conſeils de la ſageſſe, on les évite. Les hommes paſſent pour avoir la permiſſion d'être laids; mais il eſt déſagréable d'uſer de cette permiſſion, encore plus d'en abuſer, comme on l'a dit de *Péliſſon*. Quoi qu'il en ſoit, & pour m'en tenir à mon objet, je demande ce que deviennent les *phyſionomies* après cette révolution, & où les retrouver ſous le maſque qui leur ſuccede? Il en eſt à peu près comme du Globe de la terre fracaſſé & bouleverſé par les déluges, par les volcans, par les tremblemens de terre, qui ne permettent gueres de deviner ſon ancienne ſtructure. Les Phyſionomiſtes ne ſont pas moins déroutés dans de ſemblables conjonctures que les Coſmographes.

A quelque âge ensuite, dans tout le cours de la vie, qu'il survienne des accidens, ou des maladies d'une certaine force, il en résulte sinon des altérations aussi considérables, du moins toujours quelques changemens. Chaque maladie a son empreinte particuliere; celle de la phtisie est la plus marquée; mais d'habiles Observateurs en démêlent un bon nombre d'autres. On comprend bien que la *physionomie* d'une personne qui a quelque désordre secret dans la machine, ne sauroit être aussi ouverte, aussi sereine ou riante, que celle qui est l'expression d'une parfaite santé. A quel point ce véritable Protée qui tourmente les hommes sous le nom d'hypocondrie, & les femmes sous le nom de vapeurs, ne modifie-t-il pas leurs visages, soit dans les paroxysmes, soit même dans les bons intervalles? En un mot, il ne faut qu'un espace de tems fort court pour changer quelqu'un au point d'exciter la surprise. Les coquettes qui ont mal dormi, disent qu'elles ont les yeux battus, qu'elles sont à faire peur. Ce style est exagéré, mais il est pourtant vrai que les beautés sont journalieres, je dirois presque momentanées. Mais ces coquettes, puisque j'en parle, voudroient éviter de s'appercevoir d'un changement qui, bien que lent & quelquefois longtems imperceptible, devient à la fin accablant pour elles. Le bouton s'ouvre, la fleur s'épanouit, elle se montre dans son éclat, mais à la fin elle se fane & devient entierement flétrie. Où est la *physionomie* ravissante de cette Divinité que j'adorois il y a 50, 40, ou même 30 ans? Aujourd'hui c'est un Spectre, une Mumie. Les Duchesses *de Valentinois*, les *Ninon Lenclos*, sont rares: ou les *Arquéanasses* dans les rides desquelles l'amour demeure en embuscade. Quelquefois à la vérité on peut dire: Cette personne doit avoir été belle; mais dans bien des cas il n'en reste pas le moindre vestige, & l'on n'apperçoit que l'original de l'Épode d'Horace

Rogare longo putidam sæculo &c.

J'ai aussi eu occasion de remarquer que, vers l'automne de la vie, il arrive à des personnes qui s'étoient longtems soutenues dans un état de fraîcheur propre à déguiser leur âge, & à en imposer à cet égard, si l'on n'avoit eu des dates incommodes qui mettoient au fait de ce que bien des gens ont la foiblesse de vouloir cacher; il arrive, dis-je, à ces personnes

d'effuyer une forte maladie, qui avance, pour ainfi dire, les degrés du cadran, & après laquelle il n'y a plus de retour à l'état qui l'avoit précédée. La raifon en eft toute fimple. Dans la force de l'âge les dommages caufés par des maladies confidérables fe réparent, l'embonpoint & les couleurs reviennent fans déchet, parce que toutes les fonctions animales ont repris leur entiere activité; la nutrition s'exécute complettement; ce qui n'arrive plus lorfqu'on porte le poids de dix à douze luftres.

Quand on voit habituellement les perfonnes qui fubiffent des changemens, même affez forts & affez rapides; quand on fe voit foi-même tous les jours au miroir, on ne s'apperçoit prefque de rien; les juges compétens font ceux qui ont été abfens quelques années, & qui à leur retour difent ingénuement ce qu'elles penfent de l'état des perfonnes qu'elles retrouvent. Lorfque plufieurs de ces abfens affurent à diverfes reprifes, & après de longs efpaces de tems, qu'elles ne trouvent point de changement dans une perfonne, il eft au moins probable qu'il n'y en a gueres. Mais en revanche il y a des cas, dont les *Caufes célebres* fourniffent des exemples, où des époux, des peres de famille, revenant de quelque long voyage, après plufieurs années, n'ont pu fe faire reconnoître chez eux, & par ceux avec qui ils avoient vécu dans la plus grande intimité. L'infortuné Don *Sébaftien*, Roi de Portugal, effuya ce revers; mais autant par les artifices du Confeil Efpagnol, que par l'altération de fa figure. Autant qu'on peut juger de cet événement par la tradition hiftorique, ce Monarque ne fut difficile à reconnoître qu'aux yeux de la cupidité qui vouloit envahir fon Royaume.

Paffons aux caufes morales des variétés phyfiognomiques. Cela nous ramene tout droit à l'éducation dite morale, dans l'immenfité des détails de laquelle je n'ai garde de m'engager. L'éducation étant la fource de toutes nos idées, le principe de toutes nos habitudes, elle eft une feconde nature; elle donne une feconde façon aux hommes, & par conféquent une feconde *phyfionomie*, qui eft plus ou moins analogue à la premiere, fuivant que l'éducation s'éloigne plus ou moins de la nature. L'ignorance & l'innocence font les deux principaux traits de la phyfionomie naturelle. Il eft douloureux qu'en perdant l'ignorance, on perde prefque toujours l'inno-

cence. L'un des plus grands ſecrets dans l'éducation ſeroit, à mon avis, de diſpenſer les connoiſſances de la façon la moins préjudiciable à l'innocence. Mais hélas! elle eſt attaquée par tant d'ennemis à la fois, cette innocence, qu'elle demeure bientôt étendue, ſi je puis ainſi dire, ſur le champ de bataille.

Certainement ce qui plaît le plus dans les enfans, c'eſt cette aimable candeur qu'on ne ſauroit trop faire durer. Le ſexe n'a point de plus bel ornement, de plus précieux joyau. On a beau ſe railler de la ſimplicité des *Agnès:* il s'agiroit plutôt d'en multiplier le nombre, ou ſeulement d'en conſtater l'exiſtence.

La premiere modification dans la *phyſionomie* des enfans vient de l'acquiſition des idées & de l'uſage de la parole. Alors ils s'animent, leurs yeux brillent, leurs geſtes ſont vifs & expreſſifs, & leurs propos ont une grace infinie. Mais tout cela fait place à une ſeconde modification, & à une multitude innombrable d'autres qui les ſuivent, ſuivant la maniere dont ils ſont élevés, & le concours des cauſes dont chacune influe pour ſa part dans l'éducation. Ici je ne puis indiquer que des généralités, mais qui conduiront aiſément ceux qui voudront en ſuivre le fil, jusqu'aux derniers réſultats. Si on laiſſe un plein eſſor aux enfans, ſans les modérer & les régler, ils deviendront capricieux, fantaſques, mutins, coleres: & s'ils plaiſent encore à ceux qui les affectionnent aveuglément, ils déplairont beaucoup à ceux qui les enviſagent avec d'autres yeux. Au contraire, quand on pouſſe la ſévérité juſqu'à la rudeſſe, & qu'on les fait plier ſous des châtimens inconſidérés, l'abattement, le découragement, une morne triſteſſe effaceront toutes les graces enfantines.

Partez de là & ſuivez toutes les opérations ſi longues & ſi compliquées qui font d'un enfant un adoleſcent, d'un adoleſcent un jeune homme, d'un jeune homme un homme fait. Liſez en même tems l'énergique deſcription des âges dans *Horace*, dans *Boileau* & dans *Buffon*; & jugez de la mobilité des *phyſionomies* depuis les pas chancelans de l'enfant qui ſort du berceau juſqu'aux pas chancelans du vieillard qui a un pied dans le tombeau. Il ne faut qu'un pédant, porteur de triſteſſe, pour répandre une obſcurité, une ſéche-

féchereffe permanente, fur un vifage qui auroit été naturellement ouvert & gracieux. Il ne faut qu'un camarade vicieux pour gâter un bon fujet, & lui faire prendre des airs libertins. De fimples lectures produifent quelquefois cet effet, furtout ces lectures clandeftines que les jeunes filles aiment tant à faire, & qui ouvrent une vafte carriere à leur imagination.

La plus grande révolution dans l'un & dans l'autre féxe, celle d'où réfulte en quelque forte un nouvel être phyfique & moral, eft l'âge de puberté. L'excellent Peintre, fous le pinceau duquel la Nature a revêtu de nos jours une forme fi brillante, a fait une defcription des fignes moraux & phyfiques de cet âge, qu'aucun lecteur fenfible ne lira fans une émotion fecrete. Ce méchanifme de notre organifation eft l'acheminement au grand œuvre, il annonce de ce penchant qui, depuis ce moment jufqu'à la fin quelquefois de la plus longue vie, porte, pouffe, entraine les deux fexes l'un vers l'autre, & ne leur laiffe gueres connoître ni défirer d'autres délices que celles qu'ils trouvent dans leur union. L'amour peut n'être qu'un befoin; & il n'eft que cela chez les Sauvages. On a eu, dans tous les pays policés, l'art d'en faire une paffion, & la paffion la plus véhémente, celle qui dans tous les tems a le plus tyrannifé le genre humain, & qui a influé fur les plus grands événemens. On peut bien dire: *Tantæ molis erat humanam condere gentem!*

Encore une digreffion; j'efpere que ce fera la derniere; mais le fujet en vaut la peine. J'ai très fouvent réfléchi fur les effets que produit dans le monde en général, & fur prefque tous les individus confidérés féparément, ce penchant inné qui fe développe dès que les organes font en état de le feconder, & qui ne ceffe d'aiguillonner, de tourmenter précifément ceux qui font le mieux conftitués. Il me femble que cette paffion eft trop forte & trop durable, qu'elle joue un trop grand rôle dans les affaires humaines, & dans la plûpart des vies. Je fai bien qu'il s'agit de favorifer le principal ouvrage de la Nature, le principal but de la Providence; mais cela ne pouvoit-il pas fe faire à moins de fraix?

En faiſant cette queſtion, en formant ce doute, je ne laiſſe pas d'être intimement perſuadé qu'une Sageſſe ſupreme préſide à tout, & qu'elle a tout arrangé au mieux. Avec cette conviction, je ſerois fort tranquille, quand même je n'appercevrois aucune ſolution, aucune réponſe ſatisfaiſante. Un de nos Confreres, grand ami de la diſpute, & qui n'étoit pas facile à contenter, trouvoit à redire à ce qu'il appelloit l'*éternelle mangerie*. Pourquoi, diſoit-il, tous ces repas, tous ces alimens, toute la peine qu'il en coûte pour les acquérir, pour les préparer, pour les introduire dans ſon corps? Ne vaudroit-il pas mieux un élixir dont une petite doſe priſe le matin ſuſtentât toute la journée? Il ne prenoit pas garde qu'avec ſon élixir il rompoit tous les liens de la ſociété, qu'il détruiſoit tous les motifs au travail, & qu'il privoit les hommes d'un des principaux agrémens que l'Auteur de tout être veut bien accorder ici bas à ceux qui ſavent en jouir dans les bornes de la modération. Je ne dirai donc pas, en raiſonnant à peu près de même: Pourquoi n'être pas averti une douzaine de fois en ſa vie du beſoin de propager, y vaquer tout de ſuite, & après cela n'y plus penſer? Je ſens fort bien que j'éteindrois dans l'homme une flamme, qui, ſi elle produit des incendies & des dégâts, échauffe auſſi ſouvent d'une maniere reſtaurante & vivifiante, augmente infiniment le prix de notre exiſtence, & nous donne en quelque ſorte une double vie. L'abus des meilleures choſes eſt le pire; cependant il n'interdit pas l'uſage. Il en eſt comme de la liqueur enchantereſſe; elle eſt un baume ou un poiſon; elle fait pétiller la joie, ou éclater la fureur. L'amour eſt le principe des vertus auſſi bien que celui des vices; il ſert beaucoup à former les jeunes gens, à leur donner de la politeſſe & des graces, à leur faire faire même des progrès en tout genre pour plaire & ſe rendre dignes de l'objet aimé. Mais pourquoi faut-il, (je reviens à cette complainte) que l'amour nous détourne dans d'autres cas, qui ſont, je l'avoue, le plus grand nombre, de toutes nos occupations, de tous nos devoirs, nous jette dans une infinité d'écarts, nous faſſe même commettre des crimes formels, des crimes atro-

ces? Pourquoi les plus belles vies sont-elles tachées par-là, les plus grands Héros dégradés?

Ces derniers mots me rappellent une idée fort singuliere de *Bayle*. Dans l'Article de HENRI IV. il remarque avec raison que sa vie & son regne furent véritablement souillés par le penchant déréglé qu'il avoit pour le sexe: au lieu que sans ce vice il auroit ou surpassé, ou égalé les Héros qu'on admire le plus. Or voici comment le Lexicographe auroit remédié à ce mal & en auroit prévenu toutes les suites. „Si, continue-t-il, la „premiere fois qu'il débaucha la femme ou la fille de son prochain, il en „eût été puni de la même maniere que *Pierre Abélard*, il seroit devenu ca„pable de conquérir l'Europe, & il auroit pu effacer la gloire des Alexan„dres & des Césars. Ce seroit envain qu'on m'objecteroit qu'un sembla„ble châtiment lui eût ôté le courage." Il s'étend dans ses Notes à détruire cette objection; mais ses raisons ne me persuadent pas. Il y a eu de grands Capitaines qui n'ont pas aimé les femmes, on a vu même des Eunuques s'illustrer comme Généraux; mais il y a loin de là aux effets ordinaires de l'opération que M. *Bayle* conseille. On n'a qu'à considérer les châtrés que nous avons tous les jours sous les yeux pour voir à quel point leur esprit & leur corps sont modifiés désavantageusement par la perte du principe de la virilité. Ajoûtez à cela que les désirs leur restent, qu'ils en sont également ou même encore plus tourmentés, & qu'on se défie de leur lasciveté dans les Serrails. HENRI IV. Eunuque! J'avoue que cette idée me révolte. Je vois disparoître toute la gayeté & la vivacité charmante de ce Prince adorable: je vois changés tous les traits de cette belle & heureuse physionomie qui réjouit encore nos yeux lorsque nous en contemplons les images. S'il pouvoit lire son Article dans *Bayle*, je crois qu'il pesteroit de bon cœur contre l'invention & l'inventeur.

Rentrons dans les généralités de notre matiere, & hâtons-nous de finir. Toutes les fois que, dans le cours de la vie, il arrive quelque grande révolution dans les idées, dans les sentimens, ou dans les situations, la *physionomie* s'en ressent. Dans les idées. Si un jeune homme, ou une

homme, à quelque âge que ce soit, qui a été élevé & instruit dans des principes de droiture, d'équité, d'ordre & de sagesse, goûte des maximes opposées, adopte les systemes de Machiavel, de Hobbes & d'autres semblables, il perd bientôt cet air d'humanité, de cordialité, de désintéressement, qui étoit l'expression fidele de sa façon de penser. Quand ensuite le cœur même vient à se corrompre, quand on tire des systemes dangereux toutes les conséquences qui peuvent influer sur la conduite, un Titus peut se métamorphoser en un Néron; & la chose est arrivée en effet à l'égard de Néron, dont les commencemens avoient ressemblé à ceux de Titus. Il en est de même dans les retours au bien; les traits du vice & du libertinage s'effacent peu à peu; & sans prendre le masque de l'hypocrisie, on change réellement & foncierement. Tels ont dû être le Cardinal de Retz dans les années de sa retraite, & l'Abbé de S. Cyran à la Trappe. Enfin les situations, surtout quand elles passent d'une extrémité à l'autre, de la bassesse à l'élévation, de la misere à l'opulence, de la faveur à la disgrace, font paroître les hommes plus ou moins différens d'eux-mêmes, suivant que leur caractere avoit plus de solidité & que leurs principes étoient plus décidés. Le Sage des Stoïciens, s'il existoit, auroit une *physionomie* uniforme & constante; mais, si le monde n'étoit peuplé que de semblables Sages, le coup-d'œil ne seroit ni gracieux, ni intéressant. Épictete, à en juger par ses paroles, ne dut pas changer de visage, lorsque son maître lui cassa la jambe. Ce sont là, tout au plus, des phénomenes, ou des exceptions qui laissent subsister la regle. Mais les changemens sont plus ou moins observables suivant que ceux qui les éprouvent ont plus ou moins de force d'esprit naturelle ou acquise. Les Sauvages chantent & rient dans les tourmens; les Martyrs ont montré de l'allégresse sur les bûchers.

Le résultat de toutes ces observations & le principal but que je me suis proposé en les rassemblant, c'est d'établir que l'étude des physionomies est infructueuse, & leur fond indéchiffrable. L'état actuel du visage d'un homme, vers le milieu de sa carriere, a été produit par le concours de

tant de circonſtances phyſiques, morales & caſuelles, qu'il eſt de toute impoſſibilité de retrouver la *phyſionomie* originale & de ſuivre la piſte de ſes modifications. Si le cœur eſt une énigme, le viſage eſt un logogryphe. Ou bien il en eſt de celui-ci comme de ces terrains voiſins des Volcans, couverts de pluſieurs couches de lave, avec une terre très épaiſſe ſur la ſurface de chacune. On ſe ſert de ce fait pour prouver la grande antiquité des éruptions de ces Volcans; & M. *Brydone* rapporte dans ſon intéreſſant voyage, qu'un Chanoine qui lui ſervoit de Cicéron, en raiſonnant par analogie ſur un terrain où l'on avoit percé à travers ſept laves bien diſtinctes, en inféroit que l'éruption qui y avoit porté la plus baſſe de ces laves, étoit arrivée il y a au moins 14000 ans. L'application eſt aiſée à faire.



SUR LE PROBLÈME DE MOLYNEUX.

PAR M. MERIAN.

CINQUIÈME MÉMOIRE.

Application spéciale de la Théorie de BERKELEY *aux argumens des philosophes qui prennent le parti affirmatif* (*).

Après avoir combattu, par la Théorie du Docteur Berkeley, la proposition fondamentale des philosophes qui affirment que l'aveugle-né discernera le globe du cube; il nous reste à appliquer la même Théorie à chacun de leurs raisonnemens en particulier. C'est l'objet de ce Mémoire.

§. I.

A celui de Mrs. DE CONDILLAC & DIDEROT (**).

Je commence par Mrs. de Condillac & Diderot, parce qu'ils ne nous arrêteront qu'un moment. Ils se fondent, en termes exprès, sur l'identité, ou sur la ressemblance des idées introduites dans l'ame par la Vue & par le Toucher. Or cette identité, cette ressemblance est nulle. Ainsi, soit que l'aveugle, en ouvrant les yeux, voie d'abord le cube & le globe comme deux objets séparés, soit qu'il ne les voie de cette manière qu'après avoir exercé l'organe de la vue; il n'y a pas, pour lui, plus de données dans l'un de ces cas que dans

(*) Les solutions données par ces philosophes sont exposées dans notre second Mémoire, auquel nous renvoyons. Il est inséré dans les *Nouveaux Mémoires de l'Académie* pour l'année 1771. p.p. 367-389.

(**) V. *Nouv. Mémoires* pour l'année 1771. p.p. 370-374.

l'autre: pourvu que dans le dernier, on l'empêche de combiner le Tact avec la Vue; ce que nous croyons extrêmement difficile.

§. 2.

A celui de M. JURIN (*).

L'argument de M. Jurin mérite d'être examiné à fond; & il faut bien que lui-même l'ait cru à l'abri de la Théorie du Docteur Berkeley; puisqu'il connoissoit cette Théorie, & qu'il en faisoit cas.

Selon M. Jurin, c'est l'uniformité du globe, également perceptible à la Vue & au Toucher, qui mettra l'aveugle en état de le distinguer du cube.

Ici je vois plusieurs suppositions qui doivent être mûrement pesées.

1. On suppose que l'on fera comprendre à l'aveugle-né que les objets qu'il a sous les yeux, sont les objets mêmes qu'il a touchés.

2. Que la notion d'uniformité se présentera à son esprit à la vue du globe.

3. Qu'un homme qui voit pour la première fois, est instruit & convaincu d'avance que ce qui est uniforme au Toucher doit l'être à la Vue.

Mais d'abord, il a été démontré que les objets visibles & tangibles sont des choses hétérogènes. Or qui le sait mieux que notre aveugle? Quand, par impossible, ces objets seroient les mêmes; il ne pourroit pourtant jamais le croire, à moins de démentir son sentiment, & sa raison, qui lui disent le contraire.

Comme il n'a point d'idée abstraite de la Figure, il ne conçoit que des figures tangibles. Le nom de figure uniforme ne lui retrace que cette uniformité précise qu'il a éprouvée à l'attouchement, & dont l'idée est inséparable du modèle tangible qu'il a dans l'esprit. Il ne comprendra donc point qu'une propriété qu'il ne sauroit détacher de la sensation reçue par le Tact, puisse convenir aux perceptions qu'il reçoit par la Vue. Devinera-t-il que dans nos langues il y a des termes qu'un usage, né de l'association de la Vue & du Toucher, a détournés de leur signification primitive au point de

(*) Ibid. p. 369.

les rendre également applicables à ces deux ſens, lui en qui ces deux ſens ne furent jamais aſſociés? Saura-t-il quels ſont ces termes? Et, quoique pris de la langue qu'il parle, ne formeront-ils pas, par leurs nouvelles ſignifications, une nouvelle langue pour lui, une langue qu'il n'entend point, & qu'il lui reſte à apprendre? Si la Nature développoit en nous un ſixième ſens, qui nous offrît des objets & des qualités d'un genre tout particulier, & tout nouveau, pourrions-nous, ſur le champ, employer notre langage à leur égard, & par là lier ces nouvelles idées à nos idées précédentes? Mais ce que ce ſixième ſens ſeroit pour nous, le cinquième l'eſt pour lui.

Quelque peine que l'on prenne pour rendre ceci intelligible; il ne ſera parfaitement ſaiſi que par ceux qui ſauront ſe mettre à peu près à la place de notre aveugle, & ſe faire une idée de la ſéparation du viſible & du tangible, comme elle ſe fait naturellement dans ſon eſprit. La difficulté vient de ce que nous n'avons jamais été dans ce cas, ou ce qui eſt tout un, de ce que nous ne nous ſouvenons point d'y avoir été. Par une habitude ineffaçable, nous confondons le viſible avec le tangible: toutes nos langues ſont calquées ſur cette confuſion; & nous la prêtons à l'aveugle-né, qui n'en eſt nullement ſuſceptible. Lors donc que je dois décrire l'état où il eſt en ouvrant les yeux, je me trouve preſque dans le même embarras que lui: il n'a point de langue pour les objets viſibles; & la mienne ne me fournit point de termes propres, qui puiſſent peindre ces objets en eux-mêmes, purifiés de tout alliage avec les objets tangibles. Mais la prérogative qu'il a ſur nous c'eſt qu'au moins il diſtingue très bien ces deux genres d'objets, & les regarde comme abſolument hétérogènes: au lieu que dupes de nos préjugés, & de nos langues qui en ſont les régîtres & les dictionnaires, nous les fondons enſemble, & croyons voir & toucher les mêmes objets. Il ſeroit donc inutile de multiplier ici les paroles pour détromper ceux qui s'opiniâtrent à perſévérer dans une erreur d'ailleurs très-innocente. C'eſt au philoſophe à deſcendre en lui-même, & à tirer la vérité du fond du puits.

Quand il aura bien creuſé ce ſujet, il comprendra que l'aveugle-né, n'ayant point de langage pour déſigner les choſes viſibles, ne peut ni raiſonner

ner ſur elles, ni rien conclure à leur égard, ni les rapporter à rien de ce qu'il connoît.

Diſtinguons ici, avec ſoin, deux ſortes de nouveautés, celle des objets, & celle du ſens où ces objets font leur impreſſion. Lorſqu'un objet nouveau m'eſt préſenté par un ſens qui ne m'eſt pas nouveau, cela ne m'empêche point de comparer cet objet avec d'autres qui appartiennent au même ſens; car ſa nouveauté ne conſiſte qu'en une combinaiſon différente, & juſque-là inconnue, de parties ou de qualités que nous connoiſſons, & pour lesquelles nous avons des mots. Mais le cas de l'aveugle eſt tout autre. Tout eſt nouveau pour lui, & le ſens de la Vue, & par conſéquent les impreſſions, où les objets qui y ſont affectés. C'eſt un monde nouveau: les reſſemblances qu'il y apperçoit, les comparaiſons qu'il peut faire, ne s'étendent point hors des limites de ce monde, & ne l'inſtruiſent de rien au-delà. S'il invente une langue pour les objets viſibles, ſon uſage eſt borné à ces objets. Et de même le langage adapté aux autres ſens ne lui explique rien de ce qui concerne la Vue, & ne lui eſt pas plus utile à cet égard que ne lui ſeroit le Chinois ou l'Arabe pour entendre le François.

Mais je veux faire de plus amples conceſſions que l'on n'a droit d'en exiger. L'aveugle-né pourra avoir appris à étendre le mot d'uniformité aux choſes qui n'ont point de forme, comme aux objets de l'Ouïe, de l'Odorat, & du Goût. Le nom de ſenſation uniforme lui rappellera toujours quelqu'une de ces ſenſations auxquelles il eſt accoûtumé à l'attacher, ſoit au propre ſoit au figuré; mais il n'eſt pas dit pour cela qu'il ſe joindra aux objets d'un ſens pour lequel il n'exiſte pas encore de langage. Cependant je veux que cela ſoit; & que par je ne ſais quel hazard le mot d'*uniformité* vienne s'offrir à ſon eſprit à l'aſpect du globe viſible. Quelle lumière y portera-t-il? Aucune. S'il raiſonne conſéquemment, il ſe dira: l'uniformité des ſons, des ſaveurs, des odeurs n'a rien de commun avec l'uniformité des objets tangibles: les concluſions que l'on voudroit tirer de l'une aux autres nous mèneroit à des abſurdités. Or les perceptions que me donne la Vue étant, pour le moins, auſſi éloignées de celles que je reçois

par le Toucher que les odeurs, les ſaveurs & les ſons, j'en dois, en bonne Logique, porter le même jugement.

C'eſt ainſi qu'il raiſonnera, ſi tant eſt qu'il puiſſe un moment s'arrêter à cette idée. Car il eſt infiniment plus vraiſemblable qu'il n'y ſongera point, n'y étant induit par aucune expérience de cas ſemblables, & vu qu'au contraire toutes les expériences, toutes les obſervations qu'il a faites juſqu'ici, répugnent directement à de pareilles penſées, & tendent à les écarter de ſon eſprit.

Ceux qui ſont d'un avis différent, oublient encore la ſituation où il ſe trouve: ils ſuppoſent tacitement qu'il reconnoîtra les figures viſibles pour des figures, ce qui n'eſt point. Ils ſuppoſent au moins qu'il appercevra plus de reſſemblance entre le viſible & le tangible qu'entre ce dernier & les qualités affectées aux autres ſens; en quoi nous avons vu qu'ils lui prêtent leurs propres préjugés, leſquels il n'a pas encore eu occaſion de contracter. Que ſais-je? Peut-être même lui attribuent-ils ce faux jugement qui leur fait regarder les objets de la Vue comme identifiés avec ceux du Tact, & outre cela comme quelque choſe de plus réel, ou de plus ſubſtantiel que les objets de l'Ouïe, de l'Odorat, & du Goût, erreurs qui ont leur ſource dans le même préjugé, & dans le tour des langues, qui en ſont toutes infectées.

Il faut donc ſe bien mettre dans l'eſprit que les objets viſibles n'ont, avec les objets tangibles, d'autre communication que cette union ſymbolique dont nous avons parlé. Nous avons prouvé que les lignes viſibles n'ont rien de commun avec les lignes tangibles, ni par conſéquent les cercles viſibles avec les cercles tangibles, ni les angles formés par le concours des lignes viſibles avec les angles tangibles, ni les quarrés viſibles avec les quarrés tangibles, ni enfin les globes & les cubes viſibles, formés de ces cercles & de ces quarrés, avec les globes & les cubes tangibles. Cela étant, il faudroit que l'aveugle-né raiſonnât directement contre l'expérience, s'il cherchoit plus de correſpondance entre le globe qu'il voit & celui qu'il touche, qu'entre ce dernier & des qualités quelconques de l'Odorat, du Goût, ou de l'Ouïe.

Dites-lui, tant qu'il vous plaira, que ce ſont les mêmes objets. Pourra-t-il vous croire? Ne ſent-il pas diſtinctement le contraire? Renoncera-t-il à une vérité de ſentiment pour ajoûter foi à une propoſition qui doit lui paroître abſurde, incompréhenſible, contradictoire? Et après tout, n'eſt-ce pas lui qui a raiſon? & vous qui avez tort?

Je pouſſerai ma complaiſance plus loin. Mettons que, par quelque miracle, vous engagiez cet homme à croire, ſur votre parole, par une foi implicite, contre le témoignage le plus clair de ſes ſens, cette propoſition qui eſt un vrai myſtère pour lui, à croire, dis-je, que ce qu'il voit & ce qu'il touche eſt la même choſe; & que par un autre prodige vous renverſiez ſon entendement au point de lui faire digérer ce principe contraire à tout ce qu'il a expérimenté, que ce qui eſt uniforme pour un ſens doit être uniforme pour un autre ſens, & que par conſéquent l'uniformité tangible d'un objet doit ſe retrouver à la vue de cet objet. Que s'enſuivra-t-il? Que vous l'aurez fait raiſonner ſur un principe faux, & qui, dans la circonſtance préſente, ne lui découvre la vérité que caſuellement.

Je dis que ce principe, pris dans ſa généralité, eſt faux, non-ſeulement par rapport au Toucher confronté avec les autres ſens, mais par rapport à la Vue même confrontée avec le Toucher. Un plan enluminé de différentes couleurs eſt uniforme au toucher, & ne l'eſt certainement pas à la vue. Si à côté d'un cube de couleur uniforme, on montroit à l'aveugle-né un de nos globes terreſtres ou céleſtes, avec ſes enluminures, il y a tout à parier qu'en raiſonnant d'après vos principes, il prendroit le globe pour le cube, & le cube pour le globe. Et pourquoi non? Les variétés que lui offrent ces diverſes couleurs lui paroîtront auſſi eſſentielles, & plus eſſentielles peut-être que les angles ſolides du cube viſible, leſquels d'ailleurs ne reſſemblent pas plus aux angles tangibles que ne leur reſſemblent les limites entre les couleurs, ou les couleurs mêmes. Les diverſes projections des ombres & de la lumière feroient peut-être le même effet; car dans l'ignorance où il eſt de la cauſe de ces phénomènes, tout cela lui eſt égal. Je n'ai pas beſoin d'ajoûter que la même choſe arriveroit ſi, au lieu d'un cube & d'un

globe, nous prenions un quarré uniforme, & un hémisphère enluminé; puisque dans le cube & dans le globe même, il ne voit, en effet, qu'un quarré & un hémisphère.

Seroit-ce ici la raison pour laquelle Locke a exigé que les deux corps soient du même métal? Cependant cette raison n'auroit plus lieu pour ceux qui croient aux idées abstraites. La couleur du métal ne doit aucunement les embarrasser. Leur aveugle-né abstrairoit l'idée de la figure sphérique, & celle de la figure cubique, indépendamment de toute autre circonstance, & en laissant toute couleur en arrière. Mais c'est qu'en effet ces abstractions sont impossibles: toute idée d'une figure visible est colorée, comme toute idée d'une figure tangible est revêtue de qualités tactiles.

§. 3.

S'il est vrai que les Sens nous trompent.

Mais, dit-on, si la Vue & le Toucher peuvent se contredire, on ne sait donc plus à quoi se fier: nos sens nous trompent: le blâme en rejaillit sur la Nature, & sur l'Auteur de la Nature.

Je réponds, & toujours d'après la Théorie de Berkeley, que si cette difficulté vous affecte, c'est à vous à la lever. Elle n'a de force que contre ceux qui supposent que nous voyons & touchons les mêmes objets, ou que ce qui est l'objet de la Vue est, en même temps, l'objet du Toucher. En partant de cette hypothèse, il est incontestable que ces deux sens se contrarient en une infinité de rencontres. La nature des surfaces réfléchissantes, & des milieux réfringens, la position des objets à l'égard de la lumière, la conformation de l'œil, les changemens naturels ou accidentels qui se font dans ses parties solides & fluides, mille causes, mille circonstances mettent la Vue en contradiction avec le Toucher. Sans citer les effets des peintures, du miroir, du microscope, des verres polyèdres &c, ne voyons-nous pas la rame brisée dans l'eau? Une tour quarrée nous paroît ronde: nous nous trompons, à tout moment, sur les grandeurs, les distan-

ces, les ſituations, les figures, le mouvement. La Vue ſeule nous feroit voir doubles & renverſés les objets que le Toucher nous montre ſimples & droits; en un mot, ces deux ſens contraſtent enſemble de toutes les façons imaginables.

Mais voulez-vous voir, en un clin d'oeil, diſparoître toutes ces contradictions? Vous n'avez qu'à renoncer à votre hypothèſe; & vous gagnerez encore de vous être défaits d'une erreur. Pourquoi l'Ouïe & l'Odorat ne ſe contrediſent-ils jamais? C'eſt qu'ils n'ont rien à démêler enſemble; c'eſt qu'ils ne portent jamais ſur le même objet, dont ils puiſſent nous faire des relations différentes. Or n'avons-nous pas prouvé qu'il en eſt de même de la Vue & du Toucher? Otez cette identité d'objets: la contradiction n'eſt plus poſſible entr'eux. La rame viſible, par exemple, eſt briſée dans l'eau, la tour viſible eſt ronde à une certaine diſtance: & cela doit être en vertu des loix de l'Optique. Mais la rame & la tour viſibles n'ont rien de commun avec la rame & la tour tangibles, qui ſont toute autre choſe: elles ne ſauroient donc ſe contredire; j'aimerois autant que l'on prétendit que l'odeur de la violette eſt en contradiction avec le chant du roſſignol. Il n'y a que la combinaiſon habituelle de ces choſes hétérogènes, & la communauté de nom qui vous fait illuſion juſques à vous perſuader qu'elles ſont la même choſe.

Or cette illuſion ſe détruit par des preuves démonſtratives: que dis-je? la moindre teinture de philoſophie doit la diſſiper. Car enfin, quoi qu'il en ſoit des cauſes extérieures qui excitent en nous ces perceptions, cauſes qui nous ſont profondément cachées, il eſt très-ſûr que les perceptions que nous recevons par la Vue, & celles que nous donne le Toucher, bien qu'elles puiſſent paroître à la fois, & s'aſſocier dans notre eſprit, ne ſauroient ni être les mêmes, ni ſe reſſembler. Or en ces perceptions conſiſte ce que nous appellons objets viſibles & tangibles; & nous n'en connoiſſons point d'autres.

§. 4.

Application de la Théorie de BERKELEY *au premier argument de* LEIBNITZ (*).

J'ai exposé dans mon second Mémoire deux argumens de M. de Leibnitz qui lui font conclure que l'aveugle-né discernera le globe du cube. Le globe, dit-il d'abord, n'offre rien à distinguer à l'aveugle-né, au lieu que dans le cube il distinguera huit points. Comme ceci revient à l'argument de M. Jurin, pris de l'uniformité du globe, nous nous dispenserons de répéter les réponses que nous venons d'y faire. Mais j'appliquerai ici une réflexion du Docteur Berkeley concernant les nombres.

Les nombres ne sont rien d'inhérent dans les objets matériels, ou dans ces assemblages de perceptions sensibles que nous appellons des corps. Ce sont des productions arbitraires de notre entendement, que chacun forge à son gré, selon le besoin qu'il en a, ou selon l'usage qu'il en veut faire. Aussi varient-elles suivant l'unité collective que nous choisissons librement pour faire la base de notre calcul. Une fenêtre est une, quand nous voulons compter des fenêtres: la chambre qui a plusieurs fenêtres est encore une: de même une maison qui a plusieurs chambres, & une ville qui a plusieurs maisons. Il est manifeste que toutes ces collections sont arbitraires.

Ainsi l'aveugle-né, ignorant les conventions qui subsistent, à cet égard, entre des hommes qui ont toute leur vie combiné les objets des deux sens, & n'en ayant pas la moindre idée, sera hors d'état de faire ces collections d'après un plan régulier, & précisément conforme à des conventions dont il n'est pas instruit, ni de se créer, sur le champ, une Arithmétique visuelle analogue à celle qu'il s'est faite au moyen du Toucher. Comme, d'un autre côté, il ne connoît aucune de ces correspondances numériques entre les objets des quatre sens dont il a joui, qu'il connoît plutôt le contraire, & que les angles visibles ne ressemblent pas d'avantage aux angles tangibles que ceux-ci aux sons & aux odeurs; il ne s'avisera pas même de cet expédient. Et quand l'idée lui en viendroit, il devroit aussitôt

(*) Ibid. p. 368.

le rejetter, parce que l'expérience du passé lui doit persuader qu'il n'est propre qu'à le conduire d'erreur en erreur.

§. 5.

Le Problème de MOLYNEUX *éclairci par une fiction.*

Comme, dans des matières aussi subtiles, on ne sauroit jamais être assez clair, je voudrois faire ici un dernier effort, & concentrer dans un tableau lumineux toute la suite des raisonnemens que je viens de développer.

Je me figure une nation entière d'aveugles-nés. Je suppose de plus que la Nature ait parfumé tous les corps, & répandu sur eux des odeurs différentes, plus ou moins composées selon la diversité de la figure des corps. Le globe, par exemple, exhalera une odeur uniforme, le cube exhalera six ou douze odeurs, & les autres corps à proportion.

Ce peuple, accoutumé, de tout temps, à associer les sensations de l'Odorat à celles du Toucher, reconnoîtra les qualités tangibles à l'odorat, & pourra suivre les figures à la piste. Il croira les flairer, & lorsqu'il créera une langue, il ne manquera point de donner les mêmes noms aux figures tangibles, & aux odeurs qui les indiquent, & qui en sont devenues les signes naturels.

Mais, dans cette nation, il y a un homme privé de tout odorat depuis sa naissance. Un nouveau Chezelden parvient à lui désobstruer la membrane pituitaire, & à rendre sensibles les filets du nerf olfactoire.

On met devant lui un globe & un cube, sans le lui dire, & sans les lui faire toucher. On lui fait sentir successivement les odeurs de l'un & de l'autre. Qu'on lui demande alors quelle sorte de figures il flaire. Et si malheureusement il ne vous conçoit pas, demandez-lui laquelle des deux odeurs est le globe, & laquelle est le cube. S'il est assez stupide pour ne vous pas entendre encore, ou assez impoli pour dire qu'il n'y a que des fous qui puissent lui faire de pareilles questions, vous lui assurerez, en plaignant son imbécillité, que les odeurs qu'il flaire sont précisément ce globe & ce cube qu'il a cent fois touchés. Je pense qu'il répondra; au moins ne vois-

je pas qu'il puisse répondre autre chose: je ne sais ce que vous me voulez, & avec la meilleure intention du monde je n'attache aucune idée à votre discours. Produisez-moi une révélation, faites des miracles qui puissent captiver mes sens & ma raison sous l'obéissance de la Foi: je tâcherai de vous croire; mais je ne saurois vous comprendre.

Or il n'y a qu'à substituer la Vue à l'Odorat, les qualités visuelles aux qualités odorifiques: & vous aurez, trait pour trait, & notre histoire & celle de l'aveugle de Molyneux. C'est de part & d'autre la même association de deux sens, la même origine de la confusion qui en résulte, & de cette identité de noms, source de tant de faux jugemens. Les odeurs affectées au globe & au cube répondent aux figures visibles de ces corps. L'homme sans odorat représente au mieux l'aveugle-né qui doit les discerner l'une de l'autre. En un mot, tout est analogue, & cette fiction renferme en petit toute la force des raisonnemens du Docteur Berkeley que j'ai étalés au long, & peut-être avec trop de prolixité. J'ai cru devoir choisir cet exemple parallèle, parce qu'il peint les choses d'une manière plus frappante, parce que nous distinguons tous parfaitement l'Odorat du Toucher, & qu'il n'y a ici lieu à aucun de ces sophismes où l'habitude & les préjugés nous ramènent sans cesse lorsqu'il s'agit de fixer les limites entre le Toucher & la Vue.

§. 6.

La Théorie de BERKELEY *appliquée au second argument de* LEIBNITZ (*).

Le second argument de Leibnitz est fort spécieux. Les aveugles-nés peuvent apprendre la Géométrie, & leur Géométrie seroit la même que celle d'un paralytique de naissance, lequel ne connoîtroit les figures que par la vue: (j'ajoute *de naissance*, sans quoi cet argument ne prouveroit rien). Or ces deux Géométries étant la même, le Toucher & la Vue doivent nécessairement

(*) Ibid. p. 368.

rement nous fournir le même fonds d'idées, quoiqu'ils ne fournissent point d'images communes.

Quelle seroit ici la réponse de M. Berkeley? Il n'y a point de Géométrie, diroit-il, sans images sensibles: l'Étendue & la Figure abstraites ne sont rien: elles ne sauroient être conçues; ni par conséquent être un objet de science.

Il s'agit donc seulement de savoir de quel sens nous tirons le fonds de la Géométrie. Ce sens est le Toucher. L'objet unique, l'objet propre de la Géométrie ce sont l'Étendue & la Figure tangibles.

A ce compte, un aveugle-né peut très-fort devenir Géomètre; car il a le sens nécessaire pour le devenir: au lieu qu'un homme privé du Tact, & borné à la Vue, tel que le paralytique de Leibnitz, est tout à fait incapable d'apprendre cette science.

Quelle sera, en effet, la Géométrie de cet homme-là? D'abord, il n'aura jamais de notion du solide: voilà donc déjà toute la Stéréométrie perdue pour lui. Dans la Géométrie plane, il est hors d'état de prouver par superposition, ni de concevoir ces sortes de preuves. Enfin l'Étendue & la Figure visibles n'ont rien de fixe ni de permanent; ce sont des apparences flottantes & variables qui ne lui donnent point de prise. Où prendra-t-il sa mesure? & supposé que la chose fût possible, lorsqu'il l'aura trouvée pour un certain point de vue, ne sera-t-elle pas fausse pour un autre?

Quel Géomètre qui ne sait manier ni la règle ni le compas, & qui ignore jusques à leur usage!

On dit, à la vérité, que nous avons un compas dans les yeux; & l'on se représente les rayons qui se croisent dans la prunelle comme un compas de réduction, dont les deux branches courtes s'ouvrent sur le fond de l'œil, & les deux longues sur l'objet extérieur. Mais outre que ces sortes de mesures seroient vagues, sujettes à de grandes erreurs, & fort éloignées de la précision géométrique; un moment de réflexion nous convaincra que telles qu'elles sont, nous les devons encore aux expériences faites par la Vue combinée avec le Toucher, & que sans le Toucher nous n'aurions pas même ce compas. Aussi voyons-nous que ceux qui ont le plus expérimenté leurs

deux ſens, & combiné plus ſouvent le viſible avec le tangible, ont le coup d'œil plus juſte que les autres hommes. Or notre aveugle n'a fait aucune de ces expériences; elles lui ſont même interdites par la teneur du Problème.

§. 7.

Examen de quelques raiſonnemens de Mrs. BOULLIER *&* DIDEROT.

C'eſt donc ſe moquer que de prétendre, avec l'auteur de l'*Eſſai ſur l'Ame des bêtes* (*), que l'aveugle-né retrouvera dans le cercle viſible les mêmes propriétés qu'il avoit remarquées dans le cercle tangible, comme, par exemple, que la diſtance du centre à la circonférence eſt par tout égale. Pour ne pas dire que dans le cercle viſible il ne reconnoîtroit ni centre, ni périphérie, ni le cercle même, je demande ſeulement quelle meſure il appliqueroit pour faire cette belle découverte.

M. Diderot ſe trompe également, en penſant qu'un homme privé du Tact, lorſqu'on lui auroit fait avoir ce ſens, pourroit, les yeux bandés, reconnoître, à l'aide de la Géométrie, les objets qu'il avoit connus à la vue (**). Car cet homme ignore juſqu'aux premiers rudimens de la Géométrie, & ne peut rien découvrir par ſon moyen.

Il ſe trompe encore lorſqu'il avance que Saounderſon, ſi on avoit pu lui donner la Vue, ſe fût aiſément convaincu qu'il n'y a point de contradiction entre ce ſens & celui du Toucher, en faiſant réflexion que les perſonnes à qui il avoit enſeigné la Géométrie avoient reçu, par les yeux, les mêmes idées que lui Saounderſon ne tenoit que du Toucher (***). Mais c'eſt qu'en effet ces perſonnes ont appris la Géométrie par le Toucher, auſſi-bien que Saounderſon: ce ſont les idées tactiles, mêlées à l'acte de viſion, qui leur ont fait appercevoir les figures comme leur maître les touchoit. S'il eût eu pour diſciples des hommes dépourvus du ſens du Toucher; bien loin

(*) Dans l'endroit de ſon livre cité p. 368. des Nouv. Mém. Année 1771.

(**) Ibid. p.p. 373. 374.

(***) Ibid. p. 373.

qu'ils se fussent accordés avec lui, ils n'eussent pas compris un mot à ses leçons.

Les figures visibles ne sont, en Géométrie, que ce qu'elles sont par tout ailleurs, des caractères, des signes qui rappellent à l'esprit les figures tangibles, lesquelles seules sont les vrais objets de la Géométrie. Et comme cette caractéristique est la même pour tous les lieux & pour tous les temps; de là le grand usage de ces signes, & de là l'universalité, & l'immutabilité du langage des Géomètres.

Il seroit fort à souhaiter que l'on eût trouvé le moyen d'ouvrir les yeux, ou plutôt d'en donner au Géomètre aveugle de Cambridge. Cette expérience en eût valu mille autres. Que de choses curieuses ne nous eût-elle pas apprises? On auroit vu alors si en s'engageant à distinguer, en ce cas-là, le globe du cube, il présumoit trop de sa capacité. Ce dont je suis sûr c'est qu'il n'eût pas été médiocrement embarrassé de ses bâtons, de ses fils, de ses épingles, & de tout cet attirail qui l'avoit si bien servi dans ses recherches de Géométrie & d'Optique: & je doute fort qu'il eût reconnu aucune de ces pièces. Il eût long-temps cherché en vain ces réfractions, ces répercussions, & ces autres propriétés de la lumière qu'il savoit si bien démontrer. Peut-être se fût-il apperçu qu'il avoit, au pied de la lettre, parlé en aveugle de toutes ces choses-là, & du problème de Molyneux.

Mais il est temps d'abdiquer le personnage du Docteur Berkeley, dont je me flatte d'avoir exposé, étayé, & appliqué la Théorie convenablement à mon but, & peut-être à la satisfaction des connoisseurs. Je renvoie à une autre fois quelques courtes remarques qui me conduiront à l'exposition d'une Théorie plus récente.

SUR L'ANALOGIE DE L'ÉTENDUE ET DE LA DURÉE (*).

PAR M. COCHIUS.

I.

Tout ce que nous obſervons remplit plus d'un point, & dure plus d'un inſtant. Le nombre des points qu'il remplit, & que nous concevons comme continus, fait naître l'image de l'étendue; & celui des inſtans qu'il dure, pareillement continus, donne l'image du tems.

II. L'un & l'autre eſt une étendue; quoique ce terme ſoit principalement attribué à l'eſpace. Celui-ci eſt une étendue dont les parties ſont ſimultanées, & le tems eſt une étendue dont les parties s'entreſuivent.

III. Toute étendue renferme premierement une pluralité de parties, que nous uniſſons en idée. Cette unité n'eſt pas *dans les choſes* mêmes, dont nous nous appercevons par les ſens; elle n'a lieu que *dans l'entendement* de celui qui unit un nombre de parties coëxiſtantes, & conſidere l'Étendu qui en eſt compoſé, comme *Un* corps; ou qui joint un nombre de variations ſucceſſives, & les conſidere comme *Un* période.

IV. La ſeconde choſe que l'on conçoit dans l'étendue c'eſt la continuité, par laquelle deux parties coëxiſtantes ou ſucceſſives ſe touchent, c'eſt à dire que leurs extrémités ſe trouvent dans un même point.

V. En conſidérant une pluralité de choſes à la fois, on n'en a qu'une idée confuſe; ainſi l'on riſque de ſe tromper, & de les prendre pour ce

(*) Lu le 7 Septembre 1775.

qu'elles ne sont pas. C'est une image, par laquelle on voit ce que la chose paroît être, mais non pas ce qu'elle est. Il faut donc décomposer le composé, & considérer séparément chaque partie, chaque élément simple, pour en avoir une idée distincte, qui fasse connoître ce que la chose est, afin d'en juger sans confusion & sans crainte d'erreur.

VI. Pour décomposer l'étendue & pour chercher ses élémens, la méthode la plus simple & celle qui s'offre d'abord, c'est la division. En la continuant il faut qu'on parvienne enfin, ou à des parties qui n'admettent plus de diminution, ou à des parties qui en sont encore susceptibles. Si l'on s'arrète à des parcelles qui soient encore divisibles, on n'est pas parvenu aux vrais élémens. Si au contraire l'on arrive à des parties où une diminution ultérieure n'a plus lieu, on aura les vrais élémens de l'étendue: mais, s'il y avoit moyen d'y parvenir par la division, l'étendue de chaque élément étant égale à zéro, celle de l'entier ne seroit que la somme d'une multitude de zéro; elle ne seroit rien elle-même. Il faut donc conclure que l'étendue de l'entier, qui est égale à quelque chose, n'est pas composée d'élémens simples dont l'étendue est égale à rien; cela veut dire, que l'étendue n'a point d'*élémens composans*, point d'élémens tels qu'ils soient premiers & indivisibles, & que leur addition fasse naître l'étendu. Leibnitz a eu raison de dire que la matiere, en ne considérant que son étendue, est divisible à l'infini; qu'il n'y a point d'élémens dans la nature corporelle, point d'*Elementa molis*, mais qu'il y a des *Elementa substantiæ*. Aussi ses Monades, qui sont les élémens de ce qu'il y a d'actif dans la substance composée, ne sont rien moins que des élémens composant l'étendue du corps: la matiere, dit-il à son ami Bernoulli, n'est pas plus composée d'ames, que de points.

VII. En cherchant par la même voie de division les élémens du tems, on trouve pareillement qu'il n'y en a point. Si l'on s'arrète à quelque moment étendu en durée, & p. c. sous-divisible, on n'a point encore de vrai élément: & de croire parvenir par la division à des instans simples & indivisibles, c'est tenter l'impossible, parce que ce seroit supposer qu'une somme d'instans donne une durée; qu'une somme de zéro peut produire un

nombre positif. Il faut donc conclure, que le tems n'est pas plus un composé d'instans, que la matiere étendue n'est un composé de monades. Ces instans indivisibles ne sont point des parties du tems; ils ne lui sont pas homogènes, comme la partie doit l'être au Tout, qui n'en est que l'agrégat. Il n'y a point de proportion entre l'instant & le tems; celui-là est à celui-ci comme le point à la ligne.

VIII. Au fond c'est là un attribut commun à toute quantité, de n'avoir point d'*élémens composans*; car elle n'est rien de réel; elle n'est que l'*amas*, la *somme* de plusieurs Êtres réels, qu'on *unit en idée*; elle ne doit son origine qu'à une opération mentale de celui qui *prend arbitrairement* pour unité, pour élément, quelque parcelle de l'étendue ou de la durée, qui n'est ni unité, ni élément. Mais si, pour avoir des unités capables de donner par leur composition une quantité, on est obligé de les *prendre*, c. à d. de les supposer, il est clair, que la nature ne les a pas données. Aussi sait-on que nulle quantité n'est intelligible, ni ne peut exister, par elle-même, & sans quelque chose dont elle soit la quantité. L'étendue est toujours l'étendue de quelque chose, & la durée n'a lieu que dans les choses qui durent.

IX. Cependant on se représente l'une & l'autre, si non comme l'idée d'un Être absolu & réel, que l'on pût comprendre & expliquer distinctement, au moins comme une image sensible & conçue confusément. Il faut donc qu'il y ait quelque chose de réel, dont la représentation confuse fasse naître cette image, ce phénomene. Et ces Êtres réels sont les élémens, non pas *composant*, par l'addition de l'un à l'autre, l'étendue & la durée; mais *effectuant* ce qui, selon notre façon de penser, est représenté comme étendu & durable.

X. Tout ce qui n'est pas simple, admet une décomposition en parties dont il est composé; & ce qui n'est pas primitif, admet une résolution en son primitif d'où il dérive. Ces parties & ces primitifs sont les élémens: les premiers les *élémens composans*, parce qu'étant homogenes au Tout, ce

n'a qu'à les joindre l'un à l'autre pour avoir le composé; tels sont les grains qui remplissent un minot, les écus qui font un capital. Les autres sont les *élémens effectuans*, parce que les dérivatifs en sont des effets hétérogenes, au moins en apparence, & qu'ils offrent des idées différentes de celle du primitif; telles sont les simples vibrations de l'air, & la perception du son; la tendance de l'ame au plus-outre, jointe à la représentation d'un objet qui la satisfait, & le désir; telle est aussi la représentation d'une multitude de choses dont l'une est hors de l'autre, & l'espace étendu. La connoissance de ces élémens est nécessaire pour comprendre complettement & parfaitement le composé & le dérivatif. Il faut donc que tout ce qui n'est pas simple ou primitif, ait des élémens; sans quoi il seroit de nature à n'admettre point d'idée complete: mais ce qui, *par sa nature*, n'en admet point, n'est pas du nombre des Êtres possibles. Par conséquent la durée & l'étendue doivent pareillement se résoudre en élémens simples: mais comme leur divisibilité infinie n'admet point d'élémens *composans*, il faut que ces images naissent d'élémens *effectuans*.

Ces deux especes d'élémens sont de nature bien différente; les uns n'étant que les principes des quantités & les autres étant les principes des qualités, ou de ce qu'il y a de réel dans les choses. Leur recherche exige donc des méthodes différentes, que Leibnitz a bien su distinguer. La division feroit connoître les élémens composans de l'étendue & de la durée, ceux dont l'addition de l'un à l'autre donneroit l'étendu & le durable, si cette division menoit jusqu'aux premiers indivisibles: la résolution des notions mene à des notions simples, qui sont les élémens effectuans des images de l'étendu & du durable, ou bien les élémens dont la représentation confuse fait naître ces images.

Comme l'une & l'autre de ces représentations renferment une multitude d'objets, il faut qu'il y ait des objets simples coëxistans qui, étant représentés tous à la fois, sans qu'on les distingue & qu'on s'apperçoive de chacun à part, forment une représentation confuse de l'Entier; représentation qui ne convient à aucun de ces objets représentés à part, & qui naît, non pas tant des Êtres mêmes, que plutôt de la confusion qu'excite en nous leur multitude. Pareillement

l'image de la durée doit naître de la représentation d'une multitude de modifications qui s'entresuivent, mais dont celles qui sont trop petites & trop subites, n'étant pas perceptibles, excitent l'image de quelque chose qui dure, pendant que les variations apperçues se succedent les unes aux autres.

XI. L'image de l'étendue se trouve exprimée dans la matiere, & c'est en voyant des corps que nous la formons. Nous y concevons des parties jointes immédiatement pour faire un continu. Mais, en examinant ces parties, nous trouvons que nous nous sommes trompés, & qu'il n'y a rien dans la nature qui soit indivisible pour être une premiere partie, & qui ait en même tems deux ou plusieurs extrémités par lesquelles cette premiere partie puisse en toucher d'autres. On comprend donc que c'est une illusion, qui consiste, non pas en ce qu'il n'y a rien de réel, mais en ce que nous ne pouvons nous représenter ce qu'il y a de réel que d'une maniere très confuse.

XII. L'image du tems est exprimée dans le mouvement; car c'est une suite continue de variations, & nous formons pareillement cette image par l'observation des changemens qui arrivent aux corps. Mais tous les changemens qui arrivent aux corps se font par le mouvement, qui doit être continu & sans interruption. Il n'y a donc rien qui ne soit varié à chaque moment, quoique nous ne nous en appercevions pas; ce seroit une erreur de croire qu'il y a quelque chose de constant dans les objets observables par les sens; dont chaque modification n'est qu'instantanée.

XIII. Ayant vu que ni l'étendue ni la durée n'ont des élémens composans dont elles soient la somme; mais qu'il y a des élémens effectuans qui produisent le phénomene; des Êtres réels, dont une multitude représentée à la fois confond nos idées & fait naître une image illusoire; nous ne devons pas nous étonner que les images sensibles n'expriment pas fidelement & exactement ce qui est réel & vrai dans les choses mêmes, & que le phénomene soit très différent des notions dont il résulte.

Car premierement les réalités simples, les élémens des substances composées, ne sont nullement l'objet des sens. Pouvons-nous prétendre

voir

voir l'invisible? & réciproquement, ce que nous voyons, peut-il être l'invisible même?

Ensuite ces images dépendent non seulement de l'action que les objets exercent sur nos organes, mais encore de la receptivité de ceux-ci. L'action de l'objet & la receptivité de l'organe étant variables, la représentation doit l'être aussi. Si tout un volume d'air donne sur l'oreille, nous sentons le choc du vent: le même air, décomposé en petites parcelles oscillantes, fait sentir le son. L'organe est le même, mais l'action diverse de l'objet fait naître les différentes sensations. Les rayons du Soleil donnant sur la peau, excitent la sensation de la chaleur: dans l'œil celle de la lumiere. Ici l'objet est le même, mais il exerce son action sur divers organes. Cette différence est plus sensible encore, quand la façon d'agir & l'organe varient à la fois, l'objet étant le même. Qu'on suppose un homme qui, sans avoir aucune idée de la Musique, entende jouer de la flûte, mais les yeux bandés; qu'après cela on lui fasse toucher cette flûte, & qu'enfin on lui ôte le bandeau pour la voir; croira-t-il que c'est la même chose, le même objet, qu'il s'est représenté sous ces différentes images comme sonore, palpable, & visible? La différence de nos perceptions sensibles dépend du rapport entre l'action de l'objet & la receptivité de l'organe.

Pour faire cesser tout étonnement sur les illusions des images, & sur la différence entre les perceptions que les sons fournissent, & les idées analysées, on n'a qu'à se souvenir que toutes les images ou perceptions sensibles, dont les Savans ont réussi à découvrir la cause naturelle, ne ressemblent nullement à ce qu'elles contiennent de vrai & de réel. Quelle ressemblance y a-t-il entre les vibrations de l'air & la perception du son? entre le nombre des oscillations & les intervalles de musique? Cependant les expériences physiques qui nous ont instruits des opérations de la Nature, sont des perceptions sensibles, aussi bien que leurs effets, les sons & les intervalles des tons; elles sont seulement un peu plus raffinées & plus développées. Si un peu plus de détail & de distinction peut déja les faire paroître si différentes, doit-on penser qu'il y aura de la ressemblance entre la vérité

dévoilée par l'analyse des notions, & la perception des sens, ou les images qu'elles nous présentent?

Ceci suffit pour nous convaincre que l'image doit absolument s'évanouir quand on analyse les idées, & que nous ne pouvons pas manquer d'être trompés sur la nature des choses tant que nous ne nous en rapportons qu'aux phénomenes. Conviendroit-il de croire que nous y pourrions être à l'abri de l'erreur, & démêler ce mélange confus d'une multitude d'idées qui entrent dans toute perception sensible, & qui les fait dégénérer en une image illusoire; cette prévention nous conviendroit-elle à nous qui ne pouvons pas seulement démêler le bleu & le jaune, ni expliquer comment l'image illusoire du verd naît de leur mélange, tout simple qu'il est?

Concluons: Que quand il est question des objets que nous nous représentons sous quelque image, il ne faut pas s'en tenir à cette image, si l'on veut savoir ce que les choses sont, mais qu'il faut chercher la réponse dans ce que l'objet a de réel, & non pas se contenter de ce qu'il paroît être; qu'ensuite, pour trouver le réel, il faut analyser les notions, puisque des prémisses illusoires fourniroient des conclusions fausses.

XIV. A l'aide de ces principes que j'ai cru devoir rappeller, parce qu'il est si aisé de les perdre de vue, & que quelquefois la monadologie est prise pour un dogme opposé à la divisibilité infinie de la matiere, je tâcherai de répondre à quelques questions qui peuvent naître sur l'étendue & sur la durée.

1. *Quelles sont les bornes qui limitent le tems?*

Nous concevons le tems comme une continuité des variations successives que nous voyons. Nous en prenons arbitrairement quelques-unes pour l'unité dont un nombre déterminé fixe le commencement & la fin du tems. Mais ce que nous prenons pour unité ne l'est pas à la rigueur; il est sous-divisible, & là où il y a des 1, il y aussi des 0,1; 0,01 &c. à l'infini; d'ailleurs, au nombre de ces unités, dont on compose le période, on peut toujours en ajoûter d'autres, tant au point où nous l'avons commencé, qu'à l'autre où nous le finissons. Comme tout cela dépend de notre volonté, il

est clair que tant que nous ne considérons que le nombre des unités prises pour parties du période, ou leur durée ressemblante à une ligne, on peut ajoûter & diminuer à l'infini, sans trouver de bornes.

Il faut donc abandonner cette image du tems, & consulter, non pas l'étendue, la quantité, mais ce qu'il y a de réel, pour voir s'il s'y trouve des bornes. Ces élémens réels sont les modifications successives dont chacune n'est que momentanée, mais qui supposent des substances agissantes dont elles sont les effets. Donc, tant qu'il y a des effets successifs, il y a du tems; & aussi longtems qu'il y a des substances agissantes essentiellement, il y a des effets. Il ne faut donc pas chercher les bornes du tems par la mesure de l'étendu, du phénomene, mais par l'analyse des notions, qui fait connoître le réel, les simples élémens dont la représentation produit l'étendue du tems; & ces bornes gisent, non pas dans les notions géométriques de l'étendue, ou dans les notions arithmétiques du nombre, mais dans les notions métaphysiques des substances, des actions; ou, ce qui revient au même, de l'existence.

2. *Un tems infini peut-il avoir lieu, ou faut-il que tout tems soit fini?*

Il s'agit ici de l'infini en sens mathématique, qui regarde la quantité, & qui exprime une multitude de successions sans premier & sans dernier, où l'on ne fait pas attention aux qualités. J'ai déja dit que pour répondre à ces questions il faut consulter les notions, & non pas mesurer l'étendue ni compter les momens. Or les notions nous ramenent aux substances contingentes, & celles-ci à une substance nécessaire, qui ne peut être qu'infinie en sens philosophique, c. à d. dont la réalité ne peut nullement être bornée. Mais les effets de sa réalité, (de sa tendance,) sont les substances contingentes; quel principe a-t-on pour conclure que l'effet soit borné, lorsque la cause ne l'est pas? Or ces substances étant essentiellement agissantes, il faut qu'il y ait eu des effets de leurs tendances, des modifications, dès qu'elles ont existé; & chaque modification n'étant que momentanée, leur succession doit former une suite, qui est le tems; lequel par conséquent ne sauroit admettre des bornes, sans borner l'existence des substances

contingentes; ce qui borneroit en même tems l'effet, la tendance, la réalité même de la substance nécessaire.

3. *Mais, dira-t-on, le tems fini étant un nombre déterminé d'événemens successifs, le tems infini doit être un nombre d'événemens infini: & l'on sait qu'un nombre infini est impossible.*

Je réponds qu'il ne s'agit pas de nombres, mais de notions, de réalités. La question, si leur multitude est assignable & exprimable par quelque nombre, ou si elle est innombrable, doit être décidée, non pas par la notion abstraite du nombre, qui n'est rien de réel, mais par les notions réelles dont la multitude détermine le nombre. *Numerus pendet a numerato.* Il faut donc examiner ces notions, & voir si elles admettent un nombre, ou si elles n'en admettent point. Mais ces notions se résolvent enfin en celle d'une substance nécessaire & infinie, dont la réalité n'admet rien qui la termine, ni nombre, ni figure.

D'ailleurs une multitude infinie ne peut pas être impossible, car elle se trouve dans les parties de la matiere divisible à l'infini, comme dans celles du tems.

4. *Si le tems n'est que la succession des modifications momentanées, n'y a-t-il rien de durable?*

De tout ce qui est observable, de tout ce qui fait l'objet des sens, rien ne dure; la foiblesse de nos organes ne nous permet pas de nous appercevoir des variations trop petites & trop subites; cela fait que nous prenons par erreur pour durable ce qui a passé par une infinité de variations imperceptibles. C'est un corollaire de la loi de continuité, & de la divisibilité à l'infini.

Mais ces variations sont des effets; donc elles supposent des tendances qui les effectuent, c. à d. des substances. Et comme les effets continuent d'être produits, il faut que la tendance qui les produit dure, & coëxiste à chaque instant où elle agit. C'est donc la force, la substance simple, qui dure & ce qui y est *durée*, relativement à la substance, entant que celle-ci

demeure ce qu'elle est, devient *tems* par rapport aux modifications, entant qu'elles ne demeurent point ce qu'elles sont. Or les substances simples ne sont pas des objets des sens; & leurs effets qui sont observables ne sont pas durables. Le mouvement exprime le tems; mais le corps n'est pas au delà d'un instant dans la même situation: c'est la tendance à aller plus loin qui dure, & qui coëxiste aux changemens par lesquels le corps passe. C'est aussi pourquoi les parties qui composent le mouvement, naissant & périssant l'une après l'autre, & n'existant jamais ensemble, le mouvement ne peut pas être pris pour *l'ÉTAT du corps mû* opposé à *l'ÉTAT du corps en repos*. Car l'état est la somme de toutes les déterminations variables simultanées; & dans le mouvement, où elles s'entresuivent, la somme n'existe pas. Ce ne seroit donc qu'un état instantané; mais, dans l'instant indivisible, il n'y a point de différence entre le corps mû & le corps en repos. Cependant on peut considérer des parties dans la durée de cette tendance, (quoiqu'elle n'en ait point qui soient discernables les unes des autres) en considérant un nombre déterminé de variations successives qu'elle a produites, & auxquelles par conséquent elle a coëxisté.

5. *Si les substances sont durables, leur durée est-elle limitée? & quelles en sont les bornes?*

Les substances contingentes sont les effets immédiats de la substance nécessaire. Donc l'existence de celles-là, n'a d'autres bornes que l'action de celle-ci. Mais l'action de la substance nécessaire ne pouvant avoir ni commencement, ni fin; l'effet de cette action, l'existence des substances contingentes, n'en peut pas avoir non plus.

6. *Quelles sont les bornes de l'étendue?*

L'étendue est la représentation confuse d'une multitude d'objets coëxistans, dont chacun est différent de l'autre. Il faut donc, pour juger des bornes de l'étendue comme de celles du tems, s'en tenir non pas à l'image de l'étendue, mais aux élémens réels, dont la représentation confuse donne l'origine à cette image: d'où il s'ensuit que les bornes de l'étendue ne sont pas géométriques, dépendantes de la quantité & de la mesure, mais mé-

taphysiques, dépendantes des élémens réels qui causent le phénomene, lequel aura lieu toujours & partout où il y aura des substances représentables & des Êtres dont la façon de se les représenter est semblable à la nôtre: ce phénomene cessera ou sera terminé là où il n'y aura plus rien qui puisse être représenté.

7. *Une étendue infinie peut-elle avoir lieu?*

Pour répondre à cette question il faut encore consulter, non la notion géométrique de l'étendue, mais les élémens réels qui font naître l'image de l'étendu. Si donc on prend pour infinité l'amas de tous les Êtres réels possibles & compossibles, on ne peut pas disconvenir qu'ils ne puissent, & même qu'ils ne doivent exister. Si la représentation confuse d'une multitude de substances, dont l'une est hors de l'autre, fait naître le phénomene de l'étendue, il faut dire que des Êtres tels que nous sommes, trouveront à l'infini des choses qu'ils peuvent se représenter comme étendue. Et si, n'avoir pour bornes que la possibilité & la compossibilité, est autant que n'être pas borné, il faut pareillement avouer que l'étendue infinie peut & doit avoir lieu; le nier, ce seroit borner la cause efficiente.

8. *Quelle doit donc être l'étendue de l'Univers?*

L'Univers étant la somme de toutes les substances, & celles-ci étant les effets d'une force infinie, il n'y peut rien manquer de tout ce qui est possible, & dont l'existence de l'un n'exclut pas celle de l'autre. Supposer que des substances puissent exister, & qu'elles n'existassent pas, ou pour parler d'après l'image, supposer que les frontieres de l'Univers ne fussent pas étendues jusqu'où elles pourroient l'être, c'est supposer un vuide d'effets, donc un vuide de force, donc une force créatrice finie, & insuffisante pour effectuer tout le possible.

9. *De quels Êtres l'étendue est-elle l'attribut?*

Cela dépend de l'idée qu'on se fait de l'étendue.

Si l'on prend l'étendu pour ce qui a des parties différentes & les unes hors des autres, & que l'on conçoive cet amas de parties comme *Un* Être, l'étendu ne sera l'attribut que du composé. Mais alors il faut aussi avouer

que l'*Unité* d'un tel Être n'eſt pas réelle ni vraie; qu'elle n'eſt que ſuppoſée, & qu'elle n'a lieu que dans l'entendement de celui qui ſe repréſente la multitude comme Unité. L'unité, en ſens rigoureux, ne peut pas ſe trouver dans le composé, qui eſt un aggrégat. Cependant en concevant cet aggrégat comme *Un* Être, on dit que l'étendu eſt préſent à pluſieurs parties de l'eſpace, donc à pluſieurs Êtres qui exiſtent l'un hors de l'autre. Mais on voit que ce n'eſt que parler hypothétiquement de la préſence de pluſieurs Êtres différens; car, lorſqu'on s'exprime ainſi, on conſidere le composé, le corps, comme *Un*, ce que la matiere n'eſt pas. Dans chaque partie de l'eſpace où l'on conçoit un corps étendu, il ne peut exiſter qu'une ſeule partie de ce corps, & cette partie eſt différente de toutes les autres; ce n'eſt donc nulle part *la même* choſe qui s'étend ſur différens points de l'eſpace, & qui eſt préſente à pluſieurs êtres conçus l'un hors de l'autre.

Mais dans le corps mû la force eſt répandue par tout le corps & préſente à toutes ſes parties. Et comme elle n'eſt pas matérielle, ni composée, ainſi que la matiere, de différentes parties, il faut dire que, dans le ſens rigoureux, l'étendue eſt l'attribut du ſimple, qui eſt le même partout où il eſt préſent, c. à d. où il agit; & que l'étendue de ce qui eſt matériel n'eſt qu'imaginaire. Un exemple de l'étendue, dans le ſens rigoureux c'eſt la préſence de l'ame à tout le corps; l'ame ſent la choſe contre laquelle le pied heurte, & voit que c'eſt une pierre.

Cette idée de l'étendue eſt fondée ſur les notions diſtinctes, elle eſt donc réelle; l'autre n'étoit fondée que ſur le phénomene, elle n'eſt donc qu'illuſoire. Donc: la matiere paroît être étendue, & ne l'eſt pas; les ſimples paroiſſent n'être pas étendus, & le ſont réellement.

ARSALUN-BAKSCHI ET *SUWUDANGINA*,

Romance Tunguse.

PAR MR. FORMEY.

Ce morceau est tiré du Voyage de M. *Georgi*, dans les diverses Pro-
„vinces de l'Empire Russe. La Relation de ce voyage est une des
„plus intéressantes qui ayent paru. L'Auteur avoit été choisi pour accom-
„pagner M. le Professeur *Falck*, Membre de l'Académie Impériale, dont la
„santé étoit déjà fort dérangée, & qu'une funeste hypocondrie a conduit à
„une mort tragique. En s'acquittant des devoirs d'un fidele Associé, M.
„*Georgi* a su se ménager du tems pour faire lui-même plusieurs Observa-
„tions, dont il a formé un Recueil qu'il a présenté à l'Académie Impériale,
„par l'ordre de laquelle on l'a imprimé. Ce Volume, qui m'a été envoyé
„depuis peu, est un *in quarto* d'environ d'environ mille pages. Les objets
„particuliers de l'attention de M. *Georgi* ont été la Géographie minéralogi-
„que, & la connoissance des Nations Asiatiques soumises à la domination
„Russe. Il est entré dans des détails très intéressans. Sa Relation des
„Tunguses est une des plus circonstanciées. Cette Nation qui se donne à
„elle-même le nom d'*Oewen*, ou *Oewenki*, habite les forêts & les mon-
„tagnes désertes qui s'étendent depuis le bas du Jenisei jusqu'à la Lena & de
„celle-ci le long de la ~~partie septentrionale du Baikal,~~ de la Daurie, & fort
„avant dans la Mungalie Orientale, au dedans & autour du l'Amur, jusqu'à
„la Mer Tunguse & au Golphe Persique. Dans toutes ces contrées ils sont
„entourés d'autres peuples, avec lesquels ils ne se confondent point. Les
„conquêtes des Russes ne les ont point déplacés; quelques-unes seulement
„de leurs tribus ont changé de domicile.

„Notre

„Notre dessein n'est pas d'extraire ce que M. *Georgi* rapporte de leurs „mœurs & de leurs usages, de leur langue, de leurs habillemens, de leurs „cérémonies & de leur culte: nous n'indiquerons que leurs Chansons, ou „Cantiques, qui ont tous les caracteres de la plus haute antiquité. Ils rou„lent sur l'amour, sur la chasse, sur les Rennes, sur les contrées riantes, sur „les exploits de leurs Ancêtres, & quelquefois aussi sur des merveilles & des „prodiges dans le goût de ceux de la féerie. Ces Chansons sont fort lon„gues; & tantôt ils les chantent, tantôt ils se contentent de les réciter, sans „doute avec quelque espece de rhythme: ce qui les fait ressembler à nos „Romances, & m'a engagé à intituler ainsi celle que je vais lire. Comme „c'est une Traduction d'une Traduction, dans laquelle M. *Georgi* lui-même „croit que le génie de l'original n'a pas été trop bien conservé, nous ne „l'avons jugée digne d'attention que par la conformité de divers traits qui „s'y trouvent avec ceux qui sont répandus dans *Homere*, dans l'ancienne „Mythologie, & même dans l'Écriture sainte. Il se pourroit, suivant la „conjecture du docte Voyageur, que les Tunguses eussent emprunté cette „Piece des Mongules, soit parce qu'elle est trop chargée d'ornemens poéti„ques, qui ne s'accordent pas avec leur simplicité ordinaire, soit surtout „parce que les noms des principaux personnages sont dérivés de la Langue „Mongule. Il suffit que les Tunguses ayent adopté cette Romance, & que „ce soit une de celles qu'ils récitent ou chantent le plus souvent & avec le „plus de plaisir. On y trouve une fécondité d'imagination & une pompe „de style qui prouve que les richesses naturelles l'emportent pour l'ordinaire „sur celles de l'art."

* * *

DANS un certain Empire vivoit le Prince *Dolodaï* (*): il avoit deux mille esclaves, & résidoit dans une Ville environnée d'une triple muraille, la premiere extérieure de bois, celle du milieu de pierre, & l'intérieure de fer. A la porte de son Palais il y avoit une colonne d'acier, à laquelle il attachoit son cheval de parade.

(*) *Prince des Montagnes*, en Langue Mongule.

Dolodaï étoit pere de sept Princesses, dont la cadette *Suwudangina* joignoit à la jeunesse toutes les graces de la beauté. Chacune de ces Princesses avoit une suivante & un char d'or pour se promener. Leur promenade la plus ordinaire étoit dans un lieu fort élevé & très agréable.

Un jour qu'elles s'y divertissoient, l'oiseau *Nogoi* fondit à l'improviste sur elles & les enleva si rapidement que leurs suivantes ne purent appercevoir ce qui se passoit. *Suwudangina* seule, par son habileté, échappa au ravisseur. Elle se transforma en un Aigle, & revint chez son pere, sans que *Nogoi* pût la découvrir, parce qu'elle épaissit les nuages.

Elle alla se percher sur la colonne d'acier à laquelle le cheval de parade étoit attaché. Celui-ci en fut si effarouché qu'il se mit à hennir d'une telle force que plusieurs édifices de la ville s'écroulerent, & quantité de gens en perdirent l'esprit.

Le Prince prit son sabre & vouloit massacrer l'Aigle, qui lui dit d'une voix humaine: Arrête, Prince, & suspens tes coups; car j'ai quelque chose à te dire. Le Prince, fort surpris d'entendre un Aigle articuler des paroles, lui dit: Parle. L'Aigle reprit: Tu avois sept filles, & tu n'en as plus. L'effroi empêcha le Prince de répliquer tout de suite; mais s'étant un peu remis, il appella les suivantes: Holà, vous qui aviez la garde de mes filles, où sont-elles? Nous nous promenions, répondirent-elles, ensemble dans d'agréables bocages, & nous ne pensions qu'à nous égayer, lorsqu'un tourbillon subit est survenu, & les Princesses ont disparu, sans que nous sachions ce qu'elles sont devenues. A l'ouïe de ces mots, le Prince furieux vouloit leur fendre la tête.

Ta colere est inutile, mon Prince, dit l'Aigle; quand tu aurois été présent, tu n'aurois pu délivrer tes filles. C'est *Karatkakan Nojen*, homme grand & puissant, qui est venu à tire-d'aîles de l'Occident, & qui les a enlevées. Il joint à une haute sagesse la possession d'un cheval noirâtre, qui devance à la course les nuées & le vent. Moi, l'Aigle que tu vois, & qui suis ta fille *Suwudangina*, j'ai eu l'habileté d'échapper,

& de m'envoler ici, pour savoir de toi, si tu peux me délivrer de ses poursuites, car j'ai une répugnance invincible à l'épouser, ou si tu connois quelque autre homme assez puissant pour le combattre. Je suis vieux, dit le pere; sans mon âge, je ne craindrois pas de me mesurer avec *Karatkakan Nojen*. Mais j'ai entendu parler d'un Héros qui demeure au Midi, & qui se nomme *Kuludai*. Il y a si loin d'ici chez lui, qu'un oiseau ne peut parcourir cet espace qu'en trois ans, & le meilleur coursier en dix. Je sais aussi qui est *Kuludai*, reprit l'Aigle; mais il n'est pas à comparer à *Karatkakan;* ne sais-tu point de Héros plus distingué? A l'Orient, répliqua le Vieillard, il y en a un très renommé qui s'appelle *Arsalun-Bakschi* (*). Son cheval *Schaman Tschagaja* sait ce qui se passe dans tous les pays; avec cela il est plus léger qu'un oiseau, ou même que le vent. Mais il y a si loin d'ici chez *Arsalun*, que ni oiseau, ni cheval ne peuvent y arriver. C'est aussi ce que j'ai ouï dire, répondit la fille, (mais je n'en tenterai pas moins l'avanture.) Là-dessus elle demanda des provisions pour le voyage à son pere, qui fit tuer huit chameaux & les donna à l'Aigle.

Elle prit son vol tantôt au dessous des nuées, tantôt à travers, & vola sept ans de suite sans se reposer. Quand la terre lui paroissoit blanche, elle supposoit que c'étoit l'hyver, & lorsqu'elle se montroit noire, elle croyoit être en été. Tout en volant, *Suwudangina* découvrit un Palais magnifique, à la droite duquel il y avoit une colonne d'acier, & à cette colonne étoient attachés sept (**) chevaux jaunâtres. La selle de chacun de ces chevaux étoit couverte d'une peau de lynx. A droite du Palais il y avoit une colonne de chêne, à laquelle étoient attachés sept chevaux couleur de renard sellés. Leurs crins étoient d'argent, leurs fers d'acier, la selle & le mors d'argent. Sur chacun de ces chevaux étoit un habillement fait de peaux de renard. Elle se métamorphosa en un

(*) *Le Maître des Lions*, en Langue Mongule.

(**) Le fréquent usage du nombre de sept est remarquable.

paquet de laine, & s'étant posée dans cet état sur le toit, elle regarda dans l'intérieur du Palais. Elle y vit un feu allumé, & à droite sept jeunes hommes assis. Chacun d'eux étoit occupé à faire une flèche. A droite du feu, sept jeunes filles travailloient à un habillement de peau, enrichi de sept broderies d'argent différentes. Les jeunes hommes donnerent leurs flèches aux jeunes filles, & leur demanderent, si elles avoient jamais vu quelqu'un qui en sût faire de mieux travaillées. Elles sont belles, répondirent-elles; mais *Arsalun-Bakschi*, qui demeure à l'Orient, est si habile & si fort, qu'un de ses doits surpasse toute l'adresse & la force des vôtres. Sur cela les jeunes gens briserent leurs flèches & les jetterent au feu. Quand les sept filles eurent achevé l'habit, elles demanderent aux jeunes gens s'ils avoient jamais vu des filles plus aimables, plus habiles & plus adroites? Les jeunes hommes répondirent: Vous êtes sans doute très aimables, très habiles & très adroites; mais le Prince *Dolodaï* a sept filles, dont la cadette *Suwudangina* l'emporte tellement sur vous en beauté, en habileté & en adresse, que vous ne valez pas toutes ensemble l'ongle d'un de ses doits. Là-dessus les jeunes filles jetterent au feu l'habit qu'elles avoient fait.

Après avoir entendu cette conversation, *Suwudangina* reprit la forme d'Aigle & s'envola. Au bout d'un an, elle s'apperçut d'un tremblement de terre, & quand elle s'approcha de la terre, elle apprit qu'*Arsalun-Bakschi* faisoit des flèches. Elle vola vers l'endroit où l'air retentissoit du bruit de son travail, & elle découvrit une éminence semblable à une montagne, qui étoit couverte d'herbes d'argent, dont les fleurs étoient d'or; de chaque côté de cette éminence étoit un lac, qui au lieu d'eau étoit plein de lait. Au dessus de l'éminence même étoit un Palais magnifique, dont les murs étoient d'argent & le toit d'or. Dans ce Palais étoit assis un homme, qui étoit sur le point d'achever une flèche, & qui prioit les Dieux de lui faire présent pour garnir cette flèche d'une plume, qui l'empêchât de craindre jamais aucun ennemi, & de manquer aucune bête féroce. L'Aigle, à l'ouïe de ces paroles, se tira une plume de l'aîle droite & la laissa tom-

ber près d'*Arsalun*. Il la prit, en admira la grandeur, & l'attacha à sa flèche, souhaitant d'en avoir une pareille qui fût de l'aîle gauche. En faisant ce souhait, il leva les yeux & apperçut l'Aigle. Qui es-tu, grand oiseau, lui dit-il? Tu me fais cette question, répondit l'Aigle, avant que de t'être fait connoître toi-même. Je suis *Arsalun-Bakschi*, répliqua-t-il? — Et pourquoi, si tu es *Arsalun*, fais-tu jour & nuit des flèches? — Parce que je médite une expédition vers l'Occident. Là vit le Prince *Dolodai*, qui a sept filles dont je veux épouser la cadette. — Je suis cette fille cadette de *Dolodai*, *Sunyudanggina*. — Quoi! c'est toi? approche donc de moi. — Il faut que tu me prouves auparavant que tu es *Arsalun-Bakschi*. Je volerai par dessus neuf collines, & je planterai une plume sur la dixieme. Il faut que ta flèche passe par dessus les neuf collines, vienne fendre la plume sur la dixieme, & qu'ensuite elle passe encore sur cinq collines & s'arrête sur la sixieme. L'Oiseau alla placer la plume, & *Arsalun* prit son arc. La flèche passa sur neuf collines, fendit la plume qui étoit sur la dixieme, traversa ensuite l'espace qui régnoit au dessus de cinq collines, & se planta sur la sixieme, d'où l'Aigle la détacha, & la porta en volant au Héros.

Après cela l'Aigle se métamorphosa en une jolie suivante, s'assit auprès du Héros, s'entretint avec lui & partagea son lit. Quand ils se leverent le lendemain, le cheval favori d'*Arsalun* vint & lui demanda: Qui est-ce que mon Maître a eu auprès de lui? — C'est une belle fille que j'ai prise pour épouse. — Ce n'est pas une épouse que tu as prise, répliqua le sage cheval; c'est un danger auquel tu t'es exposé; & si tu veux conserver la vie, il faut que tu affermisses ton Palais avec douze chaînes de fer, & que tu t'armes de pied en cap. Quand tu entendras du côté de l'Occident un bruit comme de grêle qui tombe, d'abord grosse comme des brebis, ensuite comme des chameaux, demeure renfermé chez toi; car c'est le Héros *Karatkakan* qui vient t'attaquer. Il voudra renverser ta demeure, & te dira des injures; mais ne répons point & ne sors point du logis. S'il t'arrive de sortir, tu ne reverras plus ton

épouse. Le cheval retourna là-dessus au pâturage, & *Arsalun* suivit exactement tous ses conseils, demeurant assis dans son Palais.

Bientôt il s'apperçut d'un tremblement de terre, & entendit du bruit. Il grêla; les premiers grains ne furent pas moins gros que des brebis, & les suivans comme des chameaux; avec cela le tourbillon étoit si fort que dix des chaînes qui affermissoient le Palais, se rompirent. Le Héros survint ensuite; & frappa le Palais d'abord à coups de fouet, puis avec la pointe de sa lance. Il crioit en même tems: Es-tu *Arsalun-Bakschi*, dont tout l'Univers vante le courage, & qui passe pour invincible? Te voilà donc assis comme un lâche dans le giron d'une femme? Va, je te regarde comme l'homme le plus méprisable qu'il y ait sous le Soleil. Ne fais-tu aucune attention à ma formidable présence?

Arsalun ne put se contenir davantage; il prit son glaive, & sortit de chez lui. N'ayant vu personne, il rentra; mais son épouse n'y étoit plus. Il appella son prudent cheval, se mit tout armé dessus & partit au galop. Comme le cheval n'alloit pas encore assez vîte à son gré, il le battit, de sorte qu'il fendoit l'air, passant par dessus les sommets des arbres, & quelquefois tout près des nues. *Arsalun* apperçut un Aigle qui tenoit sa Princesse dans ses serres: il lui décocha sa flèche qui traversa l'oiseau depuis la tête jusqu'à la queue. La Princesse lui échappa & tomba sur la terre; mais l'Aigle eut à peine touché la terre (*) que ses deux moitiés se joignirent, & il reprit son vol avec sa proie. Il fut atteint d'une seconde flèche, qui lui abattit l'aîle droite qu'il se rattacha tout de suite; & son art magique le préserva de même de plusieurs blessures qu'il reçut encore. *Arsalun-Bakschi* le poursuivit pendant trois années; & à la quatrieme il parvint au domicile de l'Aigle. C'étoit une ville entourée de trois murailles, l'intérieur de pierre, celle du milieu de fer & l'extérieure d'acier. L'Aigle fit d'abord fermer les portes & y posa des gardes. *Arsalun* prit la flèche où étoit la plume de la Princesse, & lui dit: Ma

(*) Allusion à la Fable d'*Antée*.

flèche, n'es-tu pas faite pour combattre mes ennemis? Aide-moi. Il la décocha & renversa les trois murailles & toute l'habitation.

Karatkakan sortit de la ville sur son meilleur cheval, & dit: *Arsalun-Bakschi*, va-t-en en paix, si tu veux demeurer en vie; car ce n'est pas toi qui es le premier Amant; c'est moi qui le suis. J'ai transporté dans ma demeure sept Princesses que je destine à être mes épouses. L'une m'est échappée à la vérité: cependant elle est à moi, & non à toi. *Arsalun* répondit: tant que j'aurai des pieds, des mains & de la vie, je n'en démordrai pas. Quand je serai privé de tout cela, tu pourras posséder ma Princesse. Je veux en venir aux prises avec toi. Soit, répliqua *Karatkakan*, mais plaçons-nous sur un rocher escarpé, au bord de la mer, si élevé, si glissant & si étroit, que chacun de nous n'y puisse poser qu'un pied. Ils se placerent tous deux sur leurs meilleurs chevaux, & arriverent au champ de bataille.

Karatkakan se transforma en un cerf, & *Arsalun* en une chevre sauvage. Le combat fut violent. Le cerf avoit la supériorité de la force; mais, quand il tomboit, il rouloit jusqu'au fond du précipice; au lieu que la chevre s'accrochoit aux pointes du rocher. Après trois jours ils augmenterent leurs forces: le cerf devint un élan, & la chevre un sanglier. Ce nouveau combat dura encore trois jours. Là-dessus les combattans reprirent la figure humaine, & se transporterent dans une plaine, où ils étoient à cheval. Ils rompirent d'abord leurs lances; ils tirerent ensuite leurs épées; mais comme elles se briserent, ils se servirent de leurs fouets. Ceux-ci s'étant aussi mis en pieces, ils descendirent de cheval & combattirent sans armes. Le combat dura trois ans, sans que l'un pût venir à bout de tuer l'autre.

A la fin les chevaux s'en mêlerent. Celui d'*Arsalun* dit: Mon Maître ne tuera jamais *Nojen*, parce qu'outre son extreme force, il est immortel: mais je sais pourtant le moyen de lui ôter la vie. Au delà de trente mers est une Ile où sa sœur veille à la conservation de sa vie.

Elle dépend d'une flèche (*), renfermée dans une cassette qu'elle tient toujours dans sa main. Je verrai s'il ne seroit pas possible d'attraper cette flèche. Le cheval de *Nojen* tint à peu près le même langage à son Maître: Je sais à quoi tient la vie d'*Arsalun*: c'est à la colonne d'acier qui est devant son Palais, & à laquelle il attache son meilleur cheval. Dans cette colonne est une scie, & dans cette scie la mort. Chaque cheval partit pour aller chercher la mort de l'ennemi de son Maître. Quand celui d'*Arsalun* eut passé les trente mers, & fut arrivé à l'Ile où demeuroit la sœur de *Nojen*, il galoppa si fortement sur cette Ile que l'habitation de cette Sœur s'écroula. Elle voulut s'arrêter aux murs: la cassette lui échappa des mains, le cheval la brisa & s'enfuit avec la flèche à la bouche. Le cheval de *Nojen* vint de son côté à bout de détruire la colonne d'*Arsalun* & revint la scie à la bouche. Comme ils couroient à l'envi pour remettre à leurs Maîtres le précieux don qu'ils leur avoient procuré, le cheval d'*Arsalun* donne une ruade si vive à celui de *Nojen* que la scie lui tomba de la bouche; le cheval d'*Arsalun* la saisit aussitôt, & la remit à son Maître avec la flèche. De cette flèche *Arsalun-Bakschi* tua *Karatkakan Nojen*; il entra dans sa ville, reprit son Épouse, s'empara de celles de *Nojen*, de ses esclaves & de ses troupeaux, & passa le reste de sa vie dans une haute réputation.

Telle est la Romance Tunguse; elle pourroit encore me fournir matière à diverses réflexions; mais j'aime mieux emprunter celles de M. *de Fontenelle*, dans un Fragment sur l'Histoire qu'on trouve dans le Tome IX de ses Oeuvres, Édit. de Paris, 1758.

„Les récits des premiers siecles du Monde doivent porter le caractere „de ce tems-là. Comme l'ignorance y étoit parfaite; la plûpart des choses

(*) Ceci ressemble au tison fatal de *Méléagre*.

„ſes étoient des prodiges. Ainſi un pere ne manquoit pas d'en remplir „les contes qu'il faiſoit à ſes enfans. Quand on dit quelque choſe de ſur-„prenant, l'imagination s'échauffe ſur ſon objet, l'aggrandit encore, & eſt „même portée à y ajoûter ce qui manqueroit pour le rendre tout à fait mer-„veilleux, comme ſi elle avoit regrèt de laiſſer une belle choſe imparfaite. „De plus on eſt flatté des ſentimens de ſurpriſe & d'admiration que l'on „cauſe à ſes auditeurs, & on eſt bien aiſe de les augmenter encore, parce „qu'il ſemble qu'il en revient un je ne ſai quoi à notre vanité: Ces deux „deux raiſons jointes enſemble font que tel homme qui n'a point envie de „mentir, en commençant un récit un peu extraordinaire, pourra ſe ſur-„prendre lui-même en menſonge ſur quelque circonſtance, s'il y prend „bien garde, & que l'on a beſoin d'une attention particuliere & d'une „eſpece d'effort pour ne dire exactement que la vérité. Que ſera-ce après „cela de ceux qui naturellement aiment à en impoſer aux autres & à in-„venter? Les premiers hommes ont donc vu bien des prodiges, parce „qu'ils étoient fort ignorans; ils les ont exagérés en les racontant, ſoit „de bonne foi, ſoit de mauvaiſe foi. . . .

„Telles étoient toutes les hiſtoires qui ſe débitoient chez les anciens „Peuples. . . . On attribue ordinairement l'origine des fables à l'ima-„gination vive des Orientaux; pour moi je l'attribue à l'ignorance des „hommes. Mettez un peuple nouveau ſous le Pole: ſes premieres hiſtoi-„res ſeront des fables; & en effet les anciennes hiſtoires du ſeptentrion „n'en ſont-elles pas toutes pleines? Je ne dis pas qu'un Soleil vif & ar-„dent ne puiſſe encore donner aux eſprits une derniere coction qui per-„fectionne la diſpoſition qu'ils ont à ſe repaître de fables, mais tous les „hommes ont pour cela des talens indépendans du Soleil. Ainſi je ne „ſuppoſe dans les hommes que ce qui leur eſt commun à tous, & ce qui „doit avoir ſon effet ſous les Zones Glaciales comme ſous la Torride.

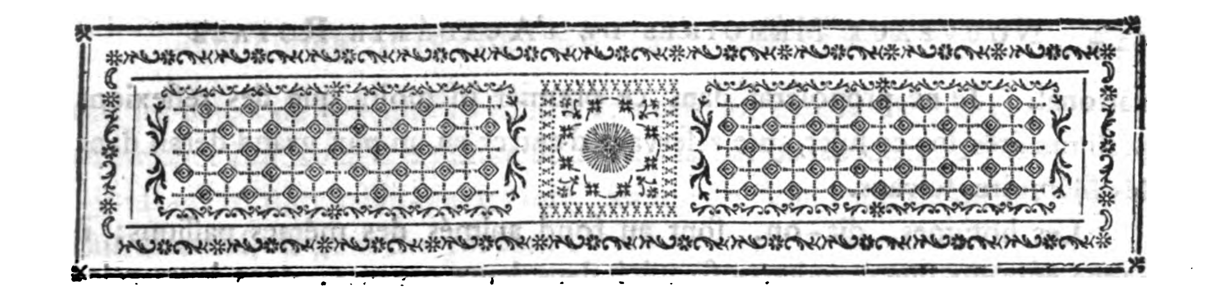
„Et même, s'il falloit pouſſer la choſe plus loin, je prouverois bien „que la même ignorance a produit à peu près les mêmes idées, & je mon-

„trerois une conformité étonnante entre les fables des Amériquains & celles des Grecs. Il se trouveroit que les Grecs, avec tout leur esprit, lorsqu'ils étoient encore un peuple nouveau, ne penserent pas plus raisonnablement que les Barbares d'Amérique; ce qui nous disposeroit à croire que les Amériquains seroient venus à penser aussi raisonnablement & aussi finement que les Grecs si on leur en avoit laissé le loisir."



NOUVEAUX
MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE
DE BELLES-LETTRES.



DU GOUT NATIONAL

CONSIDÉRÉ

dans son influence sur la traduction.

PAR M. BITAUBÉ.

PREMIER MÉMOIRE.

Il regne une contradiction assez singuliere dans la Littérature. L'on ne cesse de parler des pertes qu'un auteur souffre en passant d'une langue dans une autre, & cependant plusieurs Critiques ont avancé que la traduction étoit comme la pierre de touche des véritables beautés d'un écrivain. Si cette derniere assertion étoit juste, la premiere seroit fort exagérée, & bien loin que l'on eût à se plaindre de la traduction, elle rendroit un grand service à la Littérature; elle deviendroit le flambeau de la Critique, & mettroit sous les yeux, par une analyse aussi juste que fine, les beautés les plus éclatantes d'un ouvrage. Il est certain que la traduction rend plus palpables les défauts qui consistent en un pur clinquant; les jeux de mots ne peuvent résister à cette épreuve: mais il s'en faut beaucoup qu'elle soit, dans tous les cas, la pierre de touche des véritables beautés d'un écrivain.

Pour plus de précision, il faut considérer les modifications que le goût reçoit, & qui le rendent à plusieurs égards particulier à chaque peuple ou

national. Je ne propoferai dans ce premier Mémoire que des réflexions préliminaires fur ce fujet, me réfervant d'entrer en un plus grand détail dans les Mémoires fuivans.

Les hommes, dit-on, font au fond animés des mêmes paffions; il regne entr'eux une grande conformité dans leurs organes, dans leurs rélations, dans leurs befoins. Cela fera vrai, fi vous les environnez des mêmes objets. Mais à mefure que vous féparez les hommes, que vous les conduifez fous un autre ciel, que vous leur donnez d'autres loix, d'autres mœurs, un autre culte, le goût, s'il ne change pas totalement, fubit des modifications fouvent confidérables. Je dirois volontiers qu'il en eft ici comme des loix naturelles & des loix civiles; les loix naturelles font fimples & communes au genre-humain; les loix civiles font extremement variées; elles dérivent cependant toutes des premieres; mais dans plufieurs cas il eft difficile de remonter au principal anneau de cette chaîne.

M. de Fontenelle remarque *que par l'enchaînement & la dépendance réciproque de toutes les parties du monde matériel, les différences des climats qui fe font fentir dans les plantes, doivent s'étendre jufques aux cerveaux, & y faire quelque effet.*

Plufieurs philofophes ne font pas de ce fentiment, & ne veulent point admettre que le climat ait cette influence: mais fi l'on a eu tort de vouloir tout expliquer par elle, on n'a pas moins tort de vouloir en contefter entierement les effets. La mode a beaucoup d'empire fur les opinions, & fouvent le même motif qui les a fait naître, je veux dire l'envie d'écrire des chofes neuves, les fait enfuite rejeter. Pourquoi le goût, ce fentiment fi délicat, fi fujet à varier, ne pourroit-il pas recevoir quelques modifications de la diverfité du climat? Cette caufe, pour être fubordonnée à beaucoup d'autres, n'eft pas nulle. On cite l'exemple des Grecs modernes, pour combattre le fentiment de M. de Fontenelle: mais des voyageurs philofophes ont obfervé que ce peuple, malgré l'état de fervitude où il eft réduit, conferve encore des traces de fon ancien génie.

Du moins, fi l'on contefte au climat fon influence phyfique, ne niera-t-on pas qu'il ait une influence qu'on peut apeler morale, c'eft à dire

que les objets de la nature au milieu desquels un peuple est placé, peuvent contribuer beaucoup à la nature & à l'association de ses idées.

Il est incontestable que les loix, les mœurs & le culte modifient, selon leur diversité, le goût des peuples.

J'avouë que l'orgueil national & la haine influent quelquefois dans les jugemens que les nations portent les unes des autres à l'égard de leurs productions littéraires: on le voit, à la honte des Lettres, même de nos jours, où l'on se pique tant de philosophie; on voit des Littérateurs qui ne rougissent point de se laisser dominer, comme le plus bas peuple, par une haine nationale, qui offusque tellement leur goût, qu'ils portent les jugemens les plus bisarres, & qu'ils sont en contradiction avec l'Europe entiere. Je crois, par exemple, que tous les peuples ensemble seroient bien étonnés s'ils pouvoient aprendre que cet auteur charmant, ce La Fontaine auquel ils accordent tous le rang le plus distingué parmi les Fabulistes, trouve dans une seule nation quelques Littérateurs illustres, assez ennemis des graces & des beautés naïves de la nature, pour le déprimer. La Peinture, cet art qui imite la nature d'une maniere immédiate, si je puis ainsi parler, puisqu'elle semble la mettre elle-même sous les yeux, ou du moins favoriser mieux qu'aucun autre art la comparaison de la copie au modele, n'a pu se garantir de cette animosité nationale, effet de l'orgueil & de la haine; on en raporte des traits qui sont frapans, & qui étonnent aujourd'hui, où les peintres rendent plus de justice aux différentes écoles de peinture; c'est que le procès est vuidé, vu la facilité de comparer la copie au modele: on a vu que chacune de ces écoles avoit saisi quelque partie de la nature; les Peintres ne sont pas plus philosophes que les Littérateurs.

Mais, indépendamment de ces rivalités ou de ces haines nationales, qui sont quelquefois passageres, & qui ne peuvent guere influer sur l'esprit des traducteurs, car on connoît leur amour pour les originaux qu'ils copient, il faut convenir qu'il y a quelque chose de particulier dans le goût de chaque nation. Ces haines peuvent bien accroître la distance qui se trouve dans le goût; mais c'est quelquefois cette distance même qui est une des sources de ces haines ou d'un éloignement qui en aproche. L'expérience prouve

qu'il faut déja être un peu philosophe pour pardonner à un homme de penser ou de sentir autrement que soi; or les nations en corps sont peu philosophes. Au reste, avec quelque précipitation qu'elles se condamnent, parce que le goût sent plus qu'il ne raisonne, il n'est pas toujours facile au littérateur de juger ce qui, dans cette diversité du goût, est fondé sur la nature, ou ce qui s'en éloigne, ou ce qui n'est qu'arbitraire. Le génie de chaque homme differe: comment ne différeroit pas celui des nations? leur point de vue n'est pas toujours le même. Le caractere a beaucoup d'influence sur le génie: or chaque nation n'a-t-elle pas un caractere qui lui est propre? Qui sera le juge entr'elles? Quel qu'il soit, ne risque-t-il pas d'être partial, & s'il ne se laisse pas courber au joug de l'habitude, est-il sûr de n'être pas séduit par l'attrait de la nouveauté?

Quelqu'un a prononcé cet arrêt: ce qu'il y a de purement national dans le goût, est contraire au bon goût. Cette assertion, pour être vraie à plusieurs égards, me paroît trop généralisée, & les réflexions que mon sujet me fournira, serviront à le prouver.

Par rapport à la Littérature, n'en seroit-il pas des variations que l'on observe dans le goût des peuples, à peu près comme de celles que l'on aperçoit dans les différentes écoles de peinture, dont nous venons de parler? Chaque peuple n'auroit-il pas réussi à saisir mieux qu'un autre quelque partie de ce riche & magnifique tableau que la nature nous présente, & cela parce qu'il y étoit mieux porté par son caractère, par sa situation & par son génie? Si les peuples ne se rendent pas une exacte justice à cet égard, c'est qu'ils ne sentent pas toujours toute la perfection de cette peinture, faute d'être placés dans les mêmes circonstances. Des peuples qui se plaisent à des peintures fortes & terribles ne seront pas même effleurés par un grand nombre de traits touchans & délicats de l'élégant Racine. Les François, rassasiés de tant de chef-d'œuvres qu'ils possedent, & ne pouvant les imiter, ont recours à un genre étranger pour eux; ils veulent transporter sur leur théâtre le sombre &, je dirois presque, l'horrible qui regnent sur celui de leurs voisins; mais les monstres qu'ils enfantent, & qui n'ont rien d'original, semblent

semblent marquer que ce genre ne leur est point naturel, & qu'ils doivent le laisser à ceux qui en sont les anciens possesseurs.

Jetons les yeux sur le spectacle infiniment varié de la nature. L'habitant des montagnes, ou celui des plaines, ou des bords de la mer ne seront pas également affectés de la copie de ces objets que l'art leur présentera. La description de la chûte d'un torrent fera-t-elle tout son effet sur ceux qui sont entierement éloignés de ce spectacle, & qui ne se le représentent que par un petit effort d'imagination? L'attrait de la nouveauté est piquant; mais cette impression differe du ressouvenir ou de la présence même des objets, auxquels nous pouvons comparer le tableau qu'on nous en offre, & qui réveillent encore en nous plusieurs idées accessoires.

Il est même des choses que le poëte n'exprime qu'à demi, parce qu'il les suppose assez connues de ceux auxquels il parle; ce qu'il dit ne sert qu'à réveiller des idées dont le dévelopement retarderoit sa course, ou dont toute la délicatesse ou toute la force ont quelquefois échapé à son pinceau.

Les hommes different le moins par les passions. Cependant, quand elles seroient par-tout les mêmes, ce qui n'est pas exactement vrai, elles varient par leurs degrés & par leurs nuances. A Rome où, dans les premiers siècles, le pere avoit droit de vie & de mort sur ses enfans, le respect filial devoit avoir un caractere particulier. Tous les hommes sont susceptibles d'amour; mais ici il est tendre, là sombre, ailleurs léger. L'amour de la patrie est en certains pays une passion qui, depuis l'enfance, croît avec nous, s'identifie avec notre être, occupe le premier rang dans nos affections, & nous pousse quelquefois à des actions qui semblent surnaturelles; en d'autres pays c'est un mot qui réveille en nous l'idée physique des lieux que nous avons habités, & le souvenir de quelques liaisons, souvent frivoles.

Quel attrait peuvent avoir pour bien des personnes du Nord, dit l'Abbé Du Bos, *qui ne burent jamais une goutte d'eau pure, & qui ne connoissent que par imagination le plaisir décrit par le poëte, les vers de la 5e Eglogue de Virgile, qui sont une image si pleine d'attrait, du plaisir que goûte un homme*

accablé de fatigue, à dormir sur un gazon, & de celui que goûte le voyageur brûlant de soif, à se désaltérer avec l'eau d'une source vive?

Quale sopor fessis in gramine, quale per æstum
Dulcis aquæ saliente sitim restinguere rivo.

Il y a des idiotismes, je veux dire, quelque chose de particulier dans la maniere dont chaque nation conçoit & sent, un tour qui la caractérise, & qui dérive de l'influence combinée de plusieurs causes marquées ou imperceptibles. L'on a observé que le même culte est sujet à recevoir diverses modifications selon les lieux où il regne. Lorsque les nations s'imitent, elles conservent toujours quelques traits caractéristiques du goût qui leur est propre. Ce seroit un ouvrage intéressant & philosophique qu'une histoire raisonnée du goût; mais cet ouvrage seroit très difficile à faire, parce qu'il faudroit unir à toute la finesse du sentiment le coup-d'œil de la raison la plus éclairée, sentir les nuances qui se trouvent dans le goût des nations, & en démêler les causes. Cet ouvrage, dont l'expérience seroit la base, pourroit peut-être le mieux conduire à une théorie du goût.

Chaque langue a, dit-on, un génie qui lui apartient. Rien n'est plus vrai, & rien ne marque mieux que chaque nation a un goût qui, à plusieurs égards, lui est propre. Car qu'est-ce qui forme le génie d'une langue? Ne sont-ce pas les circonstances où une nation est placée, les objets dont elle s'occupe, la maniere dont elle en est affectée? Si le hasard y entre pour quelque chose, il est du moins certain qu'il n'agit pas dans tous les pays d'une maniere uniforme, & qu'ainsi il a quelque part, quoique la plus foible, à ces variétés.

Si les principes que nous avons posés sont vrais, s'ils sont conformes à l'expérience, il faut avouer que l'entreprise de traduire un écrivain peut paroître au premier coup-d'œil aussi singuliere que difficile. Quoi! tandis qu'il est souvent si pénible de bien rendre ses propres pensées, de se traduire soi-même; je veux dire, de manifester au dehors ces impressions que nos ames reçoivent, & qui sont les archétypes dont les mots destinés à les représenter ne sont que de foibles signes, quelles difficultés ne doit-on pas rencontrer à rendre les pensées d'autrui, qui ne nous frapent que par des signes, les-

quels nous sont encore étrangers! comment exprimer le génie d'une langue avec le secours d'une autre langue qui en differe considérablement? quoi de plus singulier que de faire parler un auteur dans un autre idiôme que celui qui, vû les circonstances où il s'est trouvé, est le plus propre à manifester ses pensées? Et c'est cette entreprise où s'embarquent tant de littérateurs naissans, faute d'en connoître les peines & les dangers.

Il est, à parler en général, peu de personnes qui étudient les auteurs étrangers dans leur langue originale, en comparaison de celles qui négligent cette étude; ces auteurs semblent donc ne sortir guere des contrées où ils se sont produits au jour. Leur traduction est comme leur naturalisation dans de nouvelles contrées. On aimera jusqu'à leur air étranger, pourvû qu'il ne soit pas dans une oposition trop choquante avec celui du peuple qui les adopte.

La curiosité & le besoin d'être frapé par de nouveaux objets peuvent nous intéresser à des mœurs étrangeres; leur tableau nous tire hors du cercle que nous retraçons sans cesse, & nous transporte plus facilement loin de nous-mêmes. Nous aimons aussi de rencontrer un tour nouveau dans les pensées & dans les sentimens; c'est ainsi que l'on recherche la société des personnes dont les idées ont une tournure singuliere. Mais l'attrait de la nouveauté va rarement jusqu'à nous faire goûter des mœurs, des idées ou des sentimens qui soient trop oposés aux nôtres. Le poëte n'est point dans le cas du voyageur ou de l'annaliste qui nous peint des mœurs étrangeres; celui-ci veut nous plaire en nous instruisant; il lui importe peu que nous goûtions ces mœurs; au contraire, plus nous les verrons contraster avec les nôtres, plus elles piqueront notre curiosité, & fourniront matiere à nos réflexions. Le poëte veut nous instruire en nous plaisant; les mœurs qu'il nous peint doivent nous attacher; dès-lors nous leur pardonnerons bien d'être singulieres; nous voudrons bien nous oublier nous-mêmes, & voir raprochés de nous dans ses tableaux, des peuples que la nature éloigna de nous par la distance des tems & des lieux; mais c'est à condition que leurs mœurs ne soient pas tout-à-fait déplaisantes, cela veut dire souvent, trop différentes des nôtres. Dans ce cas, le poëte n'a plus qu'une ressource; il

exige que nous nous dépouillions de nos usages & de notre façon de voir, & que nous adoptions les usages & le coup-d'œil de ceux qu'il nous présente; c'est un sacrifice nécessaire si nous voulons qu'il nous amuse; mais quoique tous les hommes veuillent être amusés, tous ne sont pas capables de faire ce sacrifice, faute des connoissances nécessaires, ou par la force du préjugé & de l'habitude. Ils imputeront au poëte comme un défaut les mœurs & les peintures qui les révolteront, & ils l'accuseront d'être mauvais peintre lorsqu'il aura fait les portraits les plus ressemblans. Le dégoût que ces mœurs & ces peintures leur inspireront, ira quelquefois jusqu'à leur fermer les yeux sur ces beautés du poëme qui sont de tous les tems & de tous les âges: à travers ces mœurs étrangeres, ils refuseront de reconnoître les traits les plus frapans des passions humaines, qu'ils pourroient retrouver au fond de leurs propres cœurs, & ils se dépouilleront, si je puis ainsi dire, de la qualité d'hommes plutôt que de se dépouiller, pour quelques instans, des mœurs de leur nation.

Il faut avouer qu'il n'est pas toujours facile de combattre le sentiment du beau-moral, qui, malgré l'opinion des Philosophes aux yeux desquels il est inné, subit plusieurs variations dans le cours des siécles, & qui agit sur le goût avec une grande énergie. Qu'Achille immole des victimes humaines sur le tombeau de Patrocle, & que son char traîne le corps sanglant d'Hector, à qui nous n'avons pu refuser nos regrets, ces actions, en peignant vivement le désespoir d'Achille, ne peignent pas moins sa férocité. Plus une nation sera civilisée, plus elle aura de douceur, & plus parmi elle il se rencontrera de personnes qui auront de la peine à se plier à des mœurs fort oposées à ce caractere; & s'il doit s'élever une contestation sur le mérite des Anciens, il est probable que c'est chez cette nation qu'on la verra naître. Je suis loin de vouloir faire l'apologie de ceux qui ont attaqué les chef-d'œuvres de l'antiquité; je sais que plusieurs de ces combattans ont montré de l'ignorance; mais on doit observer la part que peuvent avoir eue dans cette guerre les mœurs de la nation; ce n'est qu'après un long commerce avec ces hommes d'un siécle reculé que l'on parvient à se familiariser avec leurs mœurs. Nous avons peine à tolérer, dans l'Alceste d'Euripide, le

discours d'Admete, qui reproche à son pere avec la dureté la plus insolente, de ne lui avoir point sacrifié une vie qu'il étoit près de terminer, plutôt que d'avoir souffert le généreux dévouement de la jeune Alceste; envain l'on nous assure que les Athéniens n'en étoient point choqués, & qu'Aristophane, ce grand ennemi d'Euripide, n'a pas condamné cette scene; le sentiment moral nous fait blâmer, sinon Euripide, du moins des mœurs si contraires aux nôtres; & cette conduite d'Admete affoiblit un peu l'intérêt que nous avions pris à sa douleur. Cependant, comme nous avons eu occasion de le remarquer (*), *on sera moins choqué de la peinture de ces mœurs en lisant l'original; chaque mot peut nous rapeller alors qu'on nous offre le tableau d'un peuple étranger; mais, dans une traduction, nous risquons d'oublier presque à chaque ligne qu'il faut nous transporter dans des régions & dans des tems éloignés; il semble qu'en nous parlant notre propre langue on doive plus constamment nous représenter nos goûts, nos mœurs, nos idées.*

Il est un petit nombre de livres qui, étant traduits dans toutes les langues, ont obtenu par-tout le même degré d'estime. Télémaque doit, en grande partie, aux moralités excellentes dont il est rempli, l'avantage d'être le livre de toutes les nations. Don Quichotte, dans un genre bien différent, jouit du même avantage. Les mœurs que *Cervantes* tourne si plaisamment en ridicule, ont été plus ou moins celles de toutes les nations modernes: mais si chacun est égayé de ses plaisanteries, tous ne goûtent pas également les épisodes romanesques de ce livre, qui sont particuliers au génie & aux mœurs de la nation Espagnole. Les productions du goût ne jouissent pas toujours dans tous les pays du même degré de réputation. C'est ce qu'on peut le mieux remarquer au théâtre, où l'on fait, en général, les plus grands efforts pour plaire à sa nation, & où l'on risque le plus de lui déplaire: c'est donc là que l'on doit principalement étudier le goût d'un peuple. On ne peut représenter en France une traduction fidele d'une tragédie de Shakespear, même avec les changemens introduits par Garrick dans les drames de ce poëte. Lorsque les Anglois mettent sur leur théâtre quelque tragédie de Racine, ils y jettent plus d'action, & donnent plus de

(*) Réflexions sur Homere.

pompe au spectacle. Dans la traduction ou l'imitation que M. Philips a faite de l'Andromaque de Racine, cette Princesse adresse un discours touchant au corps de Pyrrhus, que l'on voit porté par des soldats; elle pleure à la fois Hector & Pyrrhus; ce spectacle fait plus d'effet qu'un simple récit. Dans la scene suivante où l'on amene à Andromaque son fils, elle l'embrasse, & dit ces paroles singulieres: *Transports mêlés d'une joie vive & de douces allarmes. . . je vous abandonne mon cœur. Percez, pour vous y faire accès, le nuage d'afflictions qui l'environne; faites-vous un passage pour y pénétrer, comme les rayons du soleil s'en font un à travers les nuages épais qui veulent offusquer sa lumiere.* Je me sers de la traduction que l'Abbé Du Bos a donnée de ces scenes. J'ignore si ce morceau est du goût des Anglois; mais on peut assurer que Racine n'auroit fait ni cette apostrophe, ni cette comparaison. C'est dans de semblables imitations qu'un observateur pourroit assigner où se rencontre le goût des nations, & où il se sépare. Je ne doute pas qu'il n'y ait en Italie de bons esprits qui soient choqués des faux-brillans du Tasse; mais je ne sais s'ils les apercevront tous, & s'ils en seront choqués au même point qu'on peut l'être en France. Il est probable aussi que leur imagination s'accommode mieux que celle des autres nations des enchantemens un peu trop continuels de l'Arioste. On reproche aux François l'amour qui regne dans toutes leurs tragédies, & une grandeur d'ame qui ne semble pas toujours assez naturelle, & qui, en excitant l'admiration du spectateur, ralentit quelquefois en lui le sentiment de la pitié. On ne sauroit disculper entierement la scene françoise de ces reproches; mais ce qui peut les affoiblir, c'est que ces mœurs sont une suite de l'esprit de Chevalerie, qui a beaucoup régné en France, & qui étoit tourné vers l'amour & vers le mépris des dangers. Comme on exige que l'on adopte les mœurs des Anciens, lorsqu'on les étudie, ne pourroit-on pas exiger de même que l'on adopte les mœurs des nations modernes, en lisant leurs écrits? ce dernier effort semble moins difficile que le premier, & cependant c'est en quelques occasions tout le contraire. Il est vrai que l'on peut objecter ici qu'il ne convient pas, en représentant les mœurs des héros de l'antiquité, de les dénaturer au point que ces héros paroissent être nés dans notre siécle: mais

il est assez difficile d'éviter cet écueil; plusieurs nations modernes y sont tombées. Peut-être eût-il été à souhaiter que les François eussent mis sur leur théâtre plus de sujets pris de leur nation; le contraste de leurs mœurs avec celles des Anciens n'eût pas été si sensible. Plus nous nous éloignons des tems de la Chevalerie & du siécle de Louis XIV, siécle dévoué à la galanterie, plus les François s'aperçoivent eux-mêmes que l'amour joue un trop grand rôle dans leurs drames. Le févere Despréaux, qui étoit si nourri de la lecture des Anciens, & qui s'élevoit si fortement contre Quinault, passoit à Racine ces scènes tendres & épisodiques, lesquelles nuisent à l'intérêt principal; c'est une forte preuve de l'influence des mœurs d'une nation sur le goût.

Dira-t-on que les écrits des Anciens, dont les tems sont fort éloignés de nous, sont également les délices de toutes les nations, que toutes s'accordent à placer au même rang Homere, Sophocle, Virgile, Horace, & que cette unanimité de suffrages mérite autant notre attention que les variations qui peuvent nous fraper dans le goût des peuples?

Les Anciens forment, à l'égard du goût qui les aprécie, comme une classe particuliere. Dès notre enfance on nous met leurs écrits entre les mains; nous nous familiarisons avec leurs mœurs, leur culte & leur goût. Et cependant l'on nous recommande avec soin de nous transporter dans leur siécle, & l'on voit que ceux qui ne peuvent obtenir d'eux-mêmes cet effort que l'on demande à leur imagination, les goûtent foiblement. On peut remarquer aussi que les écrivains qui imitent ces auteurs, s'écartent souvent de leurs traces, & prennent les routes qui leur sont indiquées par le goût particulier à leur nation.

J'ai tardé à le dire: qui ne connoît le pouvoir de l'habitude, & qui pourroit contester qu'elle n'ait aussi quelque influence sur le goût national? Ne la voit-on pas, chez un seul & même peuple, exercer son empire dans les diverses époques où il fait des progrès? Lucilius ne fut-il pas quelque tems le rival d'Horace? Moliere n'eut-il pas à lutter contre le goût dominant, avant d'établir sur la scene le vrai genre de la Comédie? On sait que ceux qui ne sont jamais sortis de leur pays sont les plus intraitables envers

les mœurs étrangeres: il en est de même des littérateurs qui n'ont jamais voyagé, pour ainsi dire, dans le champ d'une littérature étrangere à celle de leur nation. A cet égard, les traductions peuvent être utiles. Pour continuer la comparaison, elles facilitent à ceux qui ne sauroient quitter leur pays, la connoissance d'une nation étrangere, en amenant quelques-uns de ses individus au milieu de ces hommes casaniers: mais, pour bien juger un peuple, il ne faut pas se borner à connoître quelques voyageurs, qui tantôt font voir en eux la caricature des mœurs de leur nation, & tantôt se dépouillent d'une partie de ces mœurs pour complaire à la nation qu'ils visitent, & il faut aller le considérer dans ses foyers.

Car, malgré même tous les efforts du traducteur, il lui sera impossible de triompher entierement de l'influence secrete du goût propre à sa nation, & de donner une image tout à fait ressemblante de l'auteur qu'il traduit, à moins que les deux nations n'ayent le plus grand raport dans leur goût & dans leurs mœurs. Si un littérateur dont le goût seroit fort exercé, comparoit les traductions d'un même auteur faites en différentes langues, il remarqueroit que chacune de ces traductions participe plus ou moins au goût de la nation de chaque traducteur. Gravina reprochoit à ses compatriotes d'avoir mis du clinquant dans les traductions qu'ils avoient faites des piéces du théâtre françois. Si l'on écrivoit une histoire raisonnée du goût, l'examen que je propose pourroit y fournir des faits, & y jeter de la lumiere. On sait qu'une traduction prend quelque teinture du génie propre au traducteur: mais où s'est-il formé? au sein de sa nation: l'influence qu'a sur la traduction le génie du traducteur, dérive en partie de l'influence qu'a sur lui-même le génie de la nation à laquelle il veut faire adopter cet auteur. Cette cause secrete exerce toujours quelqu'empire, quoiqu'il se mette bien en garde contr'elle.

Nous nous contenterons d'en raporter un exemple tiré de la traduction de l'Iliade par Pope, dont nous transcrirons le début; nous avons pris cet exemple au hazard.

The

The Wrath of Peleu's Son, the direful ſpring
Of all the Grecian woes, o Goddess, ſing!
That Wrath wich hurl'd to Pluto's gloomy reign,
The ſouls of mighty Chiefs untimely ſlain;
Whoſe limbs unbury'd on the naked ſhore
Devouring dogs and hungry Vultures tore.
Since great Achilles and Atrides ſtrove,
Such was the ſov' reign doom, and ſuch the will of Jove.

Ne ſemble-t-il pas que l'on voie percer dans la traduction cette teinte un peu ſombre & ce caractere de fierté qui conſtituent le génie des Anglois, & que l'on n'aperçoit point dans l'original? Pope ajoûte aux penſées d'Homere pluſieurs épithetes, telles que *gloomy*, *devouring*, *hungry*, *naked*, & qui toutes ſervent à rembrunir le tableau. La répétition de *ſuch* y met plus de pompe & de fierté, ainſi que, dans le même vers, cette autre répétition *ſov' reign doom*, *will of Jove*, tandis qu'Homere dit ſimplement; *ainſi s'accomplit la volonté de Jupiter*. En général, la traduction ne préſente pas toute la ſimplicité d'Homere, quoique c'eſt dans ce début que l'on devoit s'attacher le plus à rendre ce caractere diſtinctif du poëte Grec. Je remarque auſſi que la cadence du vers Alexandrin dans Homere eſt plus majeſtueuſe que celle des vers de Pope, qui ſont de dix ſyllabes, comme ceux de Milton; & que cette marche plus ou moins bruſque peut donner un indice du génie & du caractere d'une nation. Je pourrois faire encore pluſieurs obſervations par raport à l'harmonie. Chaque peuple a ſa phyſionomie, qui ſe peint dans le ton de ſes écrivains.

Cependant les peuples dont les mœurs & le goût ont le plus de reſſemblance, réuſſiſſent le mieux dans cet échange des idées. Les hommes qui ont beaucoup de conformité dans leur façon de penſer, s'entendent ſouvent à demi-mot, pendant que ceux dont les idées ſont très différentes, emploient un long circuit & beaucoup de paroles, ſans réuſſir quelquefois à ſe raprocher l'un de l'autre. Il en eſt à peu près de même des peuples, lorſqu'ils s'empruntent leurs penſées. Les Allemands ne réuſſiſſent ſi bien à traduire les auteurs Anglois qu'à cauſe de pluſieurs conformités remarqua-

bles entre les deux nations. Je crois qu'il est plus facile aux Italiens & aux François de s'aproprier leurs auteurs par la traduction, que de naturaliser chez eux ceux de l'Angleterre. Les habitans des Iles contractent un air original, dont ils conservent des traces, même après que la navigation a été perfectionnée.

Les peuples modernes, indépendamment de la facilité qu'ils ont de parvenir à une parfaite intelligence de leurs langues, ont beaucoup de liaisons entr'eux; ainsi, il leur est, en général, moins difficile de se copier que de copier les Anciens. Il est vrai que ceux-ci sont nos maîtres, que nous nous étudions à marcher sur leurs traces; mais la distance des siécles a aporté de grands changemens dans les mœurs, changemens qui influent sur le goût: les siécles de barbarie ont mis comme une ligne de séparation entre nous & les Anciens; le commerce journalier que nous avons avec eux ne peut nous raprocher entierement. Il est incontestable qu'ils se sont moins éloignés que nous de la nature; la perfection de leurs tableaux fait le désespoir de la traduction; avant de les adopter par elle, il faudroit, s'il étoit possible, commencer par adopter une partie de leurs mœurs.

Après avoir fait quelques considérations générales sur l'influence que le goût national a sur les traductions, l'on pourroit considérer l'influence de celles-ci sur le goût national, & demander si elles ne peuvent pas le changer. On ne peut nier qu'elles n'y produisent quelque changement. Cependant, comme il est rare qu'un peuple se dévoue uniquement à l'imitation, qu'avant de traduire il a produit par lui-même, & comme la ressemblance des loix, des mœurs & de la situation locale ne sauroit être parfaite, un peuple qui s'attache beaucoup à copier, sera sans doute moins original, mais il conservera même alors un tour caractéristique, quoique moins sensible. Le traducteur, en se pliant à un goût étranger, le plie aussi, quelque peu que ce soit, & sans le savoir, au goût de sa nation: dès-lors la traduction n'opérera pas tout le changement qu'elle sembleroit pouvoir opérer. L'histoire littéraire le confirme. Toutes les nations mo-

dernes qui se livrent à la culture des Lettres, étudient, imitent, traduisent les Anciens; cette derniere occupation est devenue une branche considérable de leur littérature; elles se réunissent à regarder ces ouvrages de l'antiquité comme des modeles excellens; &, pour arriver au beau, elles puisent toutes à une source commune. Cependant en combien de choses leur goût differe & du goût des Anciens & de celui qui est propre à chacune d'entr'elles! Les François ont d'abord emprunté des Espagnols le genre de leur Comédie; mais comme il étoit mieux assorti au caractere d'une nation qui se plait aux avantures romanesques, ils l'ont bientôt abandonné pour un meilleur genre, & après avoir suivi les traces d'autrui, ils se sont frayés une route particuliere.

Pour tirer en peu de mots quelques conclusions de nos raisonnemens, il paroît d'abord qu'un ouvrage, lequel étant traduit dans toutes les langues, plairoit à toutes les nations, seroit rempli de ces beautés qui sont de tous les tems & de tous les lieux, & qui tiennent immédiatement à l'homme, entant qu'être pensant & sensible. Mais, puisque la traduction ne présente pas une image parfaite de l'original, & qu'elle est comme forcée de lui faire prendre une partie du goût & du caractere de la nation qui l'adopte, cette pierre de touche n'est pas tout à fait exacte. La traduction est comme ces miroirs qui alterent un peu l'image d'un objet: si, malgré cette altération, il ne laisse pas de plaire, on pourra sans doute conclure qu'il renferme des beautés supérieures, mais leur forme n'est pas précisément celle que l'on voit. Il y a des beautés qui sont inhérentes au génie de la langue, génie qui est déterminé par les circonstances où est placé le peuple qui la parle; ce sont, à certains égards, des beautés nationales, qui peuvent être des beautés du premier ordre, suivant que les circonstances ont contribué à déveloper le génie de ce peuple. Pour connoître parfaitement ces beautés, il faut les considérer dans leur source, c'est à dire, en étudiant la langue originale, se faire recevoir en quelque sorte citoyen d'Athene, ou de Rome, ou de Paris, s'environner des mêmes objets qui ont frapé les habitans de ces villes, & les

regarder du même œil; alors les tableaux qu'ils ont tracés pourront nous paroître conformes à la nature; au lieu que si nous voulions en faire une copie fidele à toute rigueur, nous donnerions naissance à des tableaux qui nous paroîtroient des plus bizarres. Un ouvrage subit différentes pertes, selon la diversité du génie des nations qui le traduisent; l'une parviendra à conserver ce qui échapera aux efforts de l'autre; mais elle sera moins heureuse que celle-ci à son tour.

Ce que nous avons dit du goût national & de son influence sur les traductions, recevra encore quelque dévelopement par les considérations où nous entrerons dans notre second Mémoire, & qui rouleront sur le génie des langues.



DU GOUT NATIONAL

CONSIDÉRÉ

dans son influence sur la traduction.

SECOND MÉMOIRE.

Les réflexions que nous avons faites dans le Mémoire précédent sur la différence du génie, du goût, & des mœurs des peuples étoient destinées à montrer qu'elle a, sans même qu'on s'en aperçoive, une grande influence sur la traduction.

Nous ferons ici plusieurs considérations sur les effets qui résultent, par raport aux langues, de ces variétés que l'on aperçoit dans le goût, & qui constituent ce qu'on apelle leur génie.

L'intérêt personel n'entre pour rien dans cette discussion, où je cherche à m'éclairer moi-même bien plus que les autres. Quoique je m'occupe à traduire un des plus grands poëtes de l'antiquité, je ne fais pas profession d'être traducteur: il me seroit sans doute utile de n'être pas découragé par l'idée peu avantageuse que l'on a communément de la traduction; mais je ne dois chercher ma récompense que dans le plaisir de faire une étude particuliere de ce rare génie, & de suivre ses traces, autant que mes forces me le permettront. D'ailleurs les discussions où je me suis engagé sur l'art de traduire, peuvent, indépendamment de leur objet principal, offrir d'autres points de vue, qui ne seront peut-être pas sans intérêt.

En remontant à l'origine du langage, on trouve l'existence d'une langue-mere, dont toutes les autres sont issues, & conservent encore les racines. Un savant qui a beaucoup de sagacité, Mr. Gebelin, promet aujourd'hui de percer les ténebres qui nous dérobent la naissance de cette langue, d'en raf-

sembler les membres épars sur toute la face de la terre, & de la reproduire telle qu'elle étoit dans son origine.

Si toutes les langues ne sont que les branches d'un seul & même tronc, il semble, au premier aspect, qu'il doive y avoir entr'elles beaucoup de ressemblances, & qu'il faille ne les considérer que comme les dialectes d'un seul langage. Le philosophe qui généralise les objets, envisage ainsi les divers idiômes qui existent: il trouve en eux assez de traits ressemblans pour les raporter à des principes communs, dont il fait la Grammaire générale des langues.

En effet, quand elles ne descendroient pas toutes d'une source commune, les parties principales qui constituent le discours, les premiers linéamens de la Syntaxe, tracés par la Logique naturelle, sont les mêmes dans toutes les langues. Ces considérations feroient croire que ceux qui parlent tant des difficultés de la traduction, les exagerent, & que l'opinion commune qui n'accorde pas assez d'estime aux traducteurs, repose sur des fondemens philosophiques.

Mais lorsqu'après avoir simplifié les principes du langage, on descend, de branche en branche, aux moindres rameaux de cet arbre immense & fécond; lorsqu'on fait plus, & qu'on le suit jusque dans ses rejetons qui s'étendent sur tout ce globe, on rencontre autant de variations dans les parties, que l'on voyoit d'uniformité dans l'ensemble.

Mr. de Buffon, plus frapé sans doute de la dissemblance des êtres que de leur ressemblance, veut, qu'en général, le Naturaliste s'attache plus à les considérer comme formant des individus, que comme apartenant à telle ou à telle espece. Quand on ne considere que la grande diversité qui regne dans les langues, on seroit tenté de leur apliquer cette réflexion.

Ceux qui n'auroient pas une assez juste idée de cette diversité, peuvent l'aquérir par l'expérience, en s'essayant à traduire; mais, pour bien faire cet essai, ils doivent se proposer de traduire avec beaucoup de fidélité.

La différence du génie des langues est, comme je l'ai dit dans mon Mémoire précédent, une preuve de fait de la différence du génie & du goût des peuples.

Ces variations ont dû naître dès l'origine du langage. Si l'on observe la lenteur avec laquelle les langues se forment, on conviendra que le genre humain a dû se répandre au loin, avant que la langue-mere ait pu arriver à un certain degré de consistance. Elle aura eu plusieurs dialectes, dont quelques-uns auront été plus riches qu'elle-même.

Il y a des nuances remarquables dans la maniere dont les langues ont changé de forme. D'abord elles ont composé des dialectes, qui, à leur tour, en ont enfanté d'autres, jusqu'à ce que, par degrés, le changement a été si grand, qu'on a perdu de vue leur origine. Le dernier dialecte en a, pour ainsi dire, englouti plusieurs des plus voisins, en les assujettissant à ses loix; les nuances les plus fines ont disparu; le tems & les circonstances ont toujours amené plus de changemens, jusqu'à ce qu'enfin ce dialecte a pris un tour caractéristique, s'est fixé, & a mérité le nom de langue. C'est ainsi qu'il y a parmi les hommes *des airs de famille*, & ce que, par analogie, on pourroit apeler *des airs de peuple*, qui se perdent à mesure que la filiation s'éloigne de son origine.

Il paroît donc que la langue dont la dérivation est la plus voisine d'une autre, doive participer le plus à son génie, & avoir un caractere moins distinctif; si cependant elle en étoit entierement dénuée, elle ne seroit qu'un dialecte.

Il paroît encore que deux langues sorties de la même source, auront entr'elles beaucoup de ressemblance.

Celle dont la dérivation est plus éloignée, ou qui aura été formée du mélange de plusieurs langues, ce qui est le cas d'un grand nombre d'entr'elles, aura des qualités particulieres.

Ces principes, pris dans leur généralité, sont vrais; mais ils souffrent quelques exceptions. Les mêmes circonstances auront la même influence sur le génie de deux langues, quoique l'une d'entr'elles ait passé, si je puis ainsi dire, par divers milieux, qui lui ont fait subir des changemens considérables. C'est ainsi qu'à plusieurs égards, la langue françoise ressemble davantage à la langue grecque qu'à la langue latine, dont elle dérive en grande partie.

Mais, comme le besoin & les circonstances qui ont donné naissance aux langues, varient à l'infini, il en résulte, ce qui est constaté par le fait, que chaque langue a plus ou moins un génie qui lui est propre.

Un auteur philosophe & bon grammairien, M. Duclos (*), a soutenu qu'une langue peut toujours prendre, selon le génie de l'écrivain, le caractère d'une autre langue; en un mot que le génie d'une langue dépend du génie de l'écrivain. L'examen de cette assertion entre dans mon sujet. Si elle étoit vraie, on ne devroit s'en prendre qu'au traducteur lorsqu'il ne rend pas toutes les beautés de son original.

Quand on commence à cultiver & à polir une langue, on peut bien l'améliorer & l'enrichir; le génie varié d'un grand nombre d'écrivains modifie sans doute le génie de la langue qu'ils ont reçue de leurs peres; mais outre que ces écrivains, nés ou élevés au sein de leur nation, participent au tour de son esprit, leur langue doit toujours conserver une partie de sa premiere forme. Les poëtes sont les premiers auteurs qui se montrent dans une nation; avant l'invention de l'écriture, ils composent de vive voix; l'art ne compasse pas leurs expressions; ils chantent devant la multitude. Si l'usage ne les asservit pas autant que les écrivains qui naissent lorsque la langue est déja fixée, ils ne peuvent s'affranchir entierement de ses loix; ils veulent se faire entendre; dès-lors ils doivent se servir de la langue du peuple; leurs inventions, quelque hardies qu'elles soient, ont besoin d'être justifiées par des marques de leur soumission à l'usage.

Les écrivains peuvent être considérés, à quelques égards, comme les interprêtes de leur nation: c'est elle qui en formant les élémens de sa langue, & en y imprimant son génie, a servi comme de guide au leur; quelqu'effort qu'ils prennent, elle leur a préparé des matériaux qu'ils peuvent enrichir, mais non dénaturer, & où elle veut reconnoître son ouvrage. Ainsi que les écrivains se modelent sur ceux qui les ont précédés, les premiers auteurs se sont modelés sur ceux qui ont parlé la langue dans laquelle ils composoient. Lors-même qu'une langue est arrivée à sa perfection, les bons écrivains

(*) Voyez la Grammaire de Port-Royal.

écrivains mettent en œuvre plusieurs tours qui naissent dans la conversation, & qui sont amenés par des circonstances quelquefois singulieres. Ce sont, par exemple, ces circonstances qui donnent lieu à beaucoup de Proverbes, qu'il est souvent impossible de traduire avec grace, parce que chaque nation en a un certain nombre qui lui apartiennent en propre.

Lorsqu'on suit pas à pas les changemens qui se sont faits dans les langues avant qu'elles se soient fixées, on voit que c'est par des gradations marquées. On y aperçoit sans doute une époque où un grand génie prend un vol si élevé qu'il semble parler comme une nouvelle langue, tant il embellit celle de sa nation; mais quelques richesses qu'il lui communique, il ne sauroit lui faire prendre un caractere incompatible avec le génie qui lui apartient.

Une langue peut participer à tous les caracteres du génie; elle peut devenir douce ou forte sous la plume de l'écrivain; mais ce ne sera pas toujours au même degré. L'allemand pourra perdre de sa rudesse originelle; mais il n'aquerra jamais la douceur de l'italien, à moins qu'il ne change entierement de forme, & alors il ne sera plus le même idiome. Une langue conservera toujours quelque chose de son caractere primitif, comme la premiere éducation de l'homme ne s'efface jamais entierement.

La culture que reçoit une langue sous la plume d'un grand nombre d'écrivains, en achevant de donner un tour particulier à son génie, sert encore à le fixer.

Ces préliminaires étant posés, il en résulte plusieurs conséquences.

Si, par impossible, deux langues avoient une analogie parfaite, & si l'on vouloit enrichir l'une d'un ouvrage composé dans l'autre, ce seroit moins une traduction que le même ouvrage. Il ne faudroit pas de génie pour faire de semblables traductions: ces deux langues étant formées comme sur le même moule, le traducteur ne seroit qu'un simple copiste; sa main seroit comme guidée à chaque trait par une main habile; un dictionnaire seroit pour lui la palette où il trouveroit toutes ses couleurs déja broyées; il n'auroit guere que la peine de tremper le pinceau.

Voilà pourquoi ceux qui traduisent des livres purement scientifiques ont, en général, une tâche si aisée. Les mots & les tours qu'il faut pour composer ces livres, se trouvent d'ordinaire dans la plupart des langues; si, pour rendre certains termes techniques on est obligé de recourir à de longues recherches, il y entre plus de travail que de génie. Ces versions ont l'avantage de tenir lieu de l'original & de n'en point différer; c'est le même ouvrage; le traducteur n'y a mis que sa peine, & quelquefois il y a montré son savoir. Il n'est pas rare que ces versions soient des exercices de ceux qui commencent à étudier une langue; il est vrai que cela ne les rend pas meilleures; mais cette entreprise marque au moins qu'elle n'est pas accompagnée de grandes difficultés.

Cette analogie parfaite que j'ai suposée un moment entre deux langues, n'existe point; elle est impossible, puisque ces langues doivent différer au moins par les sons.

Pour l'ordinaire, si l'on veut traduire littéralement, on fait un galimatias inexplicable. Une langue, quoique très formée, manque quelquefois de certains mots correspondans à ceux d'une autre langue: les Grecs ont, par exemple, réussi mieux qu'aucun autre peuple à représenter par des signes les nuances les plus fines de nos idées. *Les parties du discours* qui, en général, sont les mêmes dans tous les idiômes, ne le sont pas toujours en détail, je veux dire que chaque langue n'a pas toujours tel ou tel verbe, tel ou tel adjectif, correspondant à ceux d'une autre. Les langues different encore dans la syntaxe, & cela n'est rien moins qu'indifférent par raport aux tableaux qu'elles peignent: on pourroit le montrer par une foule d'exemples tirés d'Homere & de Virgile. Mais c'est dans les tours & dans l'harmonie que regne la plus grande différence qu'il y ait entr'elles.

Il y a des tours concis, qui en resserrant nos idées, ajoûtent à leur force, comme un ressort plus pressé produit un plus grand effet: Tibulle est aussi concis que pittoresque, lorsque parlant de Tantale, il dit: *Jam jam poturi deserit unda sitim.* Il y a des tours délicats qu'il est plus facile de sentir que d'analyser, & dont le même Tibulle offre beaucoup d'exemples; des tours hardis qui semblent s'écarter des loix naturelles du langage, mais dont

la beauté justifie l'audace; des tours heureux qui semblent avoir dû se rencontrer sous la plume, & qui néanmoins ont le piquant de la nouveauté.

Les métaphores, ces tableaux concentrés dont l'impression est forte & rapide, enrichissent surtout une langue d'un grand nombre de tours; destinées non-seulement à rendre la pensée plus claire & plus sensible, elles lui donnent encore, en la rajeunissant, la grace de la nouveauté; avec son secours, une idée peut reparoître sous beaucoup de formes différentes: les tableaux de l'univers peuvent se prêter tour à tour leurs couleurs.

Il est naturel que chaque langue ait un certain nombre de tours & de métaphores qui lui soient propres. Les objets au milieu desquels un peuple est placé, soit pour le moral, soit pour le physique, forment les élémens de son dictionnaire, & produisent des combinaisons d'idées, qui, en caractérisant le génie & la situation de ce peuple, lui sont particulieres.

Il est naturel encore que ce soit dans le langage poëtique & oratoire que se trouve la plus grande variété qui regne dans les langues. La Poësie est le langage de l'imagination & du sentiment; elle doit donc produire les associations d'idées les plus hardies & les plus éloignées: ces associations ne sauroient être les mêmes chez tous les peuples, puisqu'ils ne sont pas placés dans les mêmes circonstances; elles doivent différer à proportion de la liberté qu'ont l'imagination & le sentiment de créer à leur gré comme un nouvel univers, de donner aux signes de nos pensées une force & une rapidité qui égale celles de nos pensées elles-mêmes. Les objets ordinaires, qui laissent l'ame dans l'indifférence & le calme, s'expriment à peu près de la même maniere dans toutes les langues.

Remarquons encore que les poëtes étant les premiers auteurs qui naissent dans une nation, leur génie est, dans ces tems, leur principal maître, la nation n'ayant pas encore pu se modeler sur le goût d'une autre: ils doivent donc imprimer au langage poëtique un tour plus original, plus propre à leur nation, tour qui ne s'efface jamais entierement, quelques changemens que leurs successeurs aportent au langage.

Il y a donc en chaque langue un assez grand nombre de tours qu'il est très difficile, & quelquefois impossible, de faire passer dans une autre langue:

ils produisent dans celle-ci l'effet singulier que produit l'arrivée d'un étranger dont les mœurs sont très disparates avec les nôtres. Mettant à part l'érudition que demande la traduction de certains auteurs, les poëtes, les orateurs, &, en général, les écrivains qui ont de l'imagination & du sentiment sont donc ceux qu'il est le plus difficile de traduire. J'en tirerai encore cette conclusion, qui confirme les réflexions que nous avons faites dans notre Mémoire précédent, c'est qu'il y a des beautés nationales qui sont d'aussi vraies beautés que celles qui sont reçues chez tous les peuples. Cela n'est point contraire aux principes généraux du beau, parce que c'est d'après ces principes que se sont formées ces beautés plus particulieres, qui dépendent des circonstances où un peuple est placé. Quand on dit que telle beauté est attachée à telle langue, on ne dit autre chose, sinon que telle est la maniere de voir & de sentir du peuple qui la parle. S'il pouvoit n'y avoir qu'une langue sur la face de la terre, il est certain qu'elle prendroit des tournures très variées, qui ne seroient pas reçues en tous lieux. Les divers dialectes de tant de langages le confirment. Que de tours pittoresques offre le seul Horace, tours qu'il a su rendre comme propres à la langue latine! Un traducteur pourra se féliciter s'il parvient à exprimer dans toute leur énergie ces images tirées de différentes odes de ce poëte; *Lambit Hydaspes; Mordet aqua taciturnus amnis; Densum humeris bibit aure vulgus; &c.*

On impose au traducteur la regle de chercher dans sa langue des tours qui soient aussi heureux que ceux de l'original. D'abord ce ne sera plus le même tableau. J'ajoûte qu'il sera bien difficile de trouver des tours qui ne fassent pas regretter ceux qu'on n'a pu conserver. Enfin cette regle dégénere souvent en licence. Je n'en apporterai qu'un exemple. Anacréon (*) dit que la nature a donné aux lions *une grande ouverture de dents*, c'est à dire, *de bouche*, χάσμ' ὀδόντων, expression vraiment pittoresque. Mad. Dacier se contente de la rendre par *le courage*, & elle semble encore s'en aplaudir en disant dans une note; *je crois que l'on me pardonnera de n'avoir pas suivi le Grec.* Elle n'auroit pas dû se le pardonner si aisément elle-même; car ce

(*) Od. 2.

n'eſt pas là traduire; c'eſt mettre une expreſſion commune à la place d'un tableau frapant. Une langue peut fournir au moins le ſecret d'aprocher de ſon modele; mais j'avoue qu'il faut ſouvent le lui arracher.

Traduire devroit être une opération très philoſophique; c'eſt un effort, une tendance de ramener deux langues à un principe commun, de les raprocher de leur origine, de leurs racines.

A peu d'exceptions près (*), les langues modernes des nations policées ont plus de reſſemblance l'une avec l'autre qu'avec les langues anciennes.

On peut en aporter pluſieurs raiſons. La reſſemblance des mœurs influe ſur le langage. La diſtance des tems & des lieux amene bien des changemens. Enfin la plupart des langues modernes ſe ſont formées de la même maniere, je veux dire, par une révolution ſemblable, laquelle mérite notre attention.

L'inondation des barbares a produit un mélange entre les langues des climats les plus éloignés. Dans ce bouleverſement, il s'eſt conſervé un grand nombre de mots des langues anciennes, mais leur prononciation a diſparu; la conſtruction a pris une autre forme; la quantité rhythmique des ſyllabes a péri preſqu'entierement; la rime eſt venue la remplacer. La Poëſie a vu entraîner, en un moment, par ce débordement rapide toutes les richeſſes dont elle avoit embelli le langage, durant le cours de pluſieurs ſiécles.

Les langues du Nord ſont ſifflantes; celles qui ſont voiſines du midi ſont plus gutturales. Ce mélange a dû altérer beaucoup le génie propre à chacune d'entr'elles.

Auſſi n'eſt-il pas étonnant que la lumiere ait eu tant de peine à reparoître. Dans cette confuſion des langues, où ce qu'elles ont de plus délicat doit avoir le plus ſouffert, je parle de leur génie, l'eſprit ſe trouva fort embarraſſé, & fut contraint de tâtonner & de flotter entre le génie de pluſieurs idiômes, ſans ſavoir d'abord auquel ſe fixer.

(*) Le Polonois reſſemble beaucoup au Latin, & il admet l'inverſion: une période latine peut devenir une période polonoiſe, ſans que l'on déplace l'ordre des mots.

On vit tour à tour les poëtes porter la rime dans les vers latins, & le rhythme des langues anciennes dans la langue françoise. Ce n'étoit point la nature qui trouvant le langage au moins préparé, faisoit couler d'une veine abondante des vers nés sans effort; c'étoit le poëte qui travailloit avec beaucoup de peine à réunir les débris de l'instrument de la pensée. Il étoit dans le cas d'un musicien qui veut jouer sur un instrument un air qui ne peut y être adapté, & qui est fait pour un autre instrument. Ronsard se livra à un travail si infructueux: il n'étoit pas cependant destitué de génie; & quoique nous soyons étonnés des grands éloges que le véridique De Thou lui prodigue, & qu'il soit impossible aujourd'hui de faire l'apologie de Ronsard, disons que le génie de la langue n'étant pas encore bien fixé, il lui étoit peut-être plus pardonnable de le confondre avec celui d'une langue, qui offroit tant de beaux modeles; il lui étoit infiniment plus facile de les copier traits pour traits que d'en saisir l'esprit & de l'imiter.

Quand des colonies de Phéniciens s'établirent dans la Grece déja peuplée, & que d'autres colonies venues de l'Orient se répandirent dans l'Italie, ce n'étoit point une invasion semblable à celle des barbares dont nous venons de parler; c'étoit un peuple policé qui aportoit au moins le germe des Arts & des Sciences dans les lieux où il venoit s'établir.

Les langues modernes s'étant formées par une révolution qui leur est, à peu près, commune, & ayant plus d'analogie entr'elles qu'elles n'en ont avec les langues anciennes, analogie qui se fortifie encore par les liaisons & le commerce continuel d'une nation avec l'autre, il me paroît vraisemblable qu'indépendamment de l'érudition nécessaire pour y réussir, il doit être, en général, plus difficile de traduire les anciens que les modernes.

Entre les langues modernes, l'Italienne est une de celles qui a le plus de conformité avec les langues anciennes; nous en avons indiqué plusieurs raisons dans un autre Mémoire: aussi les Italiens possedent-ils les meilleures traductions des auteurs de l'antiquité.

Il y a des langues qui se prêtent à la traduction; elles sont flexibles, & adoptent aisément les tours des autres idiômes. Il y en a, au contraire,

qui résistent beaucoup plus à la plume du traducteur, & qui rejettent un grand nombre de tours étrangers. Il se présente ici une question intéressante, dont la solution, facile au premier aspect, n'est pas exempte de toute difficulté, savoir, si c'est une qualité estimable dans une langue de se plier ainsi à toutes les formes, ou si celle qui ne se montre pas si flexible, jouit de quelque avantage distingué.

D'abord il semble qu'une langue qui peut revêtir tant de formes différentes, possede bien des richesses, & soit susceptible d'une grande variété de tours. Ne réunira-t-elle pas en soi le génie de la plupart des autres langues? Ne sera-t-elle pas plus propre qu'aucune autre à exprimer toutes les pensées de l'esprit humain? Quel avantage n'est-ce pas aussi de posséder des images plus fideles de tous les grands écrivains des autres nations, & de mieux s'aproprier leurs trésors! Que nous importe qu'il faille moins de génie à ceux qui traduisent en cette langue, pour aprocher de leurs modeles? Jouissons de leurs travaux, & félicitons-les d'avoir eu moins de difficultés à vaincre.

Ces assertions sont vraisemblables. Cependant il s'offre ici quelques réflexions, que je propose comme de simples doutes.

Une langue si pliante n'aura-t-elle pas un caractere moins original? N'est-il pas aparent que la nation qui la parle n'aura pas encore produit beaucoup de grands génies, qui se la soient apropriée, & qui, en maniant cet instrument, en ayent tiré, pour ainsi dire, des sons particuliers? Ne se pourroit-il pas encore qu'une langue ne fût si propre à la traduction, que parce que les auteurs qui l'auront employée, se seront, en général, plus occupés à traduire qu'à composer de génie?

S'il y a une langue rebelle à la traduction, c'est la Françoise: on lui en fait un reproche, qui paroît fondé, & je ne serois pas surpris que les traducteurs françois, irrités des obstacles qu'elle leur opose, se rangeassent du parti de ceux qui se plaisent le plus à la déprimer: mais si l'on considere combien, dans tous les genres, il y a de grands écrivains dans cette langue, ne pourroit-on pas dire qu'elle se prête difficilement à traduire, parce

qu'elle a des beautés qui sont à elle? si cela étoit, ce qui paroît l'effet de sa pauvreté, le seroit de sa richesse.

Ce qui le feroit soupçonner est la difficulté que l'on rencontre à traduire en d'autres langues les bons ouvrages des auteurs françois. Si leur langue avoit toute la pauvreté qu'on lui attribue, ce seroit un jeu pour les écrivains des autres nations que de faire d'excellentes versions de ces auteurs. On peut douter cependant qu'il soit plus facile de traduire La Fontaine, Racine, Bossuet, Mad. de Sevigné &c. que les bons écrivains d'Italie & d'Angleterre. N'en résulteroit-il pas que si la langue Françoise manque de plusieurs avantages des autres langues, elle en a de particuliers?

On fait à ces assertions une réponse bien honorable aux écrivains françois, en disant que si leur langue avoit été plus favorable au génie, ils auroient donné des ouvrages fort supérieurs encore à ceux qu'ils ont enfantés. Mais la France n'est pas tout à fait malheureuse d'avoir produit autant ou plus de grands génies qu'aucune autre nation, quoiqu'ils n'ayent eu pour véhicule de leurs idées qu'un idiôme que l'on s'efforce à décrier. Il faut bien que cet idiôme si ingrat pour des esprits médiocres, ne le soit pas entierement, lorsqu'il est manié par un heureux génie.

Il est difficile d'assigner les rangs entre divers écrivains originaux: il ne le seroit pas moins si l'on vouloit aprécier exactement le mérite des traducteurs. Il leur faut plus ou moins de génie, à proportion de l'analogie que les langues ont entr'elles.

Quand on possèdera le dictionnaire général & comparatif de toutes les langues, tâche immense que Mr. Gebelin a promis de remplir & qui n'est pas au-dessus de ses forces, on pourra sans doute faire un parallèle plus exact des langues; mais un dictionnaire ne peut pas contenir tous les tours dont elles sont susceptibles.

Lorsqu'une langue a peu de conformité avec une autre langue, il est très difficile qu'elle en imite les tours. Mais, dit-on, (& ceci mérite d'être encore un peu discuté) pourquoi seroit-il impossible de trouver des tours aussi heureux que ceux de l'original? Si le traducteur étoit bon poëte, &

qu'il

qu'il eût les mêmes idées à exprimer que celles de son auteur, il est probable que sa langue ne se montreroit pas ingrate.

Il est encore plus probable qu'il n'auroit pas toujours les mêmes idées à exprimer, vu la différence des tems, des lieux & des mœurs, & ne fût-ce que du génie des langues. Sans doute un grand écrivain s'asservit sa langue, & lui fait prendre le caractere de son esprit; il crée les tours dont elle est dépourvue, & il l'enrichit tellement que l'on confond l'éloge de la langue avec celui de l'auteur: mais les tours qu'il crée, sont au moins analogues au génie de sa langue; l'influence qu'elle a sur la nature & sur la liaison de ses idées est une cause si cachée, qu'il ne peut toujours l'appercevoir.

Plus une langue est formée, plus cette cause agit; & voilà pourquoi lorsqu'un idiôme est arrivé à sa perfection, il ne paroît plus que rarement des écrivains originaux. L'usage devient un maître plus inflexible; auparavant la langue se plioit davantage au génie; c'est maintenant le génie qui se plie davantage à la langue: cet empire tyrannique de l'usage inspire même quelque timidité à l'écrivain, & rend la marche de son esprit moins libre.

Cependant, dans la naissance même d'un idiôme, un écrivain est obligé d'en respecter, jusqu'à un certain point, les loix, s'il veut transmettre ses ouvrages à la postérité.

Il est donc probable que si un auteur eût écrit dans un autre idiôme que le sien, il n'eût pas toujours dit précisément les mêmes choses, & que le génie de cet idiôme eût eu quelque influence sur le tour de ses pensées, eût donné naissance à des beautés d'un autre genre (*). Qu'on juge après cela de la situation du traducteur, circonscrit dans un cercle plus étroit, obligé, pour ainsi dire, de parler une autre langue, sans dénaturer la sienne.

Bayle a dit que si Homere étoit né dans ces derniers siécles, il auroit été plus grand poëte. Je n'examine pas ici cette assertion: mais à ne considérer que la seule différence du génie des langues, sa poësie auroit eu un caractere bien différent. D'ailleurs ne pourroit-il pas y avoir des esprits qui s'adapteroient mieux au génie d'une langue qu'à celui d'une autre? Tel qui trouve un charme inexprimable à cadencer des syllabes dont le mêtre est

(*) Voyez la Dissertation de Mr. Michaelis sur les langues, qui a été couronnée par l'Académie.

bien marqué, & propre, en satisfaisant l'oreille; à peindre fortement nos pensées, peut en trouver beaucoup moins à combiner des rimes qui ne flattent que l'oreille, & il peut sentir son génie se refroidir par la peine que l'on a quelquefois de les rencontrer. Mr. de Voltaire a raporté qu'ayant demandé à Pope pourquoi Milton n'avoit pas écrit en vers rimés, Pope lui répondit, *he could not, il ne le put*. Quand cela seroit vrai, Milton n'en sera pas moins un génie sublime; il étoit peut-être plus propre à écrire dans la langue d'Homere que dans une langue qui n'auroit pu souffrir l'absence de la rime.

Je quitte cette courte digression, où je me suis engagé pour faire mieux sentir que la regle si souvent prescrite aux traducteurs, d'écrire comme leur auteur eût écrit dans leur langue, ne leur est pas d'un grand secours, & qu'elle peut même quelquefois les égarer. S'il paroît que cet auteur auroit produit des beautés d'une nature différente, le traducteur aura assez de peine à deviner quelles seroient ces beautés; & il fera beaucoup mieux d'imiter, autant qu'il peut, le modele qu'il voit, que de s'engager dans la région des possibles.

Quand on dit que le traducteur doit écrire comme l'auteur eût fait dans cette langue, on ne songe pas assez que comme il n'y a pas deux hommes dont les traits soient parfaitement semblables, de même il n'y a pas deux esprits qui ayent précisément le même tour, ce qui présente sous un point de vue singulier l'entreprise de traduire, & en fait sentir la difficulté. On ne songe pas non plus assez que l'auteur & le traducteur ne sont pas dans les mêmes circonstances: celui-là n'est pas restreint par l'imitation; la liberté dont il jouit, augmente sa verve; quoi de plus propre à amener d'heureux tours? celui-ci ne doit pas être froid, ni s'abandonner entierement à son feu; il ne doit être ni esclave, ni libre.

Loin d'imposer aux traducteurs la regle d'écrire comme leur auteur eût écrit dans ce siécle, regle qui produit bien des copies foibles & tronquées, on feroit peut-être mieux de leur imposer, au contraire, celle-ci, c'est d'écrire comme ils eussent fait à la place & dans le siécle de leur auteur. Ce seroit du moins le moyen de se mieux pénétrer de l'esprit de son original,

& d'être lui-même, autant qu'il sera possible en écrivant dans une autre langue; au lieu qu'en se pénétrant trop de la maxime reçue, l'auteur risque souvent de n'être que ce qu'est le traducteur.

M'accusera-t-on de vouloir apesantir le joug de la traduction? Mais qui doit s'assujettir ici? L'auteur sera-t-il l'esclave de son traducteur? ou celui-ci s'astreindra-t-il à suivre, d'aussi près qu'il se pourra, son modele?

J'ai déja dit que le traducteur & le poëte ou le grand écrivain qu'il traduit, étoient placés dans des circonstances bien différentes. Je dois le faire mieux sentir encore, & je me flatte que ce qui me reste à dire sur ce sujet, ne sera pas indigne de votre attention.

Si le poëte écrit avant que sa langue soit entierement formée, son génie a une assez grande influence sur le génie de sa langue: la liberté dont il jouit, ajoûte au feu de ses idées; il pourra créer des tours plus hardis, qui auront encore l'agrément & la fraîcheur de la nouveauté. Aussi est-ce là l'époque où naissent d'ordinaire les meilleurs écrivains, lorsque la langue n'est ni trop barbare, ni énervée par le luxe d'une trop grande culture.

Le traducteur ne peut guere être placé dans des circonstances aussi heureuses. Car si nous suposons que le génie de sa langue ne soit pas encore fixé, il risque, en traduisant, de former un ouvrage métisse, de dénaturer son idiôme en l'assujettissant trop aux tours d'un idiôme étranger. L'écrivain original qui viendra ensuite créer des beautés plus analogues au génie de la langue, anéantira par-là-même l'ouvrage du traducteur, & le reléguera dans la classe des livres barbares. Ceux qui savent combien il en coûte d'écrire purement en traduisant, ne demanderont pas ce qui empêche que, dans ces circonstances, le traducteur ne triomphe de ces difficultés.

Si nous suposons que le traducteur écrive lorsque sa langue est toute formée, il sera, à cet égard, dans une plus grande contrainte que son auteur; à la gêne de traduire, se joindra l'obligation de suivre davantage le génie de sa langue. Pensera-t-on, au contraire, que la langue étant enrichie d'un grand nombre de tours, pourra favoriser son travail? Mais ces tours ne se plieront pas facilement aux tours d'une autre langue. D'ailleurs il lui sera plus difficile d'écrire d'une maniere originale. Lucrece, Virgile,

Horace ont chacun un stile qui leur est propre. Lisez-les dans quelque traduction que ce soit: vous n'y trouverez jamais, au même point, ce ton caractéristique qui les distingue l'un de l'autre, aussi bien que de tout autre auteur.

Nous terminerons ce Mémoire par quelques considérations sur l'harmonie des langues.

On peut distinguer, à cet égard, deux sortes d'harmonie. L'une consiste, en général, dans des sons agréables à l'oreille, qui se lient facilement entr'eux, & où l'on évite autant l'uniformité que la cacophonie. La Musique a de même une harmonie dont l'effet principal est de flatter l'oreille. On ne peut disconvenir que les langues ne different considérablement dans leurs modulations. Les langues du midi sont plus chantantes; elles sont remplies d'aspirations qui les rendent plus moëlleuses; leur cadence est mieux marquée, ainsi que les intervalles de leurs sons, d'où naît plus de variété. Elles peignent la douce situation d'un peuple, qui, favorisé de la nature, & pouvant satisfaire aisément ses besoins, se complait dans un heureux loisir, cadence ses mots sans les précipiter, & manifeste sa joie par ce qu'Aristoxene apeloit *le chant du discours*. Les langues du Nord, au contraire, étant, en général, plus sifflantes & moins modulées (*), peignent un peuple plus occupé de ses travaux, craignant de ne pouvoir suffire à ses besoins, portant un ton plus brusque dans les entretiens, & retraçant dans ses paroles quelque légere image du sifflement des vents & de la tempête (**). Quelque changement que la culture aporte ensuite à un idiôme, elle ne peut en altérer entierement le caractere.

Mais comme on se lasse bientôt d'une Musique qui ne fait que plaire à l'oreille sans rien peindre, l'harmonie, par excellence, dans le discours, naît de la ressemblance des sons des mots avec les objets qu'ils représentent, ressemblance qui résulte quelquefois de la cadence de tout un vers ou de toute une période, & quelquefois du son d'un seul mot. L'empire de l'harmonie poë-

(*) Les exceptions sont en très petit nombre, & il ne feroit pas difficile de trouver la cause de ces exceptions.

(**) Plutarque dépeint ainsi les Teutons; Δυσπρόσωποι τὰ εἴδη, φθόγγον τε καὶ θόρυβον οὐχ ἑτέροις ὅμοιοι. *Virorum Parallel. Marius.*

tique eſt très étendu ; elle peut, ainſi que la Muſique, imiter des objets qui frapent plus nos autres ſens que celui de l'ouïe. Virgile, par exemple, peint admirablement par la mélodie douce & lente de ces beaux vers, le calme & le bonheur des habitans de l'Élyſée ;

Devenêre locos lætos, & amœna vireta
Fortunatorum nemorum, ſedeſque beatas. (*)

Le philoſophe ſe contente de parler à l'eſprit. Le poëte veut parler tout à la fois à l'eſprit, à l'oreille & au cœur : pour cet effet, il emploie, le plus qu'il lui eſt poſſible, des ſons imitatifs, afin de nous rendre les objets comme préſens : le chef-d'œuvre de ſon art, c'eſt que, dans un ſeul & même tableau, il peigne par les tours & par les ſons, qu'il ſoit en même tems peintre & muſicien.

Lorſque ſon ſujet ne lui préſente pas des ſons imitatifs, il doit du moins être fidele à l'harmonie. Par-là il peut embellir les plus petits objets. Qu'Homere ait à dire qu'un de ſes héros ſe chauſſe, l'idée eſt commune, le vers n'eſt pas un des moins harmonieux ;

Ποσσὶ δ'ὑπαὶ λιπαροῖσιν ἐδήσατο καλὰ πέδιλα.

Si les langues different à l'égard des tours, elles different plus encore à l'égard de l'harmonie. Les mots, dans l'origine du langage, étoient, pour ainſi dire, nos idées elles-mêmes, puiſqu'ils étoient la peinture immédiate & fidele de l'impreſſion que nous recevions des objets : cette peinture hiéroglyphique diſparut ; mais elle ſubſiſta encore, en quelque ſorte, dans le ſon des mots ; car le ſon peut être hiéroglyphe. Les mots & même pluſieurs tours ſe tranſmettent d'une langue dans l'autre ; mais il n'en eſt pas de même de leurs ſons : il eſt naturel que, dans ce paſſage, ils ſubiſſent quelques changemens, & prennent quelque choſe de plus arbitraire. Dans la haute antiquité, les noms des villes, des fleuves, & les noms d'hommes réveillent tous l'idée de quelqu'un de leurs attributs, & ils l'expriment quelquefois par le ſon de ces noms ; pour nous, c'eſt une peinture muette & inanimée. Auſſi convient-on aſſez généralement que les langues anciennes ſont plus poëtiques que les langues modernes. La Poëſie, qui choiſit les

(*) Énéid. L. 6.

mots & les sons les plus propres à faire tableau, nous raproche de la langue primitive, qui étoit toute pittoresque.

Ces langues anciennes, si belles par leur modulation, & dont chaque syllabe avoit comme une mélodie marquée, ont, à cet égard, le plus souffert de l'inondation des barbares. Le son, considéré dans sa quantité comme dans sa qualité, cette ame invisible d'une langue, a été d'abord fort altéré, jusqu'à ce qu'il se soit formé, selon le génie divers des peuples, de nouveaux systêmes d'harmonie.

La prononciation ne peut pas s'écrire aussi précisément que les mots; il est donc difficile qu'elle se transmette fidelement, & c'est par elle que doit commencer l'altération d'une langue.

Il est incontestable que ceux qui traduisent des ouvrages écrits en langue moderne, ont ici un grand avantage sur les traductions des anciens. Je ne dis pas que ceux-là puissent toujours parvenir à rendre l'harmonie propre à leur auteur; car l'allemand, par exemple, doit se prêter difficilement à exprimer la mollesse de l'italien, & ce caractere d'un doux badinage qui en dépend, & que j'exprimerois par le *molle ac facetum* qu'Horace attribue aux poësies champêtres de Virgile. Mais on conviendra que pour rendre l'harmonie d'un auteur, c'est déja beaucoup que de pouvoir la bien connoître.

Les traducteurs des anciens veulent imiter une harmonie dont ils ont une idée au moins plus imparfaite. A force d'étudier les langues anciennes, on peut acquérir une connoissance assez distincte de leurs tours; mais, quant aux sons, on peut tout au plus en aprocher; nous ne pouvons pas savoir précisément jusqu'à quel point nous copions ou gâtons leur harmonie, en lisant les anciens. Et si nous observons que chaque nation prononce les langues anciennes à peu près de la même maniere que sa propre langue, cela confirmera tout ce que nous avons déja eu occasion de remarquer sur l'influence du goût national. Je ne disconviens pas que toutes les langues n'ayent un fond d'harmonie qui leur est commun, qui ne sauroit être absolument altéré par la différence de leur prononciation, & que d'ailleurs chaque nation les prononçant à sa maniere, les raproche au moins d'un systême d'harmonie: néanmoins il est certain qu'il y a des délicatesses particu-

lieres à chaque langue, délicatesses qu'il sera toujours difficile de rendre dans une autre langue, lorsqu'on les connoîtra, mais bien plus encore lorsqu'on n'en aura qu'une connoissance moins parfaite.

Il en résulte que pour traduire les auteurs anciens il faut, en général, avoir plus de goût que pour traduire les auteurs modernes. La connoissance que nous avons du caractere d'un écrivain, quelques beautés cachées que nous sommes parvenus à démêler, la finesse & le fréquent exercice de ce sentiment qui constitue le goût, peuvent nous éclairer au milieu de ces ruines anciennes. Il ne faut donc pas s'étonner si des Savans qui n'ont eu que le seul secours de l'érudition, ont eu si peu de succès en traduisant les anciens.

Insistons encore un peu sur la difficulté qu'il y a de traduire, si je puis m'exprimer ainsi, les sons.

Chaque langue a des sons ou durs ou moëlleux, mais non dans la même proportion, ni dans le même mélange. L'écrivain ou le poëte choisit ceux qui peuvent lui convenir. Si sa langue lui offre des sons rudes, tandis qu'il lui en faut qui soient doux, il forme une autre association d'idées; & c'est un des exemples de l'influence qu'a la langue sur le génie de l'écrivain. Le traducteur ne trouve pas toujours à son gré des sons correspondans à ceux qu'il veut imiter, & cependant il doit rendre les mêmes idées. C'est ici un des cas où le traducteur, sans être infidele à son original, peut s'écarter de la lettre. Tel vers n'a que le charme de l'harmonie; si on ne la retrouve pas dans la traduction, on ne peut pas dire, à proprement parler, qu'il soit traduit. Mais lorsque le traducteur sacrifie une partie de l'idée en faveur de l'harmonie, il donne une prise fort aisée à la Critique.

Comme l'harmonie considérée dans le sens le plus étendu, ainsi que l'harmonie imitative, est une des qualités essentielles du poëte, de l'orateur &, en général, de tout écrivain éloquent, ces auteurs, qui brillent encore par la hardiesse & la beauté des tours, offrent les plus grandes difficultés à la traduction.

Il n'est peut-être point d'auteur plus difficile à traduire que Tacite, & cependant il ne se distingue point par l'harmonie: mais l'énergie & l'extrême

concision de ses pensées ont produit dans une langue déja très concise par elle-même des tours si hardis, si serrés, qu'il est extrêmement pénible d'en conserver la force dans une langue beaucoup moins concise.

Les réflexions que nous avons faites sur la différence du génie des langues, nous ont conduits à plusieurs observations qui tendent à montrer que l'art de traduire n'est pas aussi facile qu'on le supose communément.

Longin & d'autres Rhéteurs ont observé avec raison qu'en dérangeant un tour dans une période, ou seulement en y substituant un mot à un autre, on voit s'évanouir la beauté de toute la période, tant les beautés qui dépendent du tour & de l'harmonie, sont délicates. Quel n'est pas le dérangement que risque d'essuyer une période dans la traduction! ce n'est pas un mot ou un tour que l'on y change; il faut quelquefois renverser tout l'édifice; & l'on ne peut pas employer les mêmes matériaux pour le relever; il faut, avec des matériaux différens, bâtir un édifice qui ressemble au premier de la maniere la plus frapante; il faut, en dérangeant un plan, trouver un arrangement semblable. Je laisse à décider si, pour y réussir, le goût n'y doit pas être secondé du génie.

Un ouvrage dont la traduction enrichit une langue, peut être considéré comme des fruits entés sur un autre arbre; *miratur non sua poma* (*). Plus ces fruits sont délicats, plus cette greffe demande une main habile. L'habileté doit être d'autant plus grande que l'on peut être assuré que la greffe les détériore, bien loin de leur être favorable.

On conçoit que les auteurs les plus originaux offrent les plus grands obstacles à la traduction. Si, pour éclaircir ma pensée, on me permettoit de reprendre des comparaisons dont j'ai fait usage dans ce Discours, je dirois qu'ils ont broyé habilement toutes les couleurs que leur fournissoit leur langue, & qu'ils en ont formé de nouvelles teintes, dont ils possédoient seuls le secret; ou qu'ils sont dans le cas de ces musiciens habiles, qui tirent de leur instrument des sons tout nouveaux, lesquels tiennent dans l'étonnement. Ces auteurs ont choisi dans leur langue les signes les plus propres à représenter

(*) Virg. Géorg.

représenter leurs idées, & ils en ont fait le plus heureux alliage, suivant le caractere de leur esprit. Si, par exemple, ils excelloient du côté de la force, ils ont comme épuisé les tours les plus nerveux de leur langue: s'ils excelloient par l'harmonie, ils se sont apropriés tout ce que leur langue a de plus harmonieux. Quelque riche qu'elle ait été, elle ne l'étoit pas encore assez au gré de leur imagination; les beautés qu'ils lui ont communiquées ont servi à la perfectionner, & à lui donner un caractere aussi singulier, aussi original que leur propre génie.

Si cela est vrai, & s'il y a une si grande différence dans le génie des langues, ainsi qu'on ne peut le contester, une traduction est en beaucoup d'endroits comme une seconde création. Bien loin que cette pensée soit propre à enorgueillir les traducteurs, il me semble qu'elle doit leur inspirer une juste timidité. On sait l'histoire de ce peintre qui, tout grand qu'il étoit par lui-même, ne voulut pas toucher avec son pinceau à un tableau de Raphaël, &, par respect pour ce dieu de la peinture, rétablit en pastel ce que le tems y avoit endommagé. Combien de traducteurs, qui, bien qu'ils ne soient pas dans un cas tout-à-fait semblable, pourroient tirer quelque profit de cet exemple! S'ils pensoient qu'ils doivent donner comme une seconde vie aux tableaux d'un grand maître, le pinceau trembleroit dans leurs mains, & ils ne travailleroient ni avec tant d'assurance ni avec tant de légéreté.

Il nous reste à donner dans un troisiéme Mémoire quelque dévelopement à ces dernieres réflexions, que nous n'avons fait qu'indiquer, & à déduire encore plusieurs conséquences qui en découlent.

SUR LA PHILOSOPHIE DE L'HISTOIRE.

PAR M. WEGUELIN.

QUATRIEME MÉMOIRE.

Les faits qui tiennent à l'ordre physique & à la nature animale ont une vérité relative aux loix prescrites à l'économie de notre corps.

Les vérités historiques ou de fait different des vérités de spéculation en ce que celles-ci ont un rapport identique ou tel qu'une proposition est contenue dans l'autre ou peut y être ramenée, au lieu que celles-là sont les résultats de toutes les raisons déterminantes que suppose l'existence de tel ou tel fait ou phénomene du monde politique & moral. Ces sortes de phénomenes ou faits remarquables ont cela de commun avec les faits & les expériences du monde physique, que pour leur production il faut admettre des deux côtés un assemblage complet de raisons productrices. Si aucun phénomene de la nature n'a lieu qu'à la suite de l'action combinée de toutes les causes productrices, il est également vrai de dire qu'il n'y a point d'évenement dans le monde politique & moral qui n'exige le concours des raisons soit internes soit externes qui étoient nécessaires pour le rendre précisément tel qu'il est & pour le faire paroître dans telle combinaison de circonstances plutôt que dans toute autre. A force d'observations sur le monde physique on est parvenu à remonter jusqu'à la connoissance des raisons universelles ou des loix de la nature, dont tous les phénomenes particuliers ne sont que les explications & les modifications différentes. Comme par son organisation & le méchanisme de son corps l'homme suit les loix prescrites aux parties solides & fluides dont il est composé, tout ce qui se rapporte à l'homme physique doit être mis dans la classe des phénomenes relatifs à la doctrine du mouvement & des corps. Ainsi la vérité d'un fait de cette

espece dépend de son analogie avec les loix de l'économie animale, & l'on peut établir la regle générale: que l'assemblage des loix auxquelles sont subordonnées toutes les fonctions animales est à la somme des mouvemens du corps humain, comme chaque acte individuel est à la cause physique qui l'a produit. Aussi longtéms donc que l'homme ne suit que les loix simples de la nature, & qu'il en éprouve le pouvoir irrésistible, ou qu'il est dans l'état de nature, toutes ses actions ont la même uniformité que celle qui a lieu dans le regne animal. L'homme alors étant beaucoup trop passif pour pouvoir être censé agir de son chef, on n'a besoin pour le connoître que de bien considérer toutes les données que nous fournissent la nature, le climat & le local. La nature agissant alors sur lui avec toute son énergie, on ne peut opposer aux impressions qu'il reçoit à chaque instant que des obstacles peu proportionnés à la force de ses habitudes. Aussi est-il infiniment difficile de faire changer l'homme naturel & de lui faire goûter ce qui ne s'accorde pas avec son état brut. L'on n'a pas encore assez réfléchi sur la distance presque infinie qui se trouve entre l'homme brut & l'homme policé. Le premier, pour être apprivoisé & rendu propre aux fonctions de la vie sociale, doit s'accoûtumer à ne pas suivre indéterminément les loix de l'habitude & de la nature, qui exercent sur lui un empire absolu. Sans le secours des illusions de l'esprit & de l'imagination on ne seroit jamais parvenu à faire agréer des plans de police & de réforme aux peuples bruts, & il faut regarder les fables dont se servoient les premiers législateurs comme autant de moyens absolument nécessaires pour contrebalancer les effets de la force & de l'action constante des loix physiques.

Vérité des actes & des faits qui résultent de l'imagination.

C'est le propre de l'imagination que de s'identifier avec l'objet qu'elle représente. Lorsqu'elle peut agir sans qu'il se mêle à ses illusions des notions capables de les dissiper, chacune des images qu'elle produit opere le même effet qui seroit résulté de l'objet même, s'il avoit été présent ou s'il pouvoit se réaliser. Il s'ensuit que l'homme brut est entierement asservi aux loix de l'imagination. Au sortir de l'état physique, l'homme éprouve le pouvoir des premieres images dont on a su le frapper & le pénétrer. Hors d'état d'examiner & d'apprécier chacune de ces notions, il les adopte

ſur la parole de ceux qui les lui ont communiquées, incapable de fixer les divers dégrés de la probabilité, il les confond & il aime à ſe repréſenter les objets comme réellement exiſtans. L'Indien qui de bonne foi croit à la métempſycoſe, regarde la vie des animaux & des inſectes comme ſacrée. Il ne peut même que penſer ainſi, parce que la vivacité de cette idée de la transmigration des ames n'eſt affoiblie en lui par aucune notion accompagnée d'un plus haut degré de clarté & plus analogue à ſon tour d'eſprit & aux objets qui l'environnent. Il obéit donc aux loix univerſelles preſcrites à tous les êtres capables d'imagination, en vertu desquelles une notion plus clairement & plus vivement conçue qu'une autre produit une action plus forte & plus continue. Car la loi de l'imagination eſt telle qu'on donne le même degré de probabilité ou d'exiſtence à tout ce qui tient à une image qu'à ce qui exiſte en effet, dès que cette image eſt devenue habituelle & pratique. *L'empire* de l'imagination eſt tel qu'elle ramene à l'idée dont elle s'eſt fortement prévenue ce qui d'ailleurs n'y paroît avoir aucun rapport. La principale image, centre en quelque ſorte de l'activité de l'eſprit, influe ſur toutes ſes idées. C'eſt pour cela qu'il eſt beaucoup plus aiſé d'expliquer les oppoſitions qu'ont rencontrées de la part des idolâtres des dogmes qui banniſſoient toutes les images, qu'il ne nous eſt facile de comprendre la maniere dont ces peuples ſont revenus de leurs erreurs favorites. Ces ſortes de réformes paroiſſent entierement impoſſibles dans l'état brut, à moins qu'à des images d'une certaine eſpece on n'ait l'habileté d'en ſubſtituer d'autres qui n'en ſoient pas trop différentes. Dans l'état policé ces ſortes de changemens ſont d'une exécution beaucoup moins difficile, à cauſe des notions auxiliaires que la culture de l'eſprit & des mœurs plus épurées fourniſſent au Réformateur. Malgré tout ce que les individus d'un corps ſocial font pour l'éclairer ſur la nature des notions reçues & publiquement autoriſées, il eſt cependant vrai de dire que chaque peuple a des idées qui lui ſont propres & admet un certain nombre d'opinions ſociales qu'il regarde comme autant de vérités inconteſtables. L'intérêt & l'honneur national venant à l'appui de ces notions, il y eſt d'autant plus attaché qu'il les croit plus inſéparables de ce qui doit concourir à la gloire & à la proſpérité publique, que chacun ſe repréſente d'après les no-

tions généralement reçues. Pour le porter à agir il faut emprunter les motifs de ce qui paroît vrai en sens public & national. Tant que les idées de la grandeur romaine furent profondément gravées dans l'esprit de chaque citoyen par la persuasion où il étoit qu'il y participoit réellement, ni moraliste, ni orateur, ni philosophe ne seroit venu à bout de faire varier la façon de penser du peuple romain. Pour produire un changement à cet égard, il fallut une nouvelle combinaison de circonstances, à laquelle s'accoutumerent peu à peu dans les générations suivantes des ames qui n'avoient plus l'énergie qui distinguoit les anciens habitans de Rome.

Indépendamment de la considération métaphysique & abstraite de ces phénomenes & de ces faits du monde politique & moral, ils ont une vérité qui consiste dans l'analogie de ces faits avec leurs notions directrices, & dans l'assemblage des causes qui devoient les produire en vertu de ces notions & des arrangemens pris en conséquence. Pour connoître la nature des choses qui se sont passées chez un certain peuple, il suffit souvent de considérer quelles étoient les notions publiques coëxistantes & de quoi l'imagination étoit alors le plus fortement prévenue. A mesure que ces idées ont un cours plus libre & moins interrompu par les institutions politiques & sociales, elles déterminent plus universellement les actions publiques, qui, dans les anciens tems, avoient l'uniformité & la durée des actions physiques. Un certain genre de vie & un jugement public appuyé sur le ton particulier de l'imagination d'un peuple devinrent la regle de sa conduite & la mesure de ce qu'il avoit à espérer ou à craindre. La morale & la jurisprudence particuliere de chaque nation n'ont d'autre origine que les notions & les images qu'elle se fait du bonheur & du malheur public. A l'aide de sa logique & de sa morale, entant qu'adaptées à ses usages, on peut expliquer toutes les variations que ce peuple a subies & trouver les raisons pour lesquelles au milieu de ces changemens & de ces révolutions il est toujours resté le même, puisqu'une nation ne met de diversité dans ce qui tient à son caractere, & à son intérêt national qu'à l'égard de la maniere de le développer & de l'appliquer, Ainsi l'empire exercé par l'imagination est beaucoup plus étendu & moins restreint en sens public & national que dans aucun cas particulier & indivi-

Tous les faits qui répondent aux images généralement reçues ont une vérité relative à la certitude des effets qui doivent en résulter.

duel, parce que le citoyen varie plus impunément que l'État, dont la consistance est plus forte & plus durable.

Les notions attachées au bonheur ou au malheur nous font observer des regles universelles & contiennent des déterminations bien sures de nos actions.

L'homme seroit toujours esclave de ses opinions & asservi aux fantômes d'une imagination échauffée par des objets capables de faire une profonde impression sur lui, si l'expérience ne lui fesoit naître des soupçons sur la nature des idées qu'il a adoptées. Comme ses premieres idées l'engageroient trop avant dans le monde idéal, il se presse d'en sortir, & travaille à rectifier ce qu'il y a de faux & d'illusoire dans ses principes. L'expérience lui apprenant à ne pas précipiter ses jugemens sur le bien & sur le mal, il prend enfin pour regle ce que des expériences réitérées lui ont fait trouver avantageux ou nuisible. Indépendamment des mœurs sociales, chacun se fait des principes qu'il honore du nom de bon-sens & il ne varie dans la maniere dont il s'y conforme que par le plus ou le moins d'attention qu'il y donne. Tous les hommes s'accordent à tâcher de faire durer le sentiment d'une sorte de bien-être qu'ils ont goûté pendant quelques instans. A proportion que l'apperception d'un plaisir ou d'une sensation agréable a été vive, on cherche à la faire renaître plus fréquemment, & cela au risque d'émousser la pointe de ces plaisirs & de leur ôter ce qu'ils ont de piquant. Il en est de même du sentiment désagréable, que l'on voudroit éloigner pour toujours, & les plus grands efforts à cet égard ne coûtent rien à celui qui s'est vivement représenté sous l'idée d'un grand malheur un accident fâcheux. Ces regles ayant une influence universelle dans tous nos actes personnels, il est clair qu'elles nous déterminent à prendre des mesures qu'on ne sauroit expliquer par l'uniformité constante des procédés humains. Lorsqu'on connoît donc l'idée qu'un homme attache à une sorte de plaisir ou de déplaisir & en même tems la maniere dont il en est affecté, on ne peut ignorer la nature & la suite des efforts qu'il fera tant pour se procurer l'un que pour fuir l'autre. Ainsi les actions qui tendent à obtenir le bien & à éviter le mal ont une vérité intrinseque & une conformité avec les regles universelles dont l'homme ne s'écarte jamais. S'il paroît se plaire à des idées & avoir des vues qui conduisent plutôt à l'infortune qu'au bonheur, c'est qu'il a joint à ses notions des considérations accessoires qui, sous la face imposante du

bonheur, lui ont fait prendre le change. Ce sont particulierement les notions sociales qu'on a instituées dans le dessein de modérer les impressions trop fortes que doivent faire sur nous le plaisir & la douleur. Une législation est à cet égard d'autant plus parfaite, qu'elle nous fait faire plus & de plus grands sacrifices de nos sentimens instantanés, ce qui n'arrive que dans le cas où la police est une éducation publique & nationale. Ces sortes de plans de correction & de réforme de nos jugemens sur le bonheur & sur le malheur ne réussiroient jamais, si l'expérience ne démontroit à l'homme l'erreur dans laquelle il tombe en regardant une certaine espece de plaisir ou de déplaisir comme un cas particulier compris sous un principe universel. En raisonnant sur ce qui est agréable & utile la majeure de tout syllogisme moral & pratique est toujours vraie, mais la mineure, qui range dans une certaine classe de bonheur tel ou tel plaisir, est très souvent fausse. L'expérience concourant alors avec la législation, l'homme fait par devoir ce qu'il seroit obligé de faire quand il ne consulteroit que ses vrais intérêts.

La nécessité de ces moyens extérieurs, & même de ceux de la contrainte, résulte de la nature des expériences morales & pratiques, qui est telle qu'on peut aisément se tromper dans leur application, en les fesant naître, non de tel ou tel vice, mais d'un défaut de circonspection & de prudence, ou plutôt de quelque combinaison de circonstances fortuites ou purement accessoires. Les expériences les plus multipliées laisseroient donc l'homme dans l'erreur & il donneroit à ces preuves morales & pratiques des explications peu favorables à un dessein de réforme, si la nature des erreurs commises à cet égard ne nous engageoit dans des conflits ou des situations pénibles & génantes par la difficulté de se déterminer, à cause des inconvéniens & des obstacles qu'on trouve de tous côtés. Ces collisions sont d'autant plus fréquentes & plus fâcheuses pour chaque individu que le corps social est mieux constitué. Il seroit parfait, s'il opposoit à chaque erreur pratique un remede analogue à la multitude des maux que l'introduction de ces erreurs pourroit causer à la société. Mais la meilleure législation ou celle qui resserre le mieux les liens socials ne se propose pas le bonheur pris dans un sens universel, mais seulement dans un sens restreint, qui le rend compa-

Les conflits socials produisent une sorte de sens commun qui differe dans chaque État selon la nature de sa législation & qui détermine les démarches publiques & sociales.

tible avec une certaine espece de bien public déterminé par la nature & la forme de la constitution. Si les réglemens des corps politiques n'abolissent pas les erreurs, ils servent du moins à les diminuer, en augmentant le nombre des conflits & des situations désagréables qui doivent naître de telles ou telles erreurs, selon la nature & la forme de tel ou tel corps social. Comme dans l'état de la liberté indéterminée ou de nature ces conflits ne peuvent avoir lieu, rien n'y nécessite l'homme à réfléchir & ne le fait revenir de ses erreurs. Delà vient que les hommes qui vivent dans un état approchant de celui-là ne changent gueres de sentimens & d'habitudes; au lieu que dans l'état social l'homme se trouvant dans des situations embarrassantes, cherche à en sortir & à les prévenir dans la suite par un certain nombre de regles qui forment le sens commun, pris dans une signification politique & sociale. Lorsqu'on n'a que le degré de raison que portent la nature & les collisions de certains rapports socials, & qu'on ne cherche pas à en rectifier & étendre l'usage par celui de la raison universelle ou de la véritable intelligence, on n'est pas encore fort avancé dans l'étude de la sagesse. On peut apprécier celle-ci d'après les idées sociales, en sorte qu'il y a, pour ainsi dire, une raison appropriée à sa constitution & au local de chaque pays. C'est pour cela que le politique qui connoît les prémisses & les principes des jugemens portés sur les intérêts publics, sait en même tems la maniere de raisonner de chaque individu entant qu'il se regarde comme intéressé au maintien d'une certaine portion de bonheur public. La seule différence qu'il puisse y avoir à cet égard se rapporte à la connoissance des vices ou des défauts de tel ou tel ordre de gouvernement, laquelle étant plus parfaite dans les uns leur rend l'observation plus aisée qu'aux autres, qui n'ont pas assez de force dans l'esprit & d'énergie dans l'ame pour remonter jusqu'aux principes de la prospérité universelle. Il ne seroit pas même convenable pour l'état social & pour le bien qui en résulte qu'il y eût un trop grand nombre de personnes qui sussent faire abstraction de la prospérité sociale & qui voulussent la rendre trop universelle ou assortie aux intérêts primitifs & réels de l'homme. Ces sortes de spéculations nuiroient aux liens socials & ne feroient que les rendre moins propres à fortifier la constitution telle qu'elle est établie par

le

le cours des évenemens, & leur influence variable sur la forme de la constitution. Si l'on étoit bien persuadé que les vices de ces formes sociales ne sont que relatifs, on n'exposeroit jamais un État à la destruction, par des projets de réforme exécutés avec trop de violence & d'une maniere peu assortie à la nature de telle ou telle législation politique & civile.

Les procédés de chaque nation prennent la teinte de l'esprit & du principe de la constitution.

Les conflits sociaux engageroient l'homme dans mille démarches qui seroient contradictoires & opposées l'une à l'autre, si le principe de la constitution ou la nature du lien social ne lui donnoit une espece de stabilité uniforme & constante, en fesant tendre les actions publiques de chacun à soutenir & à consolider la forme de la constitution. Les uns y étant amenés par la force & les autres par l'habitude & la persuasion, on voit se former des suites d'actions & de plans qui aboutissent au maintien du lien social. Comme chacun est intéressé à la conservation de l'ordre social, la nature spécifique de cet ordre détermine les efforts qu'on doit faire pour en prévenir la destruction. On y est plus nécessité à proportion de la force avec laquelle le Chef de la société resserre les liens sociaux, & unit plus étroitement chaque citoyen à sa personne. Cette union prenant la forme de la dépendance & de la soumission complete dans les États despotiques, elle n'y est maintenue que par l'action instantanée du principe politique de l'État sur les forces & sur la volonté de chaque individu. C'est par ce moyen qu'on produit des procédés qui sont caractérisés par l'habitude de rester purement passif dans tout ce qui concerne l'État & de borner son activité à se bien mettre dans l'esprit du Chef. Ainsi l'on donne l'exclusion à tout ce qui a sa source dans la noblesse des sentimens. Tout étant forcé & violent, l'administration de chaque office est une image du despotisme du Prince, & les maximes de cet ordre de gouvernement s'étendent sur tout l'Empire. Dans le gouvernement monarchique on joint la considération de l'intérêt public & national au soin d'obtenir l'approbation du Souverain, & l'on combine dans les actes publics ces deux rapports. Comme la nation en corps ou un certain ordre de personnes y prennent part aux délibérations & à l'exécution, on n'est pas aussi indifférent sur le suffrage national que dans les gouvernemens despotiques. La législation, les mœurs & les intérêts des divers

ordres de citoyens les excitent à la conservation de tout ce qu'ils considerent sur le pié de prérogative & de privilege. Comme ces immunités tiennent au sort de la société, on est vivement affecté de tout ce qui sert à l'améliorer ou à la détériorer. Cet intérêt n'est pas cependant aussi vif & aussi permanent que dans les États libres, où chacun participe plus ou moins au gouvernement & à l'administration. Ainsi l'intérêt particulier & personnel se joint dans ces États à l'intérêt public & national, ou plutôt l'une de ces considérations se confond avec l'autre. C'est-là la vraie raison de la vivacité & de l'énergie du patriotisme qui anime les républicains. La grande chaleur avec laquelle ces citoyens se portent à toutes les actions publiques ne vient pas proprement d'un plus grand fond de vertu que dans les autres États, mais uniquement de ce que l'intérêt particulier y est intimement uni à l'intérêt public. Plus les anciens Grecs & Romains s'empressoient à étendre la gloire & la puissance de leur patrie, plus ils se montroient injustes & violens. C'étoit-là l'effet du principe de l'intérêt particulier, qui partial & immodéré ne peut que préjudicier aux autres. Ainsi le principe de la constitution de chaque État contribue à rendre les sentimens de tous les membres de ce corps social analogues & conformes à l'action continuelle de ce principe, & l'homme doit être modifié différemment selon la nature des regles qu'il est obligé de suivre. La somme de ces modifications restreint l'activité indéfinie de l'homme, dont les actes publics ne sont plus l'expression des forces originaires de l'homme naturel, mais celle de la répartition & de l'économie de ces forces en faveur de tel ou tel lien social. Le Romain & le Grec, l'Anglois, le François, l'Espagnol & l'Arabe ont été modifiés, pour ainsi dire, à l'égard de leurs talens, de leurs dispositions & de leurs forces par l'esprit du gouvernement sous lequel ils étoient obligés de vivre.

Analyse politique des corps socials.

Par l'esprit d'un gouvernement on entend l'assemblage, l'ensemble de tous les rapports socials, soit internes, soit externes, ou de ceux qui se rapportent à l'ordre public & à son maintien. Chaque État étant un tout composé d'un grand nombre de parties, soit intégrantes, soit accessoires, il en faut connoître l'origine & la nécessité, l'influence & la liaison, l'action réciproque & l'opposition. Ce n'est que lorsqu'avec art on fait aboutir tous

ces rapports au maintien de la constitution qu'on peut dire qu'un État est bien constitué. Cette régularité doit également avoir lieu dans toutes les formes de société, & le despotisme n'a pas moins ses maximes & ses principes que le gouvernement monarchique & le républicain. Ce qui convient à l'un de ces États ne peut convenir à l'autre, ou seroit un vice politique si l'on prétendoit en faire usage. Tout dépend de l'énumération complete de ces parties & de ces rapports, & de la maniere de les ranger subordonnément l'un à l'autre. Il y a des États où cette énumération est plus aisée à faire; & la difficulté à cet égard croît avec l'entrelassement des parties qui forment la constitution intérieure d'un pays. Celle des États libres étant la plus compliquée & la plus variable, c'est celle où l'on est le moins sûr de n'avoir rien oublié, puisqu'il faudroit mettre en ligne de compte les forces & les dispositions de chaque citoyen autorisé par les loix à agir en homme public. Dans les États libres ces énumérations se rapportent à des classes ou ordres de citoyens qui n'ont droit d'influer dans le gouvernement que par la réunion de leurs droits & de leurs titres. Comme ces prééminences n'ont pas lieu dans les États politiques, il y est moins difficile de se faire une notion exacte de cet ordre de gouvernement, qui étant de tous le plus simple & le plus uniforme admet la connoissance la plus exacte. C'est à cause de cette simplicité & de cette uniformité qu'il produit les plus grands effets sur l'esprit & sur le caractere des sujets, au lieu que les impressions politiques des autres ordres du gouvernement sont arrêtées & interceptées par un grand nombre de collisions & de conflits. La preuve qu'il ne faut supposer qu'une influence très bornée d'un gouvernement libre sur les mœurs & sur les sentimens, s'appuie sur les changemens rapides & violens de la façon de penser & d'agir des membres d'un État libre, qui dans le cours de quelques siecles passent du plus haut degré de vertu à la plus grande scélératesse. Car les vices dans les républiques une fois corrompues sont beaucoup plus atroces que dans aucun autre ordre de gouvernement; & il se passa des horreurs à Rome & à Syracuse inconnues dans les États soumis à un seul Chef. Les révolutions dans les États tendent à corriger les vices du gouvernement, au lieu que les divisions qui troublent les États libres les dépravent & les font même entière-

ment dégénérer. Si la maniere dont ces sortes d'États se forment & s'affermissent les fait paroître dans le jour le plus favorable, le tems au contraire où ils tendent à leur destruction ne présente que confusion, que grands écarts, que vices odieux. Ainsi les seuls périodes où ces sortes de constitutions paroissent à leur avantage sont ceux où des sentimens de patriotisme & de zele pour le bien public produisent l'union de tous les citoyens. Dans tous les autres cas on ne voit pas agir & prévaloir l'État entier, mais un parti, une opinion, un avis. Il est fort rare que dans les États monarchiques le Monarque & la nation ayent le même but. C'est-là le privilege réservé à ces grands Monarques qui ne regnent pas moins sur l'esprit & sur le caractere que sur la personne de leurs sujets, & ce n'est que sous ces regnes signalés par de grandes actions qu'on voit la nation déployer toutes ses ressources. Le contraire précisément arrive dans les États despotiques, où l'objet de la moindre conséquence doit autant occuper des esclaves que l'intérêt le plus important & le plus essentiel. Le caprice du Souverain met en mouvement toute la machine politique & consume autant de forces que s'il s'agissoit du besoin le plus essentiel & le plus pressant de l'Empire.

La meilleure maniere de faire l'énumération des parties qui entrent dans la constitution d'un corps politique est de le comparer avec les intérêts des sociétés particulieres.

Le probleme de faire de bonnes formules des parties qui constituent un corps social étant accompagné de tant de difficultés, il en faut chercher la solution dans les sociétés particulieres dont chaque corps d'État n'est que l'assemblage. Un État militaire ne doit pas suivre d'autres maximes que celles qui sont prescrites à chaque Régiment; & un État maritime présente exactement tout ce qu'observe une grande Compagnie de marchands. On trouve des deux côtés le soin de se conserver & de se défendre, le désir de fournir à ses besoins & à ses aisances, des efforts enfin pour entretenir l'amitié, l'union, la dignité & le véritable honneur. Les sociétés politiques ressemblent encore aux sociétés particulieres, en ce que les premieres s'attachent comme celles-ci à régler tous les sentimens sur le modele de celui qu'on a principalement en vue. On saisit l'esprit d'une constitution, lorsqu'on connoît l'objet favori d'une nation dans lequel elle met toute sa dignité. Comme l'attention prêtée à cet objet par la nation est une suite des événemens & des intérêts nationaux, il faut l'y rapporter & savoir, comme dans

les sociétés particulieres, quelles étoient les raisons par lesquelles on a été conduit à la considération particuliere de tel ou tel objet. Dans le cas où cet objet de l'activité nationale est simple & uniforme, son influence sur les mœurs & sur les usages est beaucoup plus marquée qu'elle ne l'est dans les États où les maximes du Monarque different de celles du peuple. Comme cela arrive quelquefois dans les États monarchiques & toujours dans les États despotiques, il y a beaucoup plus de variété dans la façon de penser & d'agir de ces peuples que dans les pays où les maximes dominantes du peuple influent sur le gouvernement & lui donnent en quelque maniere le ton. Comme ce ne sont que les peuples décorés de grandes immunités politiques & civiles qui font sentir leur influence dans les affaires publiques, ce ne sont aussi que ces sortes de nations qui s'accordent dans la modification & dans la direction de leurs penchans, au lieu que dans tous les autres pays le gouvernement se contente de faire servir les penchans & les travaux des citoyens aux vues dirigées par des principes ou variables ou constans, selon que le gouvernement est sage ou mal réglé.

Les principes d'une constitution fondée sur les sentimens de la nature & propre à les produire unit plus intimement qu'une autre les membres d'un corps social.

Tout dépend de l'union plus ou moins intime de tous ces rapports publics, qui leur sert de principe & de point d'unité. Ce principe tient-il aux sentimens naturels, comme à celui de la conservation & de la défense, ces principes étant universels & adoptés de chacun en particulier, ils servent à unir plus étroitement tous les citoyens que s'ils n'étoient que factices & purement politiques ou tirés des intérêts variables qui s'appuient sur la combinaison des circonstances & sur le local. C'est par cette raison que les anciennes républiques avoient de si grandes forces; leurs principes & leurs vues intéressoient également chaque citoyen & l'unissoient étroitement aux autres. Si l'on a vu de grands Empires tomber & s'anéantir entierement, cette destruction, qui substituoit un lien social différent à celui qui avoit eu lieu auparavant, venoit uniquement de ce que l'union de tous les membres de la société n'étoit produite que par la contrainte, laquelle cessant d'agir sur tous les membres de ce corps social, le laissoit sans force & abrégeoit sa durée. La nature ne fortifioit pas le sentiment de la soumission & de la crainte, & le peuple se félicitant de se tirer d'une situation gênante,

ne fesoit aucune difficulté de nourrir l'espoir d'améliorer son sort. La sagesse politique, en répartissant une infinité de biens & d'avantages différens, peut en plus d'une occasion tenir lieu de l'énergie des sentimens naturels & produire des effets équivalens à ceux de la liberté la plus indéterminée. Lorsque chaque citoyen non seulement est sûr de conserver ce qui lui appartient en propre, mais a encore mille perspectives qui favorisent ses talens & ses vues d'industrie, il doit être attaché au gouvernement en raison de la multiplicité des avantages qu'il en retire. Si par la variété des intérêts & des vues d'un tel corps social, tous ses membres ne sont pas unis intimement, il suffit qu'ils adherent au gouvernement avec toute la force & toute la vivacité du sentiment de l'intérêt particulier. C'est au nombre & à l'importance de tous ces biens distribués par un gouvernement sage & bien réglé que doit équivaloir l'intensité de la force employée pour contenir dans le devoir un peuple soumis au despotisme.

Le sentiment du patriotisme est aussi efficace dans les États monarchiques que dans les pays libres.

Pour s'intéresser à une constitution il faut être disposé à l'aimer. Or l'homme n'aime pas seulement un objet à cause de la part qu'il doit avoir à sa possession, mais aussi parce qu'il le considere comme un moyen propre à améliorer son sort. De là vient l'attachement vif & constant qu'on a pour le service de bons & de grands Princes. Comme il est fondé sur la connoissance de leurs belles qualités, ces dispositions sages & bienfaisantes du Prince deviennent une source intarissable de prospérité publique & privée ou personnelle. Les citoyens les plus zélés n'ont jamais aimé leur constitution & leur patrie avec plus d'ardeur & de zele que lorsque leur ame a été pénétrée des vertus & des bienfaits du Monarque. L'attachement qu'ils vouoient à ses intérêts & à sa gloire valoit bien le patriotisme le plus républicain. L'honneur d'être admis à coopérer aux vues d'un grand homme éleve l'ame & lui fait éprouver les sentimens les plus délicieux. Une image vivante de la justice, de la magnanimité & de la modération doit agir plus puissamment sur un esprit capable de sentir le prix de ces vertus, qu'un recueil de loix nationales maintenues par des Magistrats qui ne nous en imposent point. Si le patriotisme est une espece d'instinct dans les pays libres, où il est confondu avec l'amour de soi-même, il est au contraire accompagné des lumie-

res de la réflexion & de la conviction la plus intime dans les pays gouvernés par des Princes jaloux de la qualité de Bienfaiteurs publics. Chacun de ces Princes fesant époque dans les annales de l'humanité, leur regne donne une nouvelle vie & une espece d'existence moins précaire à la nation. On conserve soigneusement dans ces pays les années & les dattes de ces bienfaits, qui se gravent beaucoup mieux dans la mémoire que quelques faits anciens, dont on ignore toujours la vraie combinaison. Le respect pour le gouvernement étant d'ailleurs beaucoup plus continu & plus égal dans les États monarchiques que dans ceux qui se gouvernent eux-mêmes, il n'en est pas autrement du lien social dans ces deux especes de constitution. Lors même que dans ces États monarchiques une dynastie a fourni quelques excellens Princes, on attache la gloire nationale à sa prospérité & à sa durée; au lieu que dans les pays libres il n'y a jamais de telles suites de Magistrats; ils sont, ou trop puissans pour s'attirer l'affection des citoyens, ou trop peu ambitieux pour fixer l'attention du public.

Maniere dont les sentimens sont modifiés par les offices & les dignités dans les divers ordres de gouvernement.

Tous ces sentimens relatifs à la constitution & au gouvernement sont modifiés différemment par les offices, les dignités & les honneurs. Plus ces qualifications extérieures sont éminentes, plus les motifs qu'elles fournissent sont puissans pour nous attacher au gouvernement & à l'État. Dans les anciennes républiques il falloit prendre garde à ne pas rendre les offices trop importans & à empêcher chacun de s'y perpétuer; car le principe de l'égalité entre les citoyens choquoit tellement l'amour-propre qu'on mettoit tout en œuvre pour s'élever au dessus de ses semblables. Le pis étoit encore qu'à proportion de l'élévation où l'on étoit placé on étoit plus disposé à changer ses relations publiques en relations privées & personnelles, & que l'on fesoit d'autant plus abstraction de l'État que l'office donnoit plus de puissance & d'autorité. De là cette foule de tyrans ou de Magistrats perpétuels qui fesoient durer leur office au delà du terme fixé par les loix & accumuloient les emplois en leur personne pour augmenter leur pouvoir. Il n'en est pas de même des premiers offices dans les États monarchiques, qui approchent plus du Souverain & du trône ceux qui en sont revêtus & les mettent dans une dépendance personnelle du Prince. C'est pourquoi aucun de

ces favoris & de ces Ministres n'a pu supplanter ses maîtres & se mettre à leur place. Si les Maires du palais en vinrent autrefois à bout, ce fut par un effet de l'indolence des Rois francs; ceux-ci perdirent la confiance d'une nation qui prétendoit que ses Souverains fussent responsables de leurs actions. Sous les Princes despotiques les premieres dignités sont telles qu'on rachette les bassesses qui sont nécessaires pour s'y maintenir, par les hauteurs & par les violences qu'on se permet à l'égard du peuple. Un Visir devant être l'esclave le plus rampant & le maître le plus fastueux, il résulte de l'incompatibilité de ces deux rapports dans une seule personne un caractere trop peu décidé pour le bien & trop fortement décidé pour le mal. Ainsi ces offices ne sauroient donner, pour ainsi dire, de la consistence à l'ame, la faire accorder avec elle-même & l'élever au dessus des préjugés & des passions. Dans tous les pays où les offices publics sont administrés conjointement avec un certain nombre de personnes sous le nom de Parlement, de Tribunal ou de Sénat, l'attachement de chacun des membres de ces assemblées aux intérêts & aux immunités qu'ils possedent en commun, forme ce qu'on appelle esprit de corps. Toutes les fois que ces corps tiennent au principe de la constitution de maniere à n'en pouvoir être détachés, on voit ces Magistrats prendre peu à peu la place de ceux qu'ils étoient originairement destinés à représenter, & l'aristocratie n'a d'autre origine que le désir de faire valoir indéfiniment & d'une maniere exclusive les prérogatives de la dignité consulaire ou sénatoriale. Dans les monarchies tous ces corps civils sont contrebalancés tant par le pouvoir du Monarque que par divers autres départemens qui ne laissent à un tel corps de Magistrats que la décision des affaires qui sont de leur compétence & de leur ressort. N'étant pas comme dans les républiques les seuls qu'on ait chargés de l'administration, soit politique, soit civile, ils n'oseroient s'ingérer dans le maniment des affaires qui ne les regardent point, ni s'approprier toutes les parties du gouvernement. Un Prince est plus clairvoyant, plus attentif à ses intérêts que le peuple, & ces Magistrats n'osent s'ériger en tuteurs; au lieu que le peuple, inconstant & fantasque, succombe plus aisément aux efforts que l'on fait pour le réduire à une espece de minorité. Les Princes foibles pêchent même plutôt par un excès de

défiance

défiance que par l'oubli d'eux-mêmes & de leur rang. L'objet de la plus grande attention du Souverain doit être de prévenir les collisions qui peuvent naître entre l'autorité & la juridiction de ces corps & le principe du gouvernement. C'est dans les États monarchiques qu'on peut donner à ces offices une forme stable & subordonnée à l'autorité législative; au lieu que les limites du pouvoir de ces Magistrats dans les pays originairement libres sont bien moins fixes. Représentant tout le peuple regardé comme Souverain, ils peuvent agir en son nom avec beaucoup moins de retenue que dans un État où le Souverain s'est expressément réservé l'exercice du pouvoir absolu & définitif. Dans ces sortes d'institutions il sera toujours essentiel de ne jamais admettre deux principes d'autorité & de juridiction, mais de les ramener à la même source, puisqu'il est contradictoire de s'imaginer que le peuple puisse être représenté par le Souverain & en même tems par une puissance différente de la sienne. Dans le cas même où la nation s'est réservée l'exercice de certains droits, il faut qu'ils s'exercent au nom de son représentant & que celui-ci puisse concourir à tout ce qui aura été arrêté & réglé par des Députés, dont les instructions doivent être bornées & restreintes uniquement à ce qui est du ressort de leur office public, sans que le lien entre le chef & la nation en souffre la moindre atteinte. Au cas qu'il y ait des collisions entre le Roi & les Députés de la nation, il faut que le premier soit muni d'un pouvoir suffisant pour prévenir tout ce qui tendroit à l'anarchie & à rompre le lien social.

Les dispositions habituelles & internes de chaque membre d'un corps politique reglent & modifient les impressions du principe de la constitution.

Ces modifications des sentimens que produisent les honneurs & les offices civils ne sont pas les mêmes dans tous ceux qui vivent sous un certain ordre de gouvernement. L'homme se déterminant en vertu de ses dispositions inhérentes, ses déterminations ne se reglent pas seulement sur les impressions que font sur lui les divers ordres de gouvernemens, mais encore sur les habitudes qui résultent de l'instruction, de l'éducation, de l'exemple, & de tout ce qui successivement lui est arrivé. Quoique les éducations publiques ayent beaucoup d'analogie avec la forme de la constitution, l'homme ne laisse pas d'avoir des notions que son goût, ses intérêts & ses liaisons lui rendent très familieres, & les jugemens habituels de chacun en particulier dif-

ferent selon le degré d'attention qu'il a aquis par telle ou telle suite d'observations & d'exercices. Lorsque son esprit est au niveau de la somme des notions tirées de ses relations externes, il n'y ajoûte & n'en retranche absolument rien; mais dès que l'activité & l'étendue de son esprit passent les bornes que lui prescrivent ses rapports publics, il a des notions différentes de celles qui regnent communément. Si un tel homme vit sous un gouvernement où la force & la contrainte président à toutes les opérations publiques, il est obligé de chercher un milieu entre ses propres idées & celles que lui suggere l'ordre du gouvernement. Ne pouvant parvenir à allier & à combiner ces deux sortes de notions, il déguise les unes, se prête aux autres & devient faux & dissimulé. C'est-là la vraie raison de cet esprit de fourberie & de duplicité qui regne dans les cours orientales & parmi les sujets qui vivent dans l'oppression. Tendant à en sortir ils se livrent à leur animosité & à leur aigreur toutes les fois que couverts de l'égide du pouvoir absolu ils peuvent le faire impunément. De là résulte la violence habituelle de tous les Gouverneurs, Cadis & Magistrats inférieurs dans les pays assujettis au despotisme. Le même cas a lieu par rapport à tous les esprits bornés qui ne sauroient même entrevoir ce qui est assorti au principe du gouvernement. Ils n'en saisissent d'abord que la partie qui les a frappés le plus & n'expriment dans leur conduite que ce que le gouvernement a d'oppressif & de choquant, sans y joindre la considération des quantités qui donnent à ces sortes de constitutions un certain degré de solidité & de consistence. Comme le nombre de ces hommes grossiers passe celui des gens éclairés, ils contribuent beaucoup à rendre la masse de la nation incapable de goûter les lumieres & les préceptes de la sagesse politique & morale. Malgré les exceptions qu'il faut faire pour les hommes qui se trouvent, pour ainsi dire, aux deux extrémités de la sphere d'activité nationale, il faut avouer que tous les autres s'empressent à concilier leurs sentimens & leurs habitudes avec ce que semble exiger la législation politique & civile. L'homme, ennemi de la réflexion, généralise aussitôt un sentiment à l'objet duquel il s'intéresse le plus, & le combine du mieux qu'il peut avec ses intérêts & ses rapports politiques. Il cherche à tirer le meilleur parti qu'il est possi-

ble du gouvernement; il s'y plie & en prend peu à peu le ton. Il ne s'engage pas à la vérité dans des discussions relatives au bien & à l'influence que ses démarches particulieres peuvent avoir dans le bonheur public & national, mais se contente de sauver les apparences, & suit deux directions en même tems, celle de l'office & celle de son intérêt & de son goût particuliers. Plus ces offices sont gênans, & plus la contrainte dans laquelle il vit l'excite fortement à s'émanciper & à couvrir adroitement son jeu. Si l'on trouve beaucoup d'activité, de ruse & de détours dans la conduite de ceux qui sont accablés sous le poids des affaires, il faut l'attribuer à la réaction de l'ame dont la force & l'élasticité croissent avec l'autorité & le pouvoir. Lors-même que ces sortes de caracteres auroient une plus grande liberté d'agir & seroient moins gênés, ils ne laisseroient pas d'avoir des vues différentes de celles qu'exige leur office; tant l'habitude a d'empire sur l'homme & met peu de différence entre les objets. Dès-là qu'un penchant a dégénéré en passion, on s'y livre sans réserve, & on y revient lors-même que mille raisons tirées de la politique & du local devroient le détruire.

L'homme varie indéfiniment dans ses dispositions & dans ses penchans.

Ces habitudes ne sont pas cependant assez fortes pour empêcher l'homme de varier dans la maniere de les suivre. Comme tout ce qui lui est une fois devenu habituel n'occupe plus son esprit, il a le loisir de se porter sur mille objets différens, qui avant d'avoir été rapportés à son penchant favori, laissent la liberté à l'ame de se livrer à divers goûts. A proportion que les notions sociales qu'occasionnent les divers ordres de citoyens varient, les désirs sont plus fréquens & plus inquiets. Une nation qui a goûté les douceurs de l'aisance raffine bientôt sur les plaisirs & les recherche avec empressement; chacun en particulier fait ses efforts pour y participer. Les voies par lesquelles on parvient à ce but étant indéfinies, l'homme ébloui par l'espoir & tenté par l'appas séducteur des voluptés, n'est pas moins ardent & infatigable dans leur poursuite qu'il n'est vif, léger & inconstant dans leur usage. Comme la carriere des plaisirs s'étend à proportion que le goût qui nous y porte est plus vif & plus accompagné d'intelligence, on court après des plaisirs très variés, & l'on fait tous ses efforts pour éviter la satiété & le dégoût. Cette inquiétude des désirs se communique alors à toutes les af-

fections de l'ame, qui prennent un caractere d'inconstance. Toutes les vertus, qui demandent des efforts continus & de la persévérance, paroissent incommodes & trop difficiles à pratiquer aux nations plongées dans le luxe & dans la mollesse. La raison ou la faculté de réfléchir murement sur les choses s'affoiblit alors chez un peuple qui ne veut être qu'amusé. Comme l'usage d'une raison mâle & vigoureuse est nécessaire pour remédier aux maux de l'État, une semblable nation, par-là même qu'elle est devenue incapable de la suivre, ne peut plus se tirer de l'état d'abaissement & de détérioration où ses caprices, ses frivolités & ses goûts volages l'ont jetée. Les vues particulieres empietent tellement sur l'amour public & national qu'elles l'éclipsent presque entierement. On est attaché à l'intérêt & au plaisir proportionellement à la somme des causes occasionnelles, des exemples, & des impressions journalieres qu'on en reçoit. Si l'on est ambitieux, cette passion emprunte son énergie de la vivacité du désir d'amasser de l'argent pour avoir de quoi fournir à un plus grand nombre de plaisirs & d'aisances. Un ambitieux de cet ordre ne se fera aucun scrupule d'employer toutes sortes de voies pour percer & pour se distinguer, ne fût-ce que par un vain faste. Car le plus grand malheur de ces États corrompus, c'est qu'on n'y a d'autre mesure du mérite & de la distinction que le raffinement du luxe & qu'une élégance qui attire tous les regards. Il n'est pas même fort aisé de conduire un peuple idolâtre de l'attirail du luxe. Lycurgue le reconnut & fit par cette raison main basse sur tout ce qui pouvoit réveiller le goût de la sensualité dans les Spartiates. Il en est de ces peuples amollis & énervés comme des corps dont on craint d'irriter & de tendre fortement les fibres & les nerfs trop foibles. C'est à ce goût efféminé qu'il faut attribuer l'insensibilité avec laquelle ces hommes dévoués aux plaisirs leur sacrifient les besoins & les intérêts d'une infinité de leurs semblables. Sentant le besoin qu'ils ont de se mettre dans l'indépendance pour satisfaire impunément tous leurs penchans déréglés, on les voit très ardens à poursuivre leurs desseins ambitieux.

La vérité interne des faits ou leur con-

La vérité interne des faits ou leur analogie avec les regles & les maximes du monde politique & moral leur donne ce degré de créance qu'ils ne

pourroient avoir s'ils étoient en contradiction avec ces observations & ces principes des mœurs & des constitutions. Tout ce donc qui choque les loix du monde social, n'a pas le moindre degré de probabilité interne; & le témoignage de l'Histoire ne peut jamais suppléer à ce qui répugne à l'expérience de tous les siecles. Il n'existe donc pas seulement une critique de la narration des faits & de leur vérité, mais il faut examiner les raisons, les principes & les ressorts des actions humaines pour s'assurer que ce qu'on en dit est conforme à l'esprit de la constitution & du caractere national modifié par les talens, la position, les offices & l'éducation de chacun. La partie sur laquelle s'exerce cette critique est bien plus importante que l'autre, qui ne regarde que l'ordre dans lequel les événemens sont arrivés, au lieu que la critique des raisons & des principes des faits s'occupe à discuter les notions qui étoient alors présentes à l'esprit des agens & qui pouvoient les déterminer efficacement. La partie instructive des faits ne concerne pas les noms des personnes & des lieux avec l'assemblage des circonstances & le local, puisqu'en changeant tous ces noms & en transposant quelques-unes des circonstances on pourroit rendre un récit également intéressant. Mais il est impossible d'attribuer aux agens des notions, des principes & des motifs différens de ceux qui devoient résulter de leurs dispositions, de leur façon de penser & de leurs rapports. Ainsi ces sortes de considérations sont la base sur laquelle s'appuie l'intérêt qu'il faut prendre aux évenemens du tems passé, & la vérité interne de l'Histoire ou la considération attentive & exacte du caractere public & personnel des agens est l'ame de l'Histoire, rappelle les hommes célébres à la vie & nous admet à la connoissance de leur conduite publique & privée. Aussi c'est uniquement par-là qu'elle parvient à instruire & que, sans charger inutilement la mémoire, elle fournit à l'intelligence les données qui la menent à des conséquences & à des résultats propres à éclairer l'esprit & à lui servir de guide.

formité avec les maximes & les observations du monde politique & moral differe de la vérité entant qu'elle s'appuie sur le témoignage de l'Histoire.

La vérité des faits appuyée sur le témoignage de l'Histoire est *médiate* ou *immédiate*. Elle est médiate lorsqu'un fait sert à en éclaircir plusieurs autres déja connus, de telle sorte que le vuide qu'il laisse ne puisse être rempli qu'en l'admettant. Une nécessité hypothétique nous oblige alors à

On peut connoître la vérité des faits par la voie des rapports qu'un fait doit avoir

à une série comme leur principe, leur partie intégrante ou leur effet.

l'adopter; & le principe sur lequel on s'appuie est que jamais une suite d'événemens ne peut avoir lieu sans le secours de toutes les parties nécessaires à la production de tel ou tel effet. Si ce fait a précédé les autres & en a dû être la cause, il est clair qu'il doit contenir tout ce qui étoit requis pour cela. Une suite de conquêtes faites sous les auspices d'un Chef suppose nécessairement l'activité & les talens d'un vrai conquérant. Si nous n'avions point de lumieres sur le caractere & sur le mélange des bonnes & des mauvaises qualités d'Olivier Cromvel, le changement qu'il introduisit dans la constitution monarchique du Royaume nous feroit naître des idées analogues à celles que fournit l'Histoire. Comme tout effet doit répondre à sa cause, il faut nécessairement admettre des agens doués de l'activité & de la vigueur que l'événement annonce. S'il faut considérer un événement sur le pié de cause concourante, le raisonnement sur lequel s'appuie sa vérité n'est pas *moins* concluant que celui qui précede. Car la nécessité de ces causes concomitantes est à leur plein effet comme la cause connue est à celle dont l'existence étoit également nécessaire. Pour comprendre la rapidité des progrès d'Annibal il faut joindre à la supériorité de ses talens la confiance que mettoient en lui ses troupes, qui devoient concourir au même but; & quand aucun historien n'en auroit fait mention, cette cause de ses succès n'en auroit pas été moins évidente, puisque c'est l'accord des sentimens dans une armée qui met le plus un Général en état de déployer ses talens; & si cette confiance est l'effet de ses dispositions personnelles, il n'est pas moins vrai de dire qu'elles seroient sans effet dès qu'on ne les regarderoit plus comme le fondement de ses espérances. La même évidence n'a pas lieu lorsque les faits qu'on veut constater par leur rapport avec les autres ne sont qu'accidentels ou portent uniquement sur la maniere dont ces faits séparés d'une certaine succession d'actes nationaux ont été amenés. Les croisades tiennent si peu à la suite des faits de l'histoire d'Europe qu'elles forment un des plus grands incidens qui ait pu avoir lieu. Mais ces faits épisodiques servent cependant à completer l'histoire du caractere martial & romanesque des siecles où régnoit encore un courage brut & dépourvu de notions propres à le diriger & à le rendre utile. Après un siecle de cette espece on ne sauroit pas com-

ment cet esprit de hardiesse & d'impétuosité se seroit dissipé, si l'on ignoroit que l'Europe perdit dans les croisades l'élite de ces hommes téméraires & avides de nouveautés. Pour vérifier ces faits épisodiques & qui ne tiennent pas immédiatement à la série des événemens, il faut consulter le caractere du siecle & voir s'ils ne laisseroient pas en les omettant des vuides dans les degrés par lesquels doit passer l'esprit & le caractere des nations pour se corriger. Si l'homme, avant que d'atteindre le vrai, doit faire tous les essais possibles & tomber dans toutes les erreurs possibles, il faut que les nations, pour se corriger d'un seul vice, éprouvent tous les dommages & toutes les pertes que peut occasionner ce vice. Il n'en est pas ainsi des faits qui ne sont qu'accessoires ou amenés par une circonstance plus ou moins considérable. Ces circonstances pouvant varier, les faits sur lesquels elles sont fondées, ou qui servent à les éclaircir & à les étendre, n'ont pas plus d'authenticité. Il y a cependant une grande différence entre les faits accessoires qui portent sur les principes, les maximes & le caractere de l'agent, & ceux qui ne sont que les objets de l'amusement & de la curiosité ou qui servent uniquement à la décoration. Il nous importe très peu de savoir quel étoit l'ordre dans lequel les Romains fesoient marcher leurs illustres prisonniers dans un jour de triomphe; mais il n'en est pas de même de la violence dont usa César lorsqu'il força les portes du temple de Saturne, où étoit gardé le trésor public, puisque cette action tient à la qualité de Maître & de Dictateur qu'ambitionnoit cet heureux Capitaine & qu'il s'attribuoit dans cette occasion, en fesant envisager ses besoins comme équivalens à ceux de l'État, & en substituant son parti au Corps de la République. Les preuves tirées des rapports d'un fait moins connu à ceux qui le sont davantage empruntent leur force d'un raisonnement tel que celui-ci: Tous les faits qui doivent entrer dans une série d'actes nationaux pour les faire accorder avec leurs effets ont une authencité incontestable: tel ou tel fait appartient tellement à cette série que si on ne l'admet pas il laisse un vuide qui rend les faits suivans absolument inintelligibles: donc ce fait a une authenticité aussi grande que celle de toute la série. Il s'agit alors de bien prouver la mineure & de ne pas bâtir sa démonstration sur des preuves hypothétiques & précaires ou sur de simples

ſuppoſitions qui dépendent des faces variables ſous lesquelles on ſe repréſente ces ſortes de ſéries, & qui ſont fauſſes & incompletes dès qu'on n'y comprend point toutes les parties d'une ſérie & la maniere dont les progrès des mœurs & des ſentimens ont lieu dans des ſiecles ſucceſſifs. Ce n'eſt que dans la ſuite des événemens univerſels & nationaux que ces ſortes de conſidérations peuvent avoir lieu, parce que l'enchaînement & l'effet progreſſif des cauſes y ſont beaucoup plus marqués que dans les événemens particuliers, qui ſont ſouvent enveloppés d'un nuage, à cauſe de la multiplicité des cauſes qui ont coopéré & qu'on ne peut pas aſſez démêler, parce qu'ils ſont interrompus par des faits accidentels ou qu'ils tiennent à un trop grand nombre de circonſtances & de faits acceſſoires. Au lieu que dans les faits univerſels on eſt le maître de les conſidérer indépendamment de tout ce qui les a accompagnés, & on eſt du moins ſûr de les voir parfaitement développés & mis dans une entiere évidence politique & morale.

On peut ſuppléer aux connoiſſances hiſtoriques en y appliquant des principes & des obſervations propres à les faire connoître par induction.

La vérité des faits qu'il faut connoître par la voie de l'*induction* & de l'*analogie* eſt d'un degré inférieur à celle des faits connus par leur rapport ou médiat ou immédiat à telle ou telle ſérie de faits bien conſtatés. Il n'y a pas ſeulement des vuides dans la Politique & dans la Morale qu'il faut remplir conformément aux regles & aux maximes ſociales, mais il y a de plus des vuides hiſtoriques ou des hiſtoires incompletes dans lesquelles les faits antérieurs ou poſtérieurs à des événemens connus manquent entierement. Ce que nous ſavons des Slavons par le moyen des hiſtoriens francs & tudesques ne ſe rapporte qu'à l'état de ces peuples dans le période que ces hiſtoriens ont tracé. Les monumens hiſtoriques leur ayant manqué, ils ne pouvoient completer ce corps d'hiſtoire. C'eſt de ces hiſtoriens & en comparant attentivement leurs récits que nous apprenons la nature de leur conſtitution plus ou moins réglée. Lorſqu'on part de ce point connu & qu'on eſt inſtruit de l'état des peuples dont les mœurs & les coutumes ont été à peu près égales à celles des peuplades ſlavonnes, on peut connoître par induction quel a été leur état antérieur. Car dès qu'on ſait quels événemens ont introduit telle forme de conſtitution chez certaines nations diviſées de la même maniere, on peut établir par l'univerſalité de ces ſortes de principes

principes que des événemens semblables auront introduit un lien social de la même espece chez d'autres, par la raison que les nations demi-brutes n'agissent que par nécessité & doivent avoir été dans la même situation, puisqu'elles ont pris les mêmes mesures. Ainsi c'est d'un grand nombre d'exemples tout à fait semblables qu'on peut conclure ce qui a précédé ou suivi un événement qui faute de preuves historiques est comme isolé. Car les principes selon lesquels se gouverne le monde politique & moral ne sont pas moins universels que ceux du monde physique, & en soumettant un événement qui n'est pas entierement connu par rapport à ce qui l'a précédé ou suivi à un principe applicable à d'autres faits semblables, on ne raisonne pas moins juste que lorsqu'on subordonne des phénomenes incompletement connus aux mêmes loix de la nature qui ont influé sur des faits plus connus. Si nous étions instruits, par exemple, des conquêtes faites dans la haute & la basse Asie par Genghis-Chan & Timur, nous serions en droit d'en conclure que les peuples d'Asie auroient reçu des impressions analogues au caractere féroce & entreprenant des Tartares, parce que les conquêtes des Perses, des Grecs, des Romains & des Arabes dans ce pays nous apprennent que les Asiatiques ont été de tout tems extremement susceptibles de notions & d'usages qu'on leur imprimoit & qu'on introduisoit parmi eux par la force; ainsi la conséquence qu'on en tire n'est pas moins sure ni moins propre à répandre des lumieres sur un fait qui n'est pas assez détaillé, que s'il étoit question de connoître les procédés d'un homme dans une occurrence particuliere par la connoissance qu'on a déja aquise de son caractère, de ses principes & de ses moeurs.

Analogie des événemens historiques.

Ces considérations sont fondées sur l'*analogie* historique, laquelle consiste dans l'universalité des rapports réciproques qu'ont tous les événemens de la même espece au même principe universel qui dans diverses combinaisons de circonstances doit produire des effets semblables. Car l'assemblage des circonstances qui différencie chaque fait est comme la somme des modifications différentes des corps de la même espece, qui n'empêche pas que ces corps ne soient mis dans la même classe & rangés sous les mêmes loix de la nature. Pour ne pas se tromper il faut se représenter que le tissu de tout

ce qui sert à rendre un fait spécifiquement tel & non autre est fondé sur la combinaison de toutes les causes occasionelles. Or ces causes occasionelles sont instantanées & variables par leur nature & par-là même ne peuvent rien changer dans les directions & dans les tendances des loix universelles selon lesquelles parcourent leurs orbites & font leurs révolutions les systemes politiques & toutes les parties du monde politique & social. En comparant deux États constitués de la même maniere, les changemens qui arrivent dans tous les deux seront en raison du rapport d'égalité qu'ont leurs principes. Il y avoit ce rapport entre l'aristocratie de Rome & celle de Carthage que dans l'un & l'autre de ces États il y avoit un principe oppressif qui, partant du pouvoir & de l'autorité exclusive des Patriciens, étoit à charge au peuple & le fesoit fermenter également. Les partis & les animosités entre les Grands ne furent pas moins préjudiciables à l'un de ces États qu'à *l'autre*. Le peuple d'Athenes & celui de Syracuse qui vouloit régner, quoiqu'il n'entendît en aucune maniere l'art du gouvernement, fut très souvent la dupe de ses ennemis du dehors & du dedans; d'habiles imposteurs firent succomber l'un & l'autre. C'est que les vices de la constitution y étoient entierement les mêmes & devoient produire les mêmes effets. Les révolutions d'un État se ressemblent encore par l'impression successive d'un principe du gouvernement qui y étant inhérent ne peut jamais être corrigé. Quoiqu'il y eût une grande variété dans la maniere dont ces révolutions furent excitées, elles ne laissoient pas d'être toutes les suites & les effets immédiats d'un vice originaire dans la forme du gouvernement. Pour bien connoître l'Histoire Byzantine on doit tâcher de saisir les causes politiques & universelles qui ont rendu le peuple de Constantinople si inquiet & si remuant. Après en avoir bien approfondi le caractere, il faut chercher dans la forme de l'Empire grec ou dans sa constitution les raisons qui ont empêché les Empereurs de mieux assurer leur vie & d'extirper un mal dont l'influence se répandoit sur tout l'État. A la faveur de ces connoissances solides & exactes on peut parvenir à comprendre les révolutions différentes qui ont eu lieu dans la capitale de cet Empire. Il est à la vérité beaucoup plus intéressant de circonstancier, d'analyser & de spécifier chacune de ces révolutions que de déduire un

de ces faits des principes politiques de la constitution; mais au défaut des données & des notions historiques, on fait du moins l'analogie que tel fait doit avoir avec la constitution fondamentale & qu'il a été produit par les mêmes conflits qui avoient bouleversé tant de fois l'Empire. Cette analogie a lieu par rapport au caractere & aux mœurs tout comme en sens politique & civil. A Rome & à Pékin les regnes des Princes foibles tels que l'Empereur Honorius laisserent des traces funestes après eux, & dans tout Empire constitué comme l'étoit l'Empire germanique du tems de Henri IV, le mélange singulier de talens, d'écarts, de vertus, de vices qu'on vit dans cet Empereur, auroit produit des effets semblables. En fait de politique & de mœurs il suffit d'avoir quelques données pour expliquer un fait au moyen de l'analogie que ces données ont avec un autre qui est mieux connu. Les intérêts politiques & moraux des hommes & des États sont même de telle nature que les uns exigent & supposent de toute nécessité les autres, qu'on peut admettre sans courir le moindre risque de se tromper. Car la constitution d'un État oblige un Prince d'agir conformément à tels ou tels principes; & s'il s'en écarte par le conflit des événemens & du local, il est forcé d'y revenir & fera mille tentatives pour rétablir l'ancienne constitution altérée & affoible par tel ou tel malheur, ou par quelque idée illusoire que ce puisse être, dont la fausseté est mise en évidence par les catastrophes qui en ont été les suites. Les regnes des Plantagenets ont à cet égard une grande analogie avec ceux des Empereurs germaniques après le siecle des Othons & la dynastie de la Maison de Saxe, puisque des deux côtés on s'empressa à rendre au pouvoir royal & impérial son premier lustre ou à le rétablir tel qu'il fut du tems des Princes normans qui régnoient sur l'Angleterre & des Empereurs saxons. Ces efforts plus ou moins puissans, combattus par un grand nombre d'incidens & d'évenemens fâcheux, firent enfin naître dans ces deux États un ordre de gouvernement qui différoit du premier & de la constitution originaire à proportion du nombre, de la diversité & du succès des partis qui s'étoient déclarés contre le pouvoir absolu. Lorsqu'un tel État a pris une direction & une pente particuliere, la suite des événemens nationaux ne doit être considérée que comme une suite d'efforts faits par le

Roi & la nation pour retarder ou pour accélérer l'établissement du pouvoir réparti entre plusieurs ou concentré dans un seul. Depuis le commencement de la dynastie des Capétiens l'histoire de France expose la suite des tentatives des successeurs & descendans de Hugues Capet & de Saint Louis pour établir l'autorité royale sur la ruine du pouvoir féodal des grands Vassaux de la couronne; au lieu que l'histoire germanique depuis les Empereurs de la Maison de Franconie indique une tendance tantôt plus tantôt moins sensible à établir une aristocratie de Princes, à laquelle le tissu des événémens aboutit enfin. Tous les incidens de cette histoire ou les faits qui paroissent épisodiques n'ont pu anéantir la force du principe qui existoit déja & n'ont fait qu'en interrompre pour quelque tems la force, l'activité & l'influence. Tant il est vrai qu'une puissante direction donnée une fois à la suite des faits publics & nationaux est indestructible. L'analogie que ces faits ont entr'eux au moyen d'un principe & d'une force motrice qui les dirige est telle qu'elle ne sauroit s'altérer ni par des circonstances contraires, ni par aucun conflit, de quelque nature qu'il puisse être. Une vérité ou une erreur politique, reconnue & commise dans le tems où la constitution pouvoit être considérée comme originaire & bien combinée, a des suites qui ne cessent de produire des effets analogues à leurs principes, que lorsque par le nombre & la grandeur des efforts qu'on a faits pour consolider une constitution ou pour l'abolir entierement, on a rempli sa tâche & satisfait à tout ce qui étoit nécessaire pour atteindre ce but.

L'art d'observer favorise beaucoup celui qui fait trouver l'analogie des événemens.

On ne réussira jamais dans la considération de l'analogie des faits si l'on n'a cet esprit observateur qui doit mettre l'historien en état de voir dans une infinité de faits qui arrivent tous les jours les germes des dispositions & des penchans qui ont souvent changé la face des États. Combien d'hommes qui transportés à Rome auroient été des Catons ou des Paul-Émiles, des Marius & des Catilinas? L'assemblage des circonstances, des mœurs & des usages qui a caractérisé tel ou tel homme ne doit être regardé que comme son habillement, qui n'auroit en rien changé ses dispositions intérieures. Le trait de sagesse qui à donné tant de relief à tel ancien Héros s'accorde avec ce que dans des conditions fort inférieures à celle de ce grand homme

on a vu pratiquer mille fois. L'Histoire, en ne présentant que des événemens que la puissance & la considération qu'avoient aquises les agens ont rendus mémorables, nous induit plus d'une fois en erreur, en nous fesant considérer les hommes illustres de tous les siecles comme des ames privilégiées, quoique dans le fond plusieurs personnes, dans la même combinaison de circonstances & affectées comme ces héros le furent, eussent sans doute agi de la même maniere. Ce n'est donc pas seulement l'Histoire ancienne & moderne qui fournit ces sortes d'analogies; elles peuvent être tirées de l'usage du monde & du commerce de la vie. Il ne s'agit que d'observer avec beaucoup d'exactitude & d'attention tout ce qui se passe autour de nous. Tel Observateur remarque mille choses dans les hommes qu'un autre auroit négligées; rapprochant toutes les expressions & toutes les nuances du beau il trouve des analogies qui échapent à une infinité d'autres. L'historien imite l'homme de goût en rapprochant tous les siecles & en les unissant dans un principe, dans un sentiment, dans une notion qui a exercé son empire sur un grand nombre de personnes. L'orgueil d'un Seigneur du village & les duretés dont il se rend coupable à l'égard de ses paysans lui rappellent les siecles où l'on ne connoissoit que les hommes libres & les serfs. Il voit dans le pouvoir exigeant d'un Seigneur les traces des siecles féodaux où la Noblesse formoit le seul ordre de l'État, exerçoit l'office de Juges, de Magistrats, & de Chefs militaires d'un district. Les distinctions que s'arrogent les Patriciens d'aujourd'hui lui retracent l'idée du pouvoir sénatorial des anciennes républiques; & dans les extorsions d'un Bacha il voit celles des Proconsuls, des Préfets & des Préteurs. Les hommes dirigés par les mêmes principes & animés des mêmes motifs ont joué des rôles entierement semblables. La seule différence c'est que d'autres spectateurs demandoient une autre décoration, un autre langage & un autre style. Car le ton qui convenoit aux uns ne doit pas convenir en même à ceux qui dans des siecles différens veulent être amusés & ébranlés différemment. L'homme de tous les siecles seroit celui qui auroit l'esprit assez vaste & assez souple pour prendre le ton de chaque nation. La difficulté d'atteindre à ce ton universel seroit à peu près semblable à celle qu'on éprouveroit si l'on vouloit aquérir,

l'accent national dans toutes les langues. Comme la vie de l'homme est trop courte pour saisir toutes ces nuances, elle ne suffit pas pour apprendre à se conduire selon les mœurs & les usages de chaque nation. Les plus grands génies, à force d'avoir étendu & approfondi une idée, deviennent moins propres à rendre une idée différente avec la même énergie. César, avec toutes les qualités qui le mettoient en état de triompher des Romains, n'auroit pas été un grand Sultan; & d'un Consul romain dans le premier & le dernier âge de la république on n'auroit jamais pu faire un Doge de Venise, parce que les modifications de ces divers caractères & offices publics n'admettoient aucune analogie avec la combinaison des circonstances & du local.

Les faits individuels sont entierement fondés sur la foi historique.

Ces voies par lesquelles on connoît la ressemblance & l'analogie des événemens ne concernent que ceux qui sont publics & nationaux, parce que l'universalité de leurs principes s'étend sur tous les faits compris dans un certain genre de notions directrices; au lieu que les faits individuels & particuliers ne sont tels que par le caractere spécifiquement propre & distinct de leurs circonstances & déterminations extérieures. Il est donc beaucoup plus difficile d'établir la ressemblance qu'il y a entre ces sortes de faits que celle qui se trouve entre les faits universels. La certitude de ces récits dépend uniquement de la foi historique & de ce qu'on n'omet absolument rien de ce qui pouvoit déterminer l'agent & produire le plus grand effet de l'action. Lorsqu'on a assez de données pour prêter aux raisons & aux motifs de l'agent le plus haut degré de probabilité, ou qu'on fait lever toutes les difficultés qui s'opposoient à sa détermination, on ne peut rien exiger de plus. Il faut seulement être attentif à ce qu'on ne fasse intervenir aucune raison déterminante qui ne soit appuyée sur une circonstance, un incident & un rapport qui ait pu produire cet effet sur l'esprit & sur les facultés actives de l'agent, selon ses dispositions intérieures & la position où il étoit alors. Souvent une seule de ces raisons déterminantes en valoit plusieurs; & il suffit d'alléguer le motif qui présent à l'esprit de l'agent a pu avoir une pleine efficace. Lorsque l'Histoire se fonde sur la maniere dont les caractères d'une certaine espece se déterminent communément, elle satisfait à ce qu'on peut attendre d'elle. Tout dépend à cet égard de la sagacité d'esprit avec laquelle on saisit les dispositions actuelles

de quelqu'un dans le tableau du local & des circonstances qui a affecté l'agent. Si les données historiques ne suffisent pas pour cela, il faut appeler à son secours les observations qu'on a faites dans le cours ordinaire de la vie, où l'on se souvient d'avoir vu des personnes qui avoient à peu près les mêmes dispositions ou qui se trouvoient dans la même situation. Plus on a l'esprit nourri de ces sortes de réflexions & d'observations, mieux on sait les appliquer, & plus aussi on est éloigné de prêter à l'agent des idées, des desseins & des vues qui ne s'accordent pas avec son caractere & sa façon de penser & d'agir. Cette idée qu'on s'est faite de la portée & du tour de l'esprit d'un agent ne doit jamais être si universelle qu'on ne le fasse varier, changer d'avis & de sentimens selon les impressions différentes que les conflits & la face des affaires produisent en lui. Ce qu'il y a de plus essentiel c'est d'être bien attentif à ne jamais supposer à l'agent trop de réflexion dans un tems où il étoit occupé d'un grand objet & où il se passionnoit pour quelque chose. L'esprit alors préoccupé ne peut se livrer qu'aux idées qui sont assez fortes & assez vives pour l'entretenir dans cette douce illusion. Comme alors l'homme ne considere un objet qu'à travers le nuage de la prévention, il ne faut faire entrer dans ses plans que les idées qui l'occupoient dans le tems & qui se présentoient à son esprit avec l'évidence de la persuasion. Dans une semblable disposition, la moindre lueur d'espoir suffit pour nous ébranler. Ainsi les motifs qui nous déterminent lorsque l'ame se trouve dans cette assiette, sont très différens de ceux qu'il faut employer lorsqu'elle est indifférente & de sang froid. Combien de fois n'arrive-t-il pas que l'ame violemment agitée par l'espoir ou par la crainte n'a que des idées confuses de ce qui se passe en elle, & ne pourroit s'en rendre raison? Il seroit donc inutile de vouloir analyser méthodiquement ce que la chaleur de l'imagination a confondu. C'est à l'éducation, au caractere & aux états antérieurs par lesquels a passé l'ame, qu'il faut rapporter les phénomenes singuliers & frappans de ces sentimens actuels. Souvent les circonstances & un incident qui nous a le plus frappé influent dans une résolution promte & inattendue. Comme ces sortes d'impressions varient dans chaque individu, parce qu'elles supposent un accord entre son état actuel & ce qui l'a pu produire, on ne peut

jamais établir des paralleles ni se servir des voïes de l'analogie pour ces sortes de cas particuliers & personnels.

Maniere de considérer la certitude des faits que l'on peut diviser en plusieurs parties qui se sont succédé.

En parlant de ces faits il faut se représenter qu'ils ne consistent que dans un seul acte & souvent dans un acte momentané. Il n'en est pas de même de ceux qui peuvent être décomposés en plusieurs faits particuliers, parce que le but qu'on vouloit atteindre contenoit plusieurs difficultés qu'il falloit vaincre successivement, ou parce que l'agent s'est représenté l'objet sous diverses faces, dont chacune demandoit une tendance particuliere ou un rapport qui lui étoit propre. Il ne faut pas oublier en même tems qu'il y a des cas où l'esprit borné de l'agent est obligé de passer d'une considération à l'autre, parce qu'il n'a pas assez d'étendue pour rassembler tous ces divers points de vue & les relations qui en dépendent. Ainsi l'action est un composé de plusieurs actes dont chacun a ses motifs & ses ressorts, qu'il faut analyser & considérer spécifiquement comme l'agent. Il y a mille événemens qui, considérés de loin, paroissent être les effets d'une seule détermination, mais qui en contiennent réellement plusieurs qui se succédoient dans l'ordre que l'ame observe dans ses mouvemens graduels; ou qui y laissent des vuides, parce que l'ame passoit rapidement & comme par saillies d'une considération à l'autre & suivoit uniquement une sorte d'inspiration. En mille occasions l'homme sujet à prendre le change fait preuve en même tems de force & de foiblesse, de sagesse & de folie, d'attention & de stupidité, de vertu & de vice. On ne parvient à déchiffrer ces énigmes & à débrouiller le chaos des sentimens humains qu'en considérant attentivement l'agent & en remarquant à l'aide d'un certain nombre d'observations sur ce qu'il y a eu de variable dans son caractere les impressions que les divers rapports successifs de l'objet devoient faire sur lui. Ce n'est qu'à force de s'identifier en quelque sorte avec un caractere, qu'on peut le saisir & connoître ce qui a dû se passer dans l'ame; & celui-là seul qui s'est beaucoup familiarisé avec lui-même & qui est souvent descendu dans le fond de son ame pour y chercher les vrais ressorts de ses meilleures actions & de ses déréglemens les plus honteux, a lieu d'espérer quelque succès dans l'examen du caractere des autres. Ce qu'il y a de plus fâcheux encore c'est la nécessité où l'on se trouve

trouve souvent de concilier les divers témoignages rendus sur la même action. Dans ce cas il faut mettre pour base & regarder comme incontestable la partie de la narration dans laquelle deux témoins, d'ailleurs irrécusables, se sont accordés, parce que leur témoignage n'auroit pu être uniforme, si l'événement considéré sous deux diverses faces ne leur eût paru également vrai. Or rien ne constate davantage un fait que lors que sa vérité perce à travers les illusions du préjugé & de la prévention & qu'elles ne donnent aucune prise. La diversité même du caractere & de l'intérêt des témoins dépose en faveur de la vérité d'une narration qui, pour mettre ces deux témoins d'accord, a dû être telle qu'il étoit impossible de la nier, ou de la déguiser. Ce point d'uniformité dans une partie de la narration doit servir à faire disparoître la diversité des autres témoignages. Car après s'être bien assuré que ces témoins ne s'étoient pas laissé tromper ou ne vouloient pas tromper eux-mêmes, on doit comparer les récits différens avec ce qui est bien avéré & rejeter aussitôt le témoignage qui y répugne le plus, ou qui nous feroit tomber en contradiction, en nous obligeant de nier ce qu'on avoit d'abord admis sur de bonnes preuves. En rapprochant ensuite de ce qui est véritable chacune des autres parties par voie d'éclaircissement & d'extension, on apprend ce qui tient à l'événement en question & ce qui en est éloigné. Rien ne doit nous paroître plus suspect que le soin qu'il faut prendre de recourir aux suppositions & aux hypotheses pour concilier deux récits & pour les faire accorder avec ce qui est bien connu. Ces cas supposés & hypothétiques font toujours violence à la vérité historique, parce qu'ils ne sont pas tirés de la nature & du fond de la chose, mais de l'esprit de l'historien, qui n'a rien de commun avec celui de l'agent que l'insuffisance du désir de le connoître. D'ailleurs un homme qui entre dans ces voies détournées ne le fait que parce qu'il ne voit pas clair dans ce qui constitue la vérité historique. Or dans une semblable disposition d'esprit, où on lutte avec des difficultés insurmontables, on n'est gueres en état d'imaginer ce qui s'accorde le plus avec la clarté & l'évidence historique, mais on rapportera à un fait quelques notions aquises avec lesquelles il n'a d'autre convenance que celle qu'y trouve un Auteur intéressé à soutenir sa these. Ces difficultés crois-

sent encore lorsque les parties d'un événement qu'il faut concilier avec d'autres sont imparfaitement énoncées. Ce cas a lieu dans l'histoire des négociations, des intrigues & du manege de la Cour, où chacun des agens use de la plus grande dissimulation & cherche à duper les autres. Un tiers qui assiste à ces scenes & qui est entierement neutre est seul en état d'en faire un détail exact; il n'y réussit que par le soin qu'il prend d'examiner attentivement le plan & le systeme que chacun en particulier cherche à faire prévaloir, en suscitant mille difficultés aux autres & en déguisant sa propre opinion de toutes les manieres propres à la faire recevoir & à cacher ou pallier ce qu'elle renferme de préjudiciable. Avec ces Protées il faut changer à chaque instant de ton & de langage; & la vérité d'un récit consiste alors dans l'accord de toutes ses parties avec les qualités, les dispositions & les desseins variables des agens.

Les faits extraordinaires ne s'appuient que sur la foi historique.

De ces faits different entierement les faits réputés extraordinaires, à cause des qualités singulieres que l'agent y a déployées & des incidens inattendus de l'action. Quand les forces extérieures employées par l'agent ne sont pas en proportion avec l'effet produit par l'action, ces sortes d'événemens font exception aux regles prescrites aux forces productrices du monde physique & moral. L'homme plongé dans l'étonnement & mis hors d'état d'agir lorsqu'une perception qu'il n'a jamais eue vient le frapper, n'est pas en état d'examiner & d'apprécier la cause de ce fait singulier. Il reste donc purement passif dans les premiers instans où il se sent ébranlé & il ne peut communiquer aux autres que l'effet de son admiration & de sa frayeur. Ainsi ces sortes de récits ne seront jamais dignes de foi, que par une comparaison exacte de l'effet avec la cause & par une discussion tranquille & soigneuse des témoins qui l'attestent. Comme un tel fait n'a point d'analogie avec les autres, il est immédiatement soumis à la foi historique & à l'authenticité du témoignage. Les témoins ne seroient pas même en état de décrire tout ce qui s'est passé dans leur ame à l'occasion de ces impressions subites qui les mettoient dans une sorte d'extase. Un Israélite qui auroit tremblé d'effroi au pié du Mont Sinaï, eût été hors d'état d'exposer tous les mouvemens tumultueux qui auroient agité son ame dans ce moment & de

dix témoins on eût entendu dix récits différens, selon la diversité des impressions que la voix tonnante du Dieu d'Israël produisoit dans chacun d'eux. Ce trouble qu'éprouve toute une nation est alors la seule preuve qu'on puisse alléguer en faveur d'un tel fait. Cette preuve suffit pour ceux qui sont intéressés à soutenir cette créance, mais elle ne suffit pas aux spectateurs impartiaux & aux âges futurs, qui veulent examiner les fondemens sur lesquels s'appuie tel ou tel fait.

Considération de la certitude du témoignage historique.

Le témoignage historique étant immédiatement requis pour les faits qui ne peuvent être subordonnés aux principes & aux regles que nous connoissons, il faut recourir uniquement à la vérité du témoignage. Les tribunaux nous fournissent à cet égard les meilleures manieres de prouver l'authenticité d'un témoignage. On y recuse d'abord l'assertion de témoins ignorans, stupides & perdus de réputation, parce qu'il est immédiatement nécessaire qu'un témoin ait pu & voulu savoir tel ou tel fait. Son ignorance étant ou vincible ou invincible, elle ôte toute créance à celui qui ignoroit un fait par l'une ou l'autre de ces raisons. Car s'il a été à portée de l'apprendre & s'il ne l'a pas appris, cela est venu ou de ce qu'il n'y fesoit pas attention ou de ce qu'il n'y pouvoit être attentif. Dans le premier cas il ne peut pas être témoin, puisqu'il impliqueroit contradiction de prétendre savoir une chose & de ne la pas savoir en même tems. Le second cas coïncide avec le premier & y joint encore une difficulté de plus, qui vient de l'impossibilité ou physique ou morale. La premiere se rapporte à l'absence & la seconde à un vice habituel du corps & de l'esprit qui a rendu un tel homme incapable de rendre témoignage. Un sourd & un aveugle, un esprit stupide & dérangé n'ont pas les notions requises pour rendre un témoignage valide. Les cours de justice ont des regles beaucoup plus exactes pour constater la bétise & la folie que les tribunaux d'histoire, où l'on suppose chacun capable de narrer ce qu'il prétend tirer de bonnes sources, quoique l'imagination soit souvent de la partie. Les tribunaux recusent enfin par de très bonnes raisons le témoignage de ceux qui sont notés d'infamie, parce qu'on suppose qu'un homme qui est reconnu n'avoir point de principes n'aura ni l'honnêteté ni la bonne foi nécessaires pour faire recevoir son témoignage.

Comme l'amitié, l'intérêt & la parenté influent beaucoup dans les actions des hommes & les font pencher même malgré eux vers ce qui les intéresse vivement, on ne veut pas faire dépendre l'honneur & la fortune d'un citoyen du témoignage d'un homme tenté par de si puissans motifs. S'il est possible d'être fidele à la vérité lorsqu'elle regarde les autres, il est presqu'impossible de ne pas la taire ou la déguiser toutes les fois que l'amour-propre & l'intérêt particulier souffriroient trop si elle se présentoit telle qu'elle est. Si le contraire n'est pas tout à fait sans exemple, il suffit que dans le plus grand nombre des cas on ne puisse éviter les pieges continuels que produisent des passions aussi fortes. Plus l'honnêteté d'un témoin est avérée, plus son témoignage est de poids; on compte alors sur ses dispositions habituelles, qui l'empêchent de varier, & sur le soin qu'il prend de sa réputation. Ces dispositions générales ne suffisent pas encore pour constater la foi historique, qui doit de plus se régler sur le degré des connoissances qui sont nécessaires pour bien détailler les faits d'une certaine espece. Les préjugés défigurent encore le texte de l'Histoire, puisqu'un historien qui s'y livre n'explique les faits que par ces idées foibles & erronées. Comme une imagination vive & qui s'enflamme trop aisément fait éclore mille opinions singulieres & romanesques, ce tour d'esprit contribue aussi à décréditer la foi historique. Aux préventions qui naissent du sang & de l'amitié un historien peut substituer l'amour de sa nation & le désir d'en étendre la gloire. Ce patriotisme a occasionné mille erreurs dans le récit des faits & a fait d'écrits qui devoient pouvoir être déposés dans les archives de la vérité autant de plaidoyers, d'apologies & de panégyriques. Le zele religieux fesânt partie de l'amour national, il est très nuisible à la vérité historique; & le fanatisme l'a souvent défigurée. Comme l'on ne peut éviter tous ces défauts qu'au moyen d'un jugement sain & d'une raison bien exercée par la connoissance soit théorétique soit pratique des hommes, il faut que l'historien, pour donner de l'authenticité à ses récits, ne soit pas dépourvu de talens & qu'il sache surtout discerner le degré de foi que méritent les historiens, & les comparer les uns avec les autres. Toutes ces parties élémentaires qui entrent dans la validité du témoignage historique admettant divers degrés, la certitude morale ne

sauroit jamais être portée jusqu'à la démonstration & jusqu'à l'impossibilité de l'appuyer sur de nouvelles preuves.

Différence entre les récits historiques, les Romans & les Contes.

Les regles de la certitude historique doivent servir principalement à différencier très exactement la certitude & la simple probabilité morale. L'historien, sans systême, sans hypothese, sans aucune vue étrangere à son sujet, doit travailler simplement sur les matériaux qu'il a ramassés, & ne se proposer jamais que de rendre l'idée de tel ou tel tissu d'événemens aussi complete qu'il est possible, afin de mettre le lecteur en état de porter sur les principaux agens, sur les ressorts & sur les effets dont il parle, le jugement qui s'accorde avec l'assemblage de toutes les circonstances capables d'apprécier & de modifier cette action. Il differe donc du Romancier en ce que celui-ci a dessein d'accommoder telle ou telle maxime de morale, de politique ou de prudence, à un tissu d'événemens feints, en sorte que cette vérité en puisse être déduite d'une maniere frappante & que le lecteur soit obligé d'en convenir. Dans l'Histoire proprement dite, qui est un mélange de bonnes & de mauvaises actions, d'événemens bien ou mal concertés, de caracteres distingués & communs, on ne peut point avoir ce but fixe d'amuser & d'entretenir agréablement, d'instruire & de frapper conséquemment à un principe & à un but fixe & décidé, puisqu'il faut suivre le cours & les variations des événemens selon leur succession, qui souvent est interrompue & n'est jamais méthodique & suivie. Un fait supposé, bien circonstancié & rendu intéressant par un habile homme, a tous les avantages des récits historiques, à l'exception du fond qui, inventé par le génie ou tiré arbitrairement de l'Histoire, forme un tout beaucoup plus lié & mieux combiné que l'Histoire même. Emprunte-t-on d'un récit romanesque un trait singulier & frappant, le narre-t-on d'une maniere agréable & instructive en même tems, c'est un Conte qu'on fait. Ce n'est pas que l'historien ne puisse profiter de la fable; il y découvre le mérite de la diction, & en tire l'art de bien caractériser ses personnages, & de les nuancer. La maniere de circonstancier les faits differe à la vérité pour l'historien & pour le romancier, ce dernier étant obligé d'entrer dans de plus grands détails que l'autre, qui doit omettre mille petites circonstances dont la narration donne

tant d'agrément aux récits fabuleux. Faute de mémoires bien détaillés il convient d'omettre mille incidens peu intéreſſans & de la vérité desquels on n'eſt jamais bien aſſuré. Les prétentions de l'Hiſtoire ne pouvant aller juſqu'à rendre un récit parfaitement analogue à l'aſſemblage entier & complet de toutes les circonſtances & modifications d'un grand événement, on doit ſe contenter d'en faire un expoſé aſſorti à l'impreſſion qu'il doit faire ſur l'eſprit de la poſtérité. Si l'idée qui naît d'un fait eſt rendue convenable à l'inſtruction, en ſorte que les principaux acteurs, s'ils revenoient ſur la ſcene, ne puſſent qu'en convenir, ſoit par rapport à l'exemple qu'ils ont voulu donner ou à l'égard de la correction qu'ils ont méritée, il ne ſeroit pas juſte d'en exiger davantage.

L'authenticité des monumens hiſtoriques eſt la baſe de la certitude morale.

Comme le témoignage de l'Hiſtoire s'appuie ſur la fidélité des témoins, il faut qu'ils ſoient tels qu'on puiſſe s'y fier entierement. Leur *qualité de* contemporains & la part qu'ils eurent à la direction des affaires donnent à leur témoignage un très grand poids. Les Commentaires de Céſar & les Mémoires du Duc de Rohan ſont précieux, parce qu'ils décrivent leurs propres actions & qu'ils furent tous les deux dans le cas de Xénophon. Le grand ſens de ces auteurs, qui brille dans la clarté, la ſimplicité & la vraie nobleſſe de leurs commentaires, les a préſervés de tous les écueils contre lesquels l'amour-propre & la vanité en ont fait échouer mille autres. Le grand homme eſt ſi éloigné du déſir de ſe faire valoir, qu'il narre ce qu'il a fait, avec la même impartialité & le même ſang froid que s'il s'agiſſoit d'autrui. Un expoſé ſimple & naïf lui ſervant de panégyrique, il n'a pas beſoin de recourir aux preſtiges de l'imagination & aux faux ornemens du ſtyle. Ces artifices de l'amour-propre & du faux goût ſont tout-à-fait dédaignés, par les hommes de génie, qui n'ont pas beſoin de capter ainſi la bienveillance du public. Ils écrivent comme ils ont agi, c'eſt-à-dire avec la vérité & la force qui ont dirigé leurs démarches. Si l'Auteur ne décrit pas ce qui lui eſt arrivé à lui-même, il faut du moins qu'il ait été en liaiſon avec ceux qui étoient alors les principaux agens. Polybe, Thucydide, Tacite, Éginhard, Comines, de Thou & Sleidan furent de cet ordre. Chacun de ces hiſtoriens, au moyen de ſes liaiſons, de ſa ſituation & de

son office fut à portée de savoir très exactement ce qu'il se proposoit d'écrire. Ce sont là des modeles à l'égard des sources historiques; & un homme qui étudie bien ces Auteurs & qui entre profondément dans leurs idées pour en saisir l'esprit, peut en tirer un usage véritablement historique. La capacité de l'esprit & la solidité du jugement tiennent souvent lieu d'une connoissance particuliere des faits. Sallustre, Tite Live, Denys d'Halicarnasse, Suétone, Strada, Guichardin, ont apposé à leurs histoires & à leurs notices le sceau de la vérité par le talent de bien apprécier les faits & de porter un jugement sain & exact sur leurs Héros. Aussi ces histoires vont-elles presque de pair avec celles qui ont été tirées de la premiere source ou des agens mêmes. Il n'en est pas ainsi d'un grand nombre d'Annalystes & de Chronographes du moyen âge, qui dépourvus de ce grand sens & de justesse dans l'esprit ont besoin, quoique contemporains, de l'œil & de l'examen d'un critique judicieux & exact. Par rapport à tous ces historiens d'un ordre inférieur aux premiers il faut d'abord bien constater les faits principaux sur lesquels ils sont tous d'accord, & pour concilier avec la vérité historique les récits moins importans où ils different, il faut appeler à son secours la considération de la situation des affaires telle qu'elle étoit alors & tout l'assemblage des intérêts, afin de rectifier par le moyen de réflexions lumineuses & exactes ce qu'il se trouve d'incomplet, de défectueux & de peu probable dans ces sortes de récits. Pour ne pas donner carriere à son imagination, il faut choisir pour guides ceux qui méritent le plus de créance & se munir du témoignage des Auteurs dont l'impartialité & les lumieres nous fournissent la plus grande certitude, tels que sont Joinville, Lambert d'Aschaffenbourg, Cassiodore, Eusebe, Procope, Anne Comnene, Nicétas &c. Si la diversité de ces récits porte uniquement sur des faits accessoires ou des circonstances qui n'éclaircissent pas le fond de l'événement, on doit s'en tenir à la maniere plus ou moins simple & naturelle de combiner ces faits accessoires avec le fait principal & établir pour regle que les hommes ont toujours suivi les voies les plus courtes & celles qui leur paroissoient les conduire le plus aisément à leur but. Du moins la conformité d'un moyen & d'un incident employé & mis en œuvre par un agent avec son caractere & sa

façon de penser une fois bien connue est une preuve qui en fait d'histoire n'en laisse aucune autre à désirer. Le sens moral de l'Auteur & la connoissance bien approfondie des hommes & des États mettent l'historien doué de ces qualités parfaitement en état de trouver la solution de mille problemes semblables. A proportion qu'il aura fait outre cela des progrès plus étendus & plus variés dans toutes les connoissances auxiliaires de l'Histoire, il sera plus en état de bien résoudre les événemens contestés & d'en bien juger.

Le jugement de l'historien ne doit jamais régler la foi historique.

Ce qu'il faut observer le plus soigneusement se rapporte à l'attention que l'on doit avoir de ne jamais confondre le jugement particulier de tel ou tel historien avec le tissu des faits & de ne pas substituer l'un à l'autre. Souvent la maniere de narrer & de représenter un fait n'est que l'opinion déguisée de l'Auteur, qu'il faut soigneusement distinguer du texte, sans prendre le change. Souvent dans une longue suite de faits qui regardent sa nation on ne découvre dans le fond que le jugement de l'historien partial ou celui de son parti sur la justice ou l'injustice, la sagesse ou la folie, l'utilité ou l'inutilité des actions de ses héros. Sans parler de la maniere dont on déguise les événemens en les énonçant d'une maniere si imparfaite, parce qu'on n'en présente qu'une seule face, il est encore très injuste de prétendre faire prévaloir son propre jugement sur celui de tous les autres; il faut être aveuglé par l'amour-propre, par la présomtion pour former de semblables prétentions. On a beau colorer sa partialité en lui donnant les noms spécieux de patriotisme & d'amour de la gloire nationale, ces sentimens assortis à l'état & aux emplois de la vie active ne peuvent en rien servir à déterminer le vrai rapport historique d'une nation à toutes les autres. Comme ils sont propres à tous les peuples, & qu'ils occasionnent des contrariétés dans l'exposé de l'Histoire universelle & dans le tissu des vérités, on doit regarder les Auteurs partiaux comme dans un État l'on considere les Chefs de parti dont chacun croit être appelé à faire valoir ses partisans pour déprimer tous les autres. Le fanatisme & le zele trop ardent avec lequel on défend quelques opinions religieuses est de plus un sentiment partial & il est à un plus haut degré que le zele patriotique, parce que le prétexte dont se sert le fanatique

fanatique lui fournit des idées d'une plus grande énergie & plus imposantes. Les intérêts de Dieu paroissant infiniment supérieurs à ceux des États, on les embrasse avec toute la ferveur d'une ame pénétrée de la sublimité de sa religion & de la fausseté de toutes les autres créances. Celui qui combat pour la cause de Dieu se croit en droit de défier les défenseurs des religions différentes de la sienne, & pour assurer ses succès il présente l'histoire de leurs dogmes & de leur culte dans le jour le plus défavorable. A mesure que cette partialité est plus réprimée ou qu'un plus petit nombre de personnes peuvent s'en rendre coupables, on voudroit y suppléer par l'audace des panégyristes de ce défaut. C'est pourquoi les vues historiques bornées aux intérêts d'un petit nombre de personnes deviennent plus défectueuses & les vices de ces récits augmentent non seulement en raison inverse de la grandeur d'un corps social, mais croissent en même tems selon le nombre des collisions & des conflits avec les grandes sociétés politiques. Car il est impossible de joindre à un corps de société particuliere & subordonnée au corps politique une ardeur qui aille au delà de l'utilité & de l'importance de cette compagnie, sans essuyer mille contradictions & sans rencontrer une infinité d'obstacles qui font naître l'animosité & l'aigreur. Or cette aigreur, lorsqu'elle influe dans les récits, les rend plus incompatibles avec l'impartialité & l'équité. Ce vice va toujours en augmentant à mesure que les narrations historiques concernent un plus petit nombre de personnages ou se réduisent enfin à un seul. Lorsque celui-ci ne jouit pas de distinctions, ou n'a pas des qualités & des talens qui le rendent bien remarquable, les portraits qu'on fait de lui deviennent enfin insoutenables. Ils le deviennent encore davantage, lorsqu'ils concernent des faits isolés & singuliers, parce que ces sortes d'événemens n'ayant aucune analogie avec les autres on est réduit à en parler avec beaucoup d'emphase. C'est-là ce qui rend les légendes ou les histoires des Saints d'autant plus absurdes que les légendaires n'ont absolument aucune des qualités nécessaires à un historien.

La conformité d'un récit avec le caractere, le

Tous les Auteurs qui méritent ce nom ont un caractere, une maniere, un style qui leur sont propres. Si donc une narration porte l'empreinte de

Style & le tour d'un historien est une preuve qu'il en a été l'Auteur.

ce caractere spécifique d'un Auteur, on peut en conclure qu'elle est aussi vraie que ses autres récits, pourvu qu'il ait eu les mêmes données, & qu'il n'ait pas altéré ses bonnes dispositions par un but étranger à sa matiere. La conformité seule ne prouve autre chose si non que cet écrit vient de l'Auteur dont on en a déja d'autres; il n'en résulte pas qu'il ait le sceau de la vérité. C'est un préjugé en faveur d'un historien, qu'il n'ait pas été trop différent de lui-même, & on en conclut qu'il n'a pas eu des vues qui l'ayent porté à varier. On ne change en effet de ton, de caractere & de style que dans les occasions où l'on est intéressé à se cacher & à user de déguisemens qu'on n'emploieroit jamais sans de fortes raisons. Ces sortes de recherches sont particulierement utiles & nécessaires pour bien juger de tous les écrits des anciens Auteurs, le nombre des ouvrages de ceux qui ont passé pour véridiques augmentant le nombre des connoissances & des vérités historiques & des monumens auxquels on ne peut gueres suppléer. Mais il faut toujours dans ces sortes de discussions critiques faire attention à deux choses, savoir au but de l'Auteur, qui souvent est tel qu'il ne mérite pas d'être connu & loué; ensuite si l'ouvrage n'a pas été publié après la mort de l'Auteur, qui n'ayant pas eu le tems d'y mettre la derniere main, l'a laissé incomplet. Dans ce cas il doit beaucoup perdre de son prix, puisque l'Auteur lui-même l'auroit condamné à l'oubli, & se seroit opposé à sa publication. Ce n'est que dans des cas très importans ou lorsqu'il s'agit de productions d'un Auteur du premier ordre qu'on doit ramasser tout ce qui est sorti de sa plume, parce qu'au fond l'on peut supposer qu'un homme doué de très grands talens dans le genre historique n'a rien produit qui fût entierement inutile & tout à fait défectueux.

La conformité d'une histoire avec le goût & les mœurs du siecle est une preuve de sa contemporanéité.

Lorsqu'on trouve les écrits d'un Auteur jusques-là inconnu, on ne parvient à en rien affirmer qu'en le comparant avec l'esprit & le caractere distinctif du siecle où on le place. Cette conformité est beaucoup plus vague & plus générale que l'autre, puisqu'il s'agit de déterminer le point & le centre d'unité où s'accordent tous ceux qui vivent dans une certaine époque, qu'on date de l'existence d'une grande vérité ou d'une grande erreur publique &

qu'on fait aller jusqu'à une autre. Chaque siecle se distingue par une erreur ou une vérité politique & morale qui tient à la conformité de l'esprit de tous les gouvernemens & de toutes les institutions religieuses de cet âge. La culture des lettres étant de plus avancée ou retardée, selon la diversité des méthodes & le goût ou le jugement universel sur le beau & le bon qui en résulte, tous les Auteurs contemporains ont une espece de conformité qui sert de regle pour juger si tel Auteur appartient à tel siecle ou à un autre. Car il est impossible, même aux esprits du premier ordre, de se défaire entierement des préjugés & des erreurs pratiques qui regnent dans un siecle. Ce siecle étant par-là même dépourvu de lumieres & moins philosophique, on peut en inférer qu'on regardoit comme une idée hasardée tout ce qui choquoit ces opinions, & qu'on n'osoit pas heurter de front des préjugés consacrés par l'usage. Le goût, le discernement & les lumieres d'un siecle sont encore une marque plus distincte de la contemporanéité que les travers & les vices dominans, parce que les écrivains sont ordinairement ceux qui étendent & perfectionnent le plus ces lumieres, & qu'ils font connoître le vrai goût qui y a régné. C'est dans les instrumens & dans les actes publics qu'on découvre le plus les formalités introduites par les usages du siecle; & par leur conformité avec l'assemblage de ces formules des tribunaux de justice on reconnoît leur authenticité, ou qu'ils sont réellement du siecle dont on les a datés. Car de toutes les parties de l'État les cours de justice admettent le moins d'innovations, parce que le sceau sacré des loix leur imprime une validité qui est la base de la durée des usages judiciaires. Les citoyens s'étant soumis à telle ou telle administration de la justice, l'intérêt de l'État demande que pour la conservation & l'affermissement de la paix & du bon ordre on n'y fasse aucun changement; & ce n'est qu'avec la forme même de l'État que changent ces sortes de formules du droit coutumier & public. Or les États ne subissent ces changemens que d'une maniere imperceptible; & une nouvelle constitution ne s'établit entierement qu'après tous les essais & tous les efforts qu'on a faits pour conserver l'ancienne. Souvent même on ne fait que travestir le gouvernement précédent en donnant de nouveaux

noms aux anciens uſages, ou en y joignant ſeulement quelques modifications & reſtrictions, de ſorte que les mêmes coutumes judiciaires ſe maintiennent très longtems pour ces raiſons & qu'on peut faire fond ſur l'authenticité des documens publics, lorſqu'ils ſont munis du ſceau d'une entiere reſſemblance avec le barreau tel qu'il exiſtoit alors.

Inſuffiſance des raiſons ſur lesquelles on voudroit établir le pyrrhoniſme hiſtorique.

Toutes les regles & toutes les déterminations de la vérité hiſtorique ſe rapportant à un grand nombre de conſidérations & d'objets, néceſſaires pour établir la certitude morale, il y a eu des hommes aſſez inattentifs & aſſez peu réfléchis pour en conclure l'impoſſibilité de les réunir & de les employer utilement. Si cette raiſon étoit valable il faudroit nier la poſſibilité des idées collectives qui en fait de mœurs & de politique, comme dans toutes les ſciences pratiques, ſont d'un uſage univerſel, & douter de la certitude des connoiſſances les plus utiles au genre humain, uniquement parce *que l'eſprit* de combinaiſon & une attention bien ſuivie peuvent ſeuls y conduire. Ainſi toutes les doctrines pratiques auroient le même ſort que l'Hiſtoire, & le pyrrhoniſme deviendroit univerſel; ce qui ſeroit abſurde, puiſque le Sceptique le plus déterminé, à moins d'être de mauvaiſe foi, doit reconnoître les liens ſocials, les préceptes des mœurs, & les monumens authentiques *qui* reſtent dans chaque pays des événemens du tems paſſé. Comme le pyrrhoniſme eſt inſoutenable du côté de la théorie & de la ſpéculation, on a recours à quelques lieux communs de la morale & des obſervations vulgaires. La tradition chez tous les peuples étant ſujete à s'altérer par la fraude & la paſſion, la légereté & l'inattention, le Pyrrhonien inſiſte beaucoup ſur les défauts de ces ſources. Il auroit raiſon ſi l'Hiſtoire n'avoit d'autres garans que les bruits vulgaires. Mais ces bruits étoient rectifiés par le jugement & l'attention des hiſtoriens qui ſe diſtinguant avantageuſement du reſte du corps ſocial auquel ils tenoient, mettoient de l'ordre dans ces récits & en retranchoient tout ce qui étoit faux & exagéré. Il faut conſidérer les hiſtoriens de tous les âges comme les Archiviſtes du genre humain, qui conſervent, épurent & rangent tous les documens des privileges & des immunités, des variations & des révolutions de la vie ſociale. Suppoſer que des gens

doués d'un esprit mûr & solide se fussent tous trompés & n'eussent débité que des fables, ce seroit avancer que les tribunaux & les conseils n'ont jamais agi qu'aveuglément, & que le monde n'est qu'une production du hasard. On passeroit pour insensé de révoquer en doute une bataille ou un traité de paix à cause de quelques circonstances ou ajoûtées ou retranchées. On ne peut raisonnablement regarder comme un tissu de contes, des histoires si bien suivies, si exactement proportionnées aux parties encore existantes & au local, puisque d'entre tous les genres de poésie, l'Histoire, si l'on vouloit la considérer comme telle, seroit incontestablement la plus ingénieuse & la plus belle invention de l'esprit humain. Qu'on examine la partie fabuleuse de l'Histoire de chaque nation & qu'on la compare avec son période historique; l'on verra par la différence de ces deux sortes de narrations ce qui tient à l'imagination ou à l'intelligence, à la vérité ou à la fable. Cette différence ne seroit pas si marquée si elle n'étoit fondée dans la nature différente de ces deux objets, dont l'un a des rapports fixes, clairs & déterminés à l'enchaînement des circonstances & au local de chaque pays, au lieu que l'autre se regle uniquement sur le tour de l'esprit & sur l'imagination de l'Auteur. Comme le premier ordre de ces récits correspond à l'esprit brut & à la liberté indéterminée dont chacun jouissoit alors, on ne peut le confondre avec la succession des événemens dans l'état policé de la nation. Nier l'existence de cet état, ce seroit nier sa propre existence & sa qualité de citoyen, qu'on ne sauroit révoquer en doute sans s'exposer au danger d'être banni de tout ordre social. Or la certitude de l'Histoire va de pair avec la certitude de l'état policé & réglé des sociétés politiques. Ainsi son fondement est inébranlable, parce qu'il remonte jusqu'à l'origine du monde politique, dont les récits historiques nous font connoître les premiers germes & leur développement progressif. A la vérité plusieurs de ces événemens roulent sur les passions, les vices & les écarts des hommes qui par la loi de l'analogie & de l'imitation morale se communiquent souvent aux autres & même à ceux qui devroient en être le plus exemts. Les Historiographes établis pour mettre au creuset d'un examen judicieux les faits qui leur ont

été transmis, tombent quelquefois dans le même défaut que certains Juges & font pencher la balance; mais ces erreurs, loin de tenir à leur office, trouvent leur condamnation dans tous les engagemens qu'ils ont pris. Si à cause de quelques défauts particuliers on vouloit abolir le bon usage & les regles de l'Histoire, il n'y auroit plus rien de sacré parmi les hommes & il faudroit faire main basse sur leurs institutions les plus sages. Il est d'ailleurs certain que la plûpart des Historiographes tant anciens que modernes n'ont point été des personnages engagés dans le tourbillon des affaires publiques; simples spectateurs ils n'y étoient intéressés en aucune maniere & ne formoient point de prétentions.

Bornes du scepticisme historique.

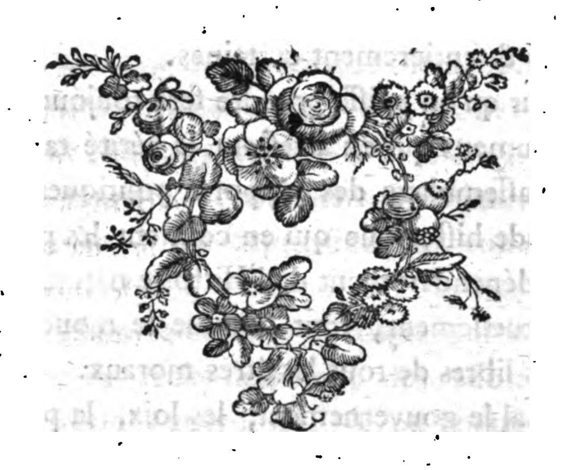
Il est cependant vrai de dire que dans aucune branche de connoissances il ne s'est glissé plus d'erreurs & de fautes que dans le genre historique, parce que le grand nombre de ceux qui s'y essayent & la contrariété de leurs intérêts, ne peuvent que produire cet effet. Il n'y a pas en Europe de département particulier pour l'Histoire comme à la Chine, & l'on ne laisse pas, pour ainsi dire, assez murir les événemens pour pouvoir recueillir le fruit des détails que l'on en fait. Un scepticisme judicieux est donc un excellent moyen de se prémunir contre la crédulité & la précipitation. Malheureusement on regarde l'Histoire comme un objet d'amusement; on prétend augmenter l'intérêt par des récits singuliers, des ressorts extraordinaires, des circonstances saillantes & des anecdotes. C'est contre de semblables écrits qu'il faut être en garde si l'on ne veut se laisser entraîner au torrent & se livrer sans réserve au plaisir séducteur attaché à une curiosité vive & inquiete. Cette circonspection devient plus nécessaire à mesure que l'Histoire est plus compliquée & qu'on prétend dévoiler davantage les secrets des Princes, pénétrer plus avant dans le dédale des intrigues humaines. Lorsque l'Auteur se vante de savoir ce qui n'a pas même été distinctement connu de l'agent ou des spectateurs & des témoins présens à l'action, sa présomtion doit le rendre aussi suspect que s'il s'étoit trouvé dans le cas d'une ignorance invincible. Ainsi le doute historique est très sage par rapport à tous ceux qui ne connoissent pas les regles d'une saine Logique & dont le cœur est en

proie à mille passions. Si dans la Philosophie & à l'égard des idées simples il faut suspendre son jugement jusqu'à ce qu'on soit bien sûr que l'idée abstraite s'accorde exactement avec le concours des idées individuelles d'une espece, & avec leur ressemblance en un seul point, il ne faut pas être moins attentif ni moins réservé pour les idées complexes ou celles qui naissent de l'assemblage immédiat de tous les cas particuliers compris dans une vérité historique, qui doit être un tableau exact & fidele de tout ce qui a influé dans l'action tant de la part de l'agent qu'à l'égard du local. Le plus sûr alors est de limiter la foi historique & de la restreindre aux preuves incontestables, en rejetant toutes celles qui peuvent être contestées; de sorte que la foi d'un homme crédule & celle d'un homme judicieux seront dans la même proportion que la somme des preuves imparfaites & ambiguës & celle des preuves completes & entierement certaines.

Monumens durables de la certitude historique.

Le parti le plus sûr qu'on puisse prendre sera toujours d'appuyer la vérité historique sur les monumens qui en attestent la vérité tant en général qu'en particulier. Tout l'assemblage des rapports politiques & moraux dépose en faveur de la certitude historique qui en contient les preuves, les faits & les phénomenes. Indépendamment de l'Histoire naturelle, l'assemblage des corps la contenoit virtuellement, tout comme le monde moral présuppose la diversité des actions libres de tous les êtres moraux. D'ailleurs dans tout corps politique & social le gouvernement, les loix, la police, l'état militaire, le commerce, les lettres offrent des traces fort sensibles des faits qui ont préparé & amené toutes ces institutions. Rapporter l'Histoire aux objets sur lesquels elle répand du jour & comparer avec une attention suffisante l'état actuel des réglemens publics avec les degrés par lesquels ils devoient passer pour parvenir à cet état de durée & de consistence, c'est un moyen sûr & infaillible d'apprécier la foi historique & d'en considérer toutes les preuves jusqu'aux plus éloignées. L'état présent d'un pays à l'égard des Lettres a exigé nécessairement tous les états intermédiaires par lesquels le goût & la culture de l'esprit ont dû passer pour parvenir au point où ils sont, & le tableau actuel des connoissances & des notions publiques atteste

tout ce qu'on a fait pour les introduire & les établir. Il en eſt de même de la police, des mœurs, du commerce & de toutes les parties conſtitutives d'un gouvernement ſage & bien réglé. Toutes les fauſſes idées qu'on ſe fait à cet égard ne viennent donc que de ce qu'on ne conſidere pas l'enchaînement néceſſaire & naturel des événemens publics, & de ce qu'on n'y fait pas entrer la conſidération de tous les états précédens. L'inſuffiſance des notions étant la principale cauſe des jugemens incomplets qu'on porte en matiere d'Hiſtoire, on ne peut y remédier que par les notions les plus étendues ou par l'étude de l'Hiſtoire Univerſelle.



RECHER-

RECHERCHES

sur l'origine des Armoiries.

PAR MR. DE FRANCHEVILLE.

Que les premiers nobles soient sortis du corps de la roture, ou les premiers roturiers de celui de la noblesse; que ce soit l'orgueil ou le mérite, la fortune ou la vertu, qui ait fait naître cette distinction, c'est ce que je n'entreprendrai point de décider ici. Mais quel qu'en ait été l'origine & le motif, je me propose de montrer que les premiers nobles furent décorés d'une certaine marque qui servoit à les distinguer; & persuadé que la prérogative de la noblesse chez les anciens étoit égale pour tous les nobles des deux sexes & transmise des peres aux enfans comme chez les modernes, j'en tire cette conséquence, que la marque qui servoit à la désigner, étoit de même uniforme, immuable, d'un usage continuel & héréditaire dans chaque famille. C'est sous ces différens caracteres réunis que je vai chercher cette marque dans l'antiquité, parce que je suis porté à croire qu'elle aura un rapport essentiel avec les armoiries des modernes, & que par conséquent elle peut jetter un grand jour sur la recherche de leur origine, qui a été jusqu'à présent une matiere fort contestée mais très-peu éclaircie.

On trouve chez les anciens trois sortes de marques distinctives, qui sont ou des marques de dignité, ou des marques militaires, ou des marques de race. Il est à propos de les examiner ici, pour faire voir la différence qu'il y avoit entre ces marques & celle de la noblesse dont je parlerai ensuite.

ARTICLE I.

Des marques de dignité chez les anciens.

Les anciens n'avoient gueres plus de dignités que de marques différentes pour les distinguer: le diadême & le sceptre n'appartenoient qu'aux rois dès le tems d'Homere (*a*); ils y joignoient la pourpre, l'agraffe d'or, & la coupe d'or; mais dans les siecles suivans ils communiquerent ces trois marques à ceux qu'ils vouloient honorer d'une distinction particuliere; comme le prouve l'exemple du pontife Jonathas (*b*), à qui les rois Alexandre & Antiochus successivement accorderent ces honneurs. De même aussi, lorsqu'Artabane roi des Parthes (*c*) voulut reconnoître la générosité d'Izate roi de l'Adiabene qui l'avoit remis sur le trône, il lui donna entr'autres choses le privilege de porter la thiare droite & de coucher sur un lit d'or, ce qui étoit le droit singulier des rois des Parthes.

Dans les monarchies qui sont incontestablement les aînées des républiques, les Souverains qui en fürent les premiers législateurs, partagerent entre leurs sujets les diverses fonctions du gouvernement, ausquelles ils ne pouvoient pas eux-mêmes suffire: la crainte des Dieux fit confier aux uns le soin de les appaiser; d'autres se sacrifierent à la défense de la patrie; & ceux que leur esprit & un âge mûr accompagné d'une longue expérience rendoient plus propres à interpréter les loix & à les faire exécuter, eurent en partage la tutelle de l'État en y maintenant l'ordre & la tranquillité. Les services des uns & des autres étoient également utiles à la société: ils méritoient d'être tout à la fois honorés & récompensés; & le Souverain n'eut pas de peine à imaginer des distinctions qui pouvoient en même tems tenir lieu de récompense à des ames plus sensibles à la gloire qu'à l'intérêt: *Vani vanam* (*d*).

On voit dans Xénophon (*e*), que Cyrus prenoit plaisir à voir sa cavalerie vétue, armée & équipée de la même maniere que lui; & qu'ayant en-

(*a*) Odyss. lib. T.
(*b*) 1 Macchab. X. 89. XI. 58.
(*c*) Antiq. Judaïques, liv. 20.
(*d*) St. Augustin.
(*e*) Pædia Cyri Lib. VII.

suite affecté de porter en Perse l'étole des Medes (*f*), il permit aux premiers de sa cour de s'en revêtir à son exemple.

Lorsque Romulus institua dans sa nouvelle ville l'ordre des Sacrificateurs des Champs au nombre de douze, il donna pour marque de cette dignité, un chapeau d'épis de bled lié d'un ruban blanc, que ce prince portoit lui-même, ayant pris la douziéme place dans cet ordre. C'étoit à peu près la même chose en Égypte (*g*) où les écrivains des livres sacrés portoient à leur tête un cordon de pourpre & une plume d'épervier: coûtume qui étoit venue en partie du culte singulier que les Égyptiens rendoient à cet oiseau, qui les délivroit des scorpions, des cérastes & d'autres insectes venimeux dont il étoit l'ennemi; & en partie de ce que le plus ancien livre de la religion Égyptienne, qui avoit été apporté à Thebes, étoit entouré & lié d'un fil rouge.

L'anneau d'or étoit une autre marque de distinction à Rome (*h*): d'abord il n'y eut que les gens de guerre qui en porterent pour se distinguer du menu peuple, comme les Sénateurs se distinguoient des gens de guerre par la tunique appellée *latus clavus*. Mais dans la suite l'abus des anneaux d'or devint si grand, que la neuviéme année du régne de Tibere, le sénat statua que ceux qui en porteroient à l'avenir, seroient de condition libre & auroient 400 sesterces de biens. C'étoit la marque distinctive des chevaliers Romains.

Les chaînes d'or & d'argent étoient encore chez eux (*i*) une distinction des plus anciennes, avec cette différence que les chaînes d'or se donnoient aux étrangers qui étoient venus au secours de la république, & qu'on ne donnoit aux soldats Romains, qui s'étoient distingués dans une bataille, qu'une chaîne d'argent; mais on y ajoûtoit les brasselets qu'aucun étranger ne pouvoit obtenir, & quelquefois même le dictateur ou le consul portoit la récompense jusqu'à la couronne d'or, lorsqu'il s'agissoit de récompenser une action de valeur ou des services extraordinaires.

(*f*) Ibid Lib. VIII.
(*g*) Diodor. Sicul. Lib. I. cap. 87.
(*h*) Plinii Histor. Lib. 33. cap. 1 & 2.
(*i*) Idem cap. 2.

Outre ces distinctions, ausquelles les modernes en ont substitué d'équivalentes, les anciens avoient encore d'autres marques de dignité qui paroissent avoir plus de rapport aux armoiries.

Les rois d'Égypte (*k*) (en mémoire de Céten un de leurs prédécesseurs, qui est le Protée des Grecs, & du don qu'on croyoit qu'il avoit eu de se transformer en lion, en taureau, en dragon, en feu & autres choses semblables) avoient coûtume de porter quelqu'une de ces images peintes autour de leur thiare: & c'étoit-là, suivant Diodore de Sicile, comme les marques de leur puissance royale, qui servoient non seulement à les décorer, mais à jetter même dans l'esprit des peuples une admiration religieuse qui alloit jusqu'à la superstition.

On trouvera peu de rois dans l'antiquité, qui n'ayent eu de même quelque symbole. Mais comme ces emblêmes n'étoient autre chose dans leur origine que des signaux militaires, inventés pour rallier les troupes d'une armée dans une bataille, je me réserve à en parler dans l'article suivant. Tout ce que j'ajoûterai dans celui-ci, est que si on regarde ces emblêmes comme des marques de dignité, ils prouvoient que ceux qui les portoient, étoient rois de telle ou de telle nation. Ils ne prouvoient pas que ces *rois*, étant les seuls de leur royaume qui eussent le droit de les porter, en fussent en même tems les seuls nobles. Ils n'étoient donc pas des marques spécifiques de la noblesse.

En effet, pour ne parler ici que des rois d'Égypte, ces images qu'ils avoient sur leur thiare, étoient si peu une marque distinctive de la noblesse d'avec la roture, qu'il n'y avoit point de roturiers chez les Égyptiens. C'est le même Diodore (*l*) qui nous l'apprend à l'endroit où il parle du jugement solennel que leurs morts subissoient avant que d'être admis dans l'asyle sacré des tombeaux. „Lors, dit-il, qu'il ne s'est présenté aucun accusateur, ou „que la fausseté des accusations a été clairement prouvée, les parens quittent „le deuil & font le panégyrique du mort, mais sans y faire aucune mention „de sa naissance contre la coûtume des Grecs, parce que *tout le monde* „*en Égypte est censé également noble.*" Ce n'est donc pas plus dans ces

(*k*) Diod. Sicul. Lib. 1. cap. 62.

(*l*) Lib. 1. cap. 92.

emblêmes que dans les autres marques de dignité dont j'ai parlé plus haut, qu'on peut trouver la marque distinctive de la noblesse que nous cherchons, puisqu'elles la désignoient aussi peu que la désignent chez nous la barette d'un cardinal, le bâton de maréchal, le cordon d'un ordre de chevalerie, la clef de chambellan, & même, si l'on veut, l'épi d'or qu'a le droit de porter en broderie sur son habit celui qui est reconnu pour le plus riche taillable des laboureurs de l'Isle de France, & dont la cotte montoit, de ma connoissance, à 10 mille francs par an. Toutes ces marques & autres de même nature, désignent bien, comme on voit, la dignité de ceux qui les portent; mais elles ne désignent rien de plus.

ARTICLE II.

Des marques militaires chez les anciens.

Ceux de nos modernes qui ont voulu faire remonter l'origine des armoiries jusqu'aux tems les plus reculés, ont remarqué que Moïse (*m*), tirant les Hébreux de l'Égypte, eut ordre de Dieu de les faire camper par troupes, par drapeaux & par races. Surquoi ces auteurs ont dit que chaque tribu avoit ses armoiries dans son drapeau. Ils ont fait plus; ils ont indiqué ces armoiries; mais comme l'unanimité ne fut jamais le caractere de la supposition; les uns ont assuré qu'elles avoient été tirées des douze signes du zodiaque; & les autres, qu'elles représentoient les expressions métaphoriques (*n*) dont Jacob s'étoit servi pour prédire à ses enfans ce qui leur arriveroit après sa mort: Qu'ainsi la tribu de Juda avoit un lion dans son drapeau, Zabulon une ancre, Issachar un âne, Dan un serpent, Gad un homme armé, Siméon une épée, Aser des pains ou des tourteaux, Nephthali un cerf, Benjamin un loup, Ruben des mandragores en mémoire de celles qu'il donna à sa mere; enfin Éphraïm & Manassé une tête de taureau & des cornes de rhinocéros, parce que Moïse (*o*) leur applique ces choses dans les bénédictions qu'il leur donna en mourant. Voilà jusqu'où ces auteurs ont porté leurs conjectures; mais ils n'ont pas pris garde qu'ils y sont tombés dans une ab-

(*m*) Nombres, chap. 2. v. 1.
(*n*) Genese, chap. 49.
(*o*) Deutéron. chap. 33.

ſurdité groſſiere. Car en diſant que les armoiries des tribus d'Ephraïm & de Manaſſé furent tirées des bénédictions de Moïſe mourant, il s'enſuit qu'elles n'eurent ces armoiries que 40 ans après leur ſortie d'Égypte. Il s'enſuit donc qu'en ſortant d'Égypte elles avoient ſur leurs drapeaux autre choſe que ces armoiries; & ſi cela étoit à leur égard, il falloit néceſſairement qu'il en fût de même à l'égard des autres tribus. Vraiſemblablement elles avoient chacune dans leur drapeau le nom de la tribu, celui de ſon chef & le nombre des perſonnes qui en faiſoient partie: ce ſont au moins les ſeules marques par leſquelles l'Écriture diſtingue ces tribus dans l'énumération qu'elle en fait en cet endroit (*p*).

Il ne faut pas recourir à des ſuppoſitions pour faire voir que les emblêmes militaires furent en uſage dans des ſiecles aſſez anciens.

Je regarderai, ſi l'on veut, comme des fables les deſcriptions que nous ont laiſſées Héſiode & Homere, l'une du bouclier d'Hercule & l'autre de celui d'Achille, où ils ont fait entrer ce qu'ils ont voulu; le ciel, la terre, les eaux, les enfers, des batailles, des monſtres, les travaux & les plaiſirs de la campagne, en un mot tout ce qui peut tomber dans l'imagination échauffée d'un poëte. Mais par cela même je ne puis m'empêcher de *croire*, que dès le tems d'Héſiode & d'Homere il pouvoit y avoir ſur les boucliers des figures peintes ou en relief qui diſtinguoient à la guerre ceux qui les portoient.

Homere lui-même en donne la preuve, lorſque parlant moins poëtiquement il nous repréſente Agamemnon portant dans ſon bouclier tantôt une tête de lion, tantôt une gorgone & d'autres fois des dragons. On ſent déja d'avance ce qu'on peut conclure de cette variété d'emblêmes dans une même perſonne; mais pourſuivons notre récit.

Nous n'avons rien dans l'antiquité de plus remarquable au ſujet de ces ſignes militaires, que ce qu'Eſchyle & Euripide (*q*) ont écrit ſur les emblêmes qu'ils attribuent aux ſept Héros qui combattirent devant Thebes, ayant pris le parti de Polynice contre Étéocle ſon frere. Les Héros dont il s'agit,

(*p*) Nombres, ch. 2.

(*q*) Eſchyle, Trag. des Sept devant Thebes, Scen. uniq. Euripid. Trag. des Phéniciennes, Act. IV. Scen. uniq.

font Tydée, Capanée, Adraſte, Hippomédon, Parthénopée, Amphiaraüs & Polynice. Les deux poëtes introduiſent un meſſager, qui vient faire le récit des images que chacun de ces guerriers avoit dans ſon bouclier. Mais le récit d'Euripide eſt différent preſqu'en tout de celui d'Eſchyle, comme on va le voir.

Tydée, dans Eſchyle, a pour emblême un ciel parſemé d'étoiles & au milieu d'elles une pleine lune; dans Euripide il a une peau de lion avec la figure du titan Prométhée armé d'un flambeau & menaçant de mettre en cendres la ville de Thebes.

Capanée, dans Eſchyle, a un homme nud portant une torche ardente avec ces mots en lettres d'or, JE BRÛLERAI LA VILLE: & dans Euripide, il a des figures armées ou couvertes de fer avec un géant portant ſur ſes épaules une ville entiere qu'il a enlevée avec des leviers, pour faire entendre ce que Thebes avoit à craindre.

Adraſte (*r*), dans Eſchyle, a pour emblême un homme armé qui eſcalade une tour, en criant, que Mars même ne l'en arrachera pas; ſurquoi Étéocle, à qui ce récit eſt fait, répond au meſſager, qu'il lui oppoſera un Spartiate, à ſavoir Mégarée fils de Créon, qui n'aura point un bouclier faſtueux, mais qui courageux & brave périra glorieuſement de la main des ennemis, ou tout au moins en tuera deux pour ſa part, & devenu maître de leurs boucliers, où Thebes étoit repréſentée avec tant d'inſolence, il fera de ces dépouilles l'ornement de ſa maiſon paternelle. Mais ce même Adraſte, dans Euripide, a pour emblême l'image des cent couleuvres de l'hydre (ce qui eſt, dit le meſſager, bien digne de la (*s*) vanité d'un Argien); & en même tems s'élevoient du milieu d'une enceinte de murailles deux dragons de la bouche deſquels ſortoient les deſcendans de Cadmus, c'eſt à dire Étéocle & Polynice.

Hippomédon, dans Eſchyle, a pour emblême Typhon vomiſſant des tourbillons de flamme & de fumée, & des ſerpens tournés en rond qui bor-

(*r*) Il faut lire ainſi, au lieu d'Étéocle que nomme le texte d'Eſchyle, qui eſt viſiblement corrompu dans cet endroit, puiſque ce récit eſt fait à Étéocle même qui étoit l'ennemi des ſept chefs & non l'un d'eux.

(*s*) αὔχημα.

doient la circonférence du bouclier; ſurquoi Étéocle répond que celui-là aura pour adverſaire Hyperbius fils d'Oenope qui portera dans ſon bouclier Jupiter, le pere des dieux, aſſis dans ſon trône inébranlable & armé d'un javelot; & que comme perſonne ne peut ſe vanter d'avoir vaincu Jupiter, ainſi les dieux invincibles ſeront du côté des Thébains. Mais dans Euripide, ce même Hippomédon a la peinture d'Argus avec tous ſes yeux, moitié ouverts & moitié fermés.

Parthénopée, dans Eſchyle, a (pour inſulter aux Thébains) un ſphinx dévorant la chair toute ſanglante, & faiſant de grands efforts pour rompre les liens qui l'attachent; & au deſſous eſt un Thébain percé de coups de fléches & de javelots. Mais dans Euripide Parthénopée a pour embléme Atalante perçant de traits le ſanglier d'Étolie.

Amphiaraüs eſt le ſeul (choſe remarquable) au ſujet de qui les deux poëtes s'accordent dans le point eſſentiel; car Eſchyle fait dire par le meſſager: „Ainſi parloit le ſage Amphiaraüs, ayant un bouclier rond d'airain, „mais dans lequel il n'y a point d'ornemens, parce qu'il ſe contente d'être le „meilleur d'eux tous ſans vouloir le paroître (t)." Et de même ſuivant Euripide: „Amphiaraüs, dit-il, n'a pas comme les autres ces ſortes de „marques inſolentes; plus modeſte qu'eux tous il n'a rien mis ſur ſon „bouclier."

Enfin Polynice, dans Eſchyle, a pour embléme une figure humaine toute éclatante d'or, ayant l'apparence d'un guerrier, devant qui marche avec modeſtie une femme qui dit: *Moi qui ſuis la juſtice, je dirigerai cet homme, il obtiendra la ville & habitera la maiſon de ſes peres.* Mais, dans Euripide, Polynice a pour embléme les Potniades (u) bondiſſantes, furieuſes & faiſant leurs voltes dans la circonférence du bouclier.

Ce détail peut être fabuleux par rapport aux ſept Héros; mais, ſi je ne me trompe, il prouve qu'au tems d'Eſchyle & d'Euripide, les Grecs qui alloient à la guerre, mettoient ſur leurs boucliers des marques qui ſervoient

à

(t) Οὐ γὰρ δοκεῖν ἄριστος ἀλλ' εἶναι θέλει.

(u) C'eſt à dire, les jumens qui avoient dévoré Glaucus fils de Siſyphe roi de Potnie.

à les faire connoître; ce qui ne fait que confirmer un usage que nous avons vû plus haut établi dès le tems d'Homere.

Si des poëtes nous passons aux historiens, nous y trouvons (*x*) que ce furent les Cares, peuples guerriers de l'Asie mineure, qui après avoir inventé les cimiers des casques, mirent les premiers des emblêmes sur leurs boucliers, & ensuite ajoûterent à ces boucliers des courroies pour les porter à la main, au lieu qu'auparavant ils étoient suspendus au cou en forme de baudrier par une courroie qui tomboit de l'épaule droite sur le bras gauche. Si ce récit est vrai, c'est de ce peuple que les autres Grecs, & après eux les Assyriens, les Medes, les Perses, & enfin les Romains, apprirent à faire usage de ces trois inventions purement militaires.

La colombe d'argent étoit le signe militaire des Assyriens, qui révéroient cet oiseau comme une divinité (*y*), soit parce qu'ils croyoient que Sémiramis avoit été nourrie miraculeusement par des pigeons; soit que le nom de Sémiramis signifiât une colombe; soit enfin que cette princesse eût été par sa beauté & par ses mœurs la rivale de Vénus à qui cet oiseau étoit consacré.

L'aigle d'or dans un bouclier étoit l'emblême militaire des Medes suivant Philostrate.

Xénophon (*z*) remarque que celui des Perses étoit une pareille aigle éployée au bout d'une longue pique: & pour faire voir que ce n'étoit autre chose qu'un signe militaire, il dit que Cyrus, qui avoit le premier apporté cet emblême des Medes dans la Perse, ordonna à son armée de ne point perdre de vûe ce signe & de le suivre. *Præcepitque ut ad signum aspicerent pariterque sequerentur.*

Les Romains (*a*), à l'imitation des Perses, adopterent aussi l'aigle pour leur signe militaire. Ce fut le consul Marius qui le premier la fit porter à la tête de son armée, lorsqu'il alla faire la guerre aux Cimbres 102 ans avant l'ére chrétienne. Mais depuis on multiplia ce signe dans les armées Romaines, de sorte que chaque légion avoit son aigle à sa tête. Elle diffé-

(*x*) Herodot. Lib. 1. N. 171.

(*y*) Diodor. Sicul. Lib. 8. Cap. 4.

(*z*) Pædia Cyri Lib. 1 & 7.

(*a*) Plutarque.

roit de celle des Perses (*b*), en ce qu'elle n'étoit que d'argent, comme le témoigne Appien (*c*); tenant en sa serre un foudre d'or, suivant la description qu'en fait Dion (*d*); & petite, à ce que dit Florus (*e*). Mais lorsque les dépouilles des nations vaincues eurent augmenté les richesses & le luxe des Romains, ils ne voulurent plus dans leurs armées que des aigles d'or, au rapport du même Dion (*f*).

Outre ce signe militaire, les légions avoient chacune une marque particuliere sur leur bouclier, comme on le voit dans la Notice de l'empire Romain où ces boucliers sont décrits avec toutes leurs figures.

Il reste à montrer que tous ces signes militaires n'étoient point des marques de noblesse.

Premiérement, on a vû qu'Agamemnon portoit alternativement sur son bouclier différentes figures, qu'il varioit à sa fantaisie; c'est une preuve que ces marques étoient arbitraires; & en effet, comme elles n'avoient pour objet que de le faire connoître de ses propres troupes & de l'empêcher d'être reconnu des ennemis, cette précaution pouvoit tromper ces derniers sans embarrasser les premiers, qui n'avoient pas plus de peine à s'accoûtumer à ce changement, qu'en ont de nos jours les soldats à retenir la parole ou le mot du guet. Mais parce que ces emblêmes étoient arbitraires & susceptibles de variété, il s'ensuit que ce n'étoient point des marques de noblesse que nous avons supposées devoir être fixes & immuables.

Secondement, les emblêmes qu'Eschyle & Euripide attribuent aux sept chefs de la Thébaïde, ont un rapport direct à cette unique expédition; aussi voit-on dans Eschyle, qu'après en avoir fait la description, le messager ajoûte que c'étoit une pure invention de la part de ces guerriers (*g*): comment donc pourroit-on prendre pour une marque de noblesse, des emblêmes qu'ils n'avoient point (tout nobles, tout rois, tout fils de rois qu'ils étoient) avant la guerre de Thebes, & qu'ils n'auroient jamais eus sans cette guerre? De plus on voit jusqu'à six d'entre eux avoir sur leurs boucliers ces

(*b*) Tacit. Annal. Lib. 2. cap. 6.
(*c*) Appian.
(*d*) Dio, Lib. 41.
(*e*) Florus, Lib. 4.
(*f*) Dio, Lib. 42.
(*g*) Τοιαῦτ' [illegible]

figures inventées à leur gré, tandis que le seul Amphiaraüs n'en a aucune. Est-ce qu'il n'étoit pas noble, ou qu'il l'étoit moins que les autres? lui qui étoit fils d'Oeclée ou d'Oiclès roi de Pylos en Elide & beau-frere d'Adraste roi d'Argos; lui qui dans cette occasion étoit chef, prince comme eux, & en un mot leur égal en autorité comme en naissance. On voit donc encore que ces emblêmes étoient des ornemens arbitraires, qu'on pouvoit prendre ou ne prendre pas sans en être ni plus ni moins noble; & au fond ce n'étoit autre chose que des menaces & des fanfaronades imaginées pour faire peur à l'ennemi.

Troisiémement, ces emblêmes marquoient si peu la naissance de ceux qui les portoient, que je montrerai dans l'article des marques de race, que celles de Polynice & de Tydée étoient toutes différentes des signes militaires qu'Eschyle & Euripide leur attribuent.

Quatriémement, on voit dans Homere, qu'après la mort d'Achille, Ajax & Ulysse ayant demandé son bouclier, les Grecs l'adjugerent au dernier. De cette maniere les uns se seroient approprié les armoiries des autres, ce qui auroit confondu toutes les familles, qui auroient eu dessein cependant de se distinguer par ces ornemens différens. Mais cette confusion n'arrivoit point, parce que les emblêmes militaires ne marquoient ni la naissance ni la noblesse de ceux qui les portoient. De là vient aussi que rien n'est si ordinaire chez les anciens, que de voir des amis, des parens, même des freres, des fils & des peres, ayant d'ailleurs le visage caché sous leurs casques, s'entretuer sans se reconnoître.

— Gemini geminos ex sanguine Cadmi
Occultos galeis (sæva ignorantia belli!)
Perculerant ferro, sed dum spolia omnia cæsis
Eripiunt, vidère nefas, & moestus uterque
Respicit ad fratrem, pariterque errasse queruntur (h).

Cinquiémement, on a vû que les légions Romaines avoient des emblêmes sur leurs boucliers, d'où il faudroit conclure, si ces emblêmes eussent été des marques de noblesse, que toutes les troupes qui composoient les

(h) Statius Thebaïd. Lib. VIII.

légions étoient de condition noble, ce qui feroit contraire à la vérité & au bon-fens. De plus, comme chaque légion avoit un emblême particulier, & que par conféquent tous les foldats d'une même légion avoient le même emblême, il s'enfuivroit encore que des nobles de familles différentes fervant dans la même légion auroient eu des marques de nobleffe toutes pareilles, tandis que des peres, des fils & des freres, fervant à la fois dans différentes légions, auroient eu tout au contraire des marques de nobleffe différentes, ce qui feroit également abfurde. Mais difons la vérité: ces emblêmes n'avoient pour objet que de diftinguer les troupes de chaque légion & de faire parmi elles ce que font chez les modernes les divers uniformes des régimens: par conféquent ce n'étoient rien moins que des marques de nobleffe.

Enfin, je ne vois pas que ce pigeon des Affyriens, ces aigles des Medes, des Perfes, des Romains, & tous les autres fignes militaires des anciens, puiffent être donnés non plus comme des marques de nobleffe. La colombe des Affyriens étoit pour eux une divinité; & de même les aigles Romaines étoient dans les armées les génies tutélaires, les dieux particuliers des légions, *propria legionum numina* (*i*); elles adoroient ces fignes, elles juroient par eux (*k*).

— per figna decem felicia caftris
Perque tuos juro quocumque ex hofte triumphos (*l*).

Mais quand les anciens mettoient à la proue de leurs vaiffeaux la figure de leur divinité *Tutela* (*m*), marquoit-elle la nobleffe ou du bâtiment ou de l'équipage qui le montoit? Et pour donner d'autres exemples plus analogues à notre fujet, quand les armées Romaines avoient dans leurs drapeaux &

(*i*) Tacit. Annal. Lib. 2. cap. 3. *Infequerentur Romanas aves, propria legionum numina.* Et ailleurs: *Mox converfus ad figna & bellorum deos.* C'eft ce que confirme Denys d'Halicarnaffe: τιμιώτατα γὰρ Ῥωμαίοις ταῦτα ἐπὶ στρατείας, καὶ ὥσπερ ἱδρύματα θεῶν ἱερὰ νομίζοντα.

(*k*) Tit. Livius, Lib. I. cap. VII. *Obftringere perjurio non fe folum fuumque caput, fed figna militaria & aquilas, facramentique religionem.* Tertullianus: *Religio Romanorum caftrenfis figna veneratur, figna jurat, omnibus diis.*

(*l*) C'eft ce que Lælius dit à Céfar dans Lucain, Lib. I.

(*m*) Val. Flaccus, Lib. I. v. 302.

fur leurs boucliers le nom de Craffus (*n*), de Marius (*o*), de Pompée (*p*), celui de Cléopatre (*q*), & depuis celui de l'Empereur Vefpafien (*r*), ou de Vitellien avec les portraits de ce dernier (*s*); quand après cela le grand Conftantin fubftitua à ces marques profanes les images ou le nom du Chrift (*t*); & de même quand d'autres princes Chrétiens firent peindre dans leurs étendarts l'image d'un St. Michel, d'un St. George, d'un St. Maurice ou de quelque autre; enfin quand les François portoient à la guerre tantôt l'oriflamme ou la banniere de St. Denys, & tantôt la chape de S. Martin; dira-t-on que tous ces fignes militaires, pour lefquels on avoit de la vénération, étoient les marques de nobleffe, ou des princes, ou de leurs armées, ou de leurs nations? Non fans doute. Concluons donc que les fignes militaires, quels qu'ils fuffent, n'étoient point les marques diftinctives de la nobleffe d'avec la roture, & que par conféquent ce n'eft point dans ces fignes que nous pouvons trouver celle qui fait objet de notre recherche.

ARTICLE III.

Des marques de race.

Ceux qui aiment à s'égarer dans la carriere de l'imagination, fe perfuaderont aifément avec un de nos (*u*) François modernes, „que les fils de „Noé inventerent les marques de race après le déluge pour diftinguer leurs „familles:" ou fi cela ne leur fuffit pas, ils peuvent remonter jufqu'au premier âge & fuppofer avec un autre (*x*) „que les fils de Seth prirent „des figures de fruits, de plantes & d'animaux, pour fe diftinguer des „fils de Caïn, qui portoient fur eux les images des inftrumens dont ils entr-

(*n*) Dio de Craffo in Parthos movente, Lib. 40.

(*o*) Quintilianus pro milite.

(*p*) Dio, Lib. 42.

(*q*) Dio, Lib. 50.

(*r*) Sueton. de Vefpafiano, Cap. VI.

(*s*) Tacit. Lib. 3. Hiftoriar.

(*t*) Prudent, Lib. 1. contra Symmachum, *Chriftus purpureum gemmanti textus in auro Signabat Labarum; clypeorum infignia Chriftus Scripferat.* Sofomene (Ecclef. hift. Lib. 1. cap. 4.) dit en parlant de ce figne: σημεῖον δὲ τοῦτο τιμιώτατον, καθότι ἀεὶ τοῦ βασιλέως ἡγεῖσθαι, καὶ προσκυνεῖσθαι νενόμιστο πρὸς τῶν στρατιωτῶν: *Hoc fignum venerabile maximè, quia & principem antecedere & adorari etiam à militibus folebat.*

(*u*) Charles Segoin dans fon Tréfor héraldique ou Mercure armorial.

(*x*) André Favyn dans fon Théâtre d'honneur & de Chevalerie.

chirent les arts méchaniques." Mais comme ils n'allégueront pour garants de ces opinions, que les songes de quelques Rabins, rien ne nous oblige à les en croire sur leur parole.

Thésée (y), sur le point d'être empoisonné par son pere, qui le prend pour un autre, est reconnu de lui aux marques de sa race, qui sont sur le pommeau de son épée:

Cum pater in capulo gladii cognovit eburno
Signa sui generis.

Hercule (z) portoit au bas de son baudrier une phiole d'or (a), que les Scythes descendus de lui prirent ensuite à son imitation (b).

Aventinus fils d'Hercule a dans Virgile (c) deux marques de race: l'une est l'hydre qu'il porte sur son bouclier; l'autre est une peau de lion qui lui couvre la tête & les épaules.

— —, *Satus Hercule pulchro*
Pulcher Aventinus, clypeoque insigne paternum
Centum angues, cinctamque gerit serpentibus hydram.
Ipse pedes tegmen torquens immane leonis
Terribili impexum seta cum dentibus albis
Indutus capiti, sic regia tecta subibat
Horridus Herculeoque humeros innexus amictu.

Adraste roi de Sicyone apprend (d) de l'oracle d'Apollon, qu'un lion & un sanglier épouseront ses deux filles. Peu de tems après Polynice & Tydée chassés de leurs pays se réfugient chez lui. Averti par ses gardes de l'arrivée de deux étrangers sous des vêtemens inconnus, il se souvient de la prédiction de l'oracle; il se les fait amener, & leur demande, pourquoi ils se présentent à sa cour avec des habillemens si étranges? Polynice lui répond, qu'il vient de Thebes, & que la peau de lion qui le couvre, est la marque de sa naissance, parce qu'Hercule étoit natif de Thebes. Tydée répond aussi, qu'il est fils d'Oenée, & qu'ayant pris naissance dans la ville

(y) Ovid. Metamorph. Lib. 7.

(z) Hérodot. Lib. IV. c. 10.

(a) Ζωστῆρα ἔχοντα ἐπ' ἄκρης τῆς συμβολῆς φιάλην χρυσέην: *Balteum habentem in extrema commissura phialam auream.*

(b) Ἀπὸ δὲ τῆς φιάλης ἔτι δὲ καὶ ἐς τόδε φιάλας ἐκ τῶν ζωστήρων φορέειν Σκύθας.

(c) Aeneid. Lib. 7. v. 656. & seqq.

(d) Hygin. Augusti libertus. Fab. 69. p. 16 & 17. a.

de Calydon, il porte une peau de sanglier en mémoire du fameux sanglier Calydonien. Le récit d'Hygin, dont je viens de donner la traduction, est conçu dans des termes qui me paroissent susceptibles d'un double sens (*e*). Ce récit (dis-je) laisse douter, s'il faut prendre ces peaux de lion & de sanglier pour des marques de nation ou de race; c'est pourquoi je me suis servi du terme de naissance, qui comprend l'une & l'autre: mais il ne faut laisser ici aucun lieu à l'équivoque. Si on les prend pour des marques de nation, il s'ensuivra que tous les Thébains avoient pour habits une peau de lion, & tous les Calydoniens une peau de sanglier; ce qui seroit croyable, si Hercule eût porté de même une peau de lion parce qu'il étoit Thébain; mais outre qu'il est connu que ce Héros ne l'a portée, que parce qu'il avoit tué le lion de Némée; de même que la famille d'Oënée ne se vétit d'une peau de sanglier, qu'après que son fils Méléagre frere de Tydée eut ôté la vie au sanglier de Calydon; il ne seroit gueres vraisemblable d'ailleurs, que l'exploit d'un citoyen ou d'une famille royale eût pu donner à des sujets, à des compatriotes, à tout un peuple, le droit de partager avec l'un ou l'autre les trophées de cet exploit, & par conséquent celui d'en usurper la gloire. Il est donc plus probable que ces dépouilles de lion & de sanglier n'étoient autre chose que des marques de race: cela justifie mieux l'ignorance des gardes d'Adraste & la surprise qu'il témoigne lui-même à la vue de ces habillemens inconnus. Au reste il n'est pas inutile de se rappeller, que Polynice & Tydée dont il vient d'être parlé, sont les mêmes à qui Eschyle & Euripide ont donné des emblêmes militaires devant Thebes, que nous avons dit être différens de leurs marques de race. En effet Polynice, qui a ici une peau de lion, a dans Eschyle une figure humaine conduite par la Justice & dans Euripide les jumens de Potnies, & Tydée, qui a ici une peau de sanglier, a dans Eschyle une pleine lune environnée d'étoiles, &

(*e*) *Cui Polynices indicat se à Thebis venisse & ideirco se* (*) *pellem leoninam operuisse, quod Hercules à Thebis genus duceret, & insignia gentis suæ secum portaret. Tydeus autem dicit se Oënei filium esse, & à Calydone genus ducere, ideo pelle aprinea* (**) *se opertum, significans aprum calydonium.*

(*) Le texte de mon Édition de 1608. porte ainsi au lieu de *pelle leonina.*

(**) Au lieu d'*aprina.*

dans Euripide une peau de lion fur fon bouclier, avec la figure de Prométhée qui menace de brûler Thebes.

Enfin, pour paffer de ces tems reculés à des fiecles moins fabuleux, on voit dans Silius Italicus un des Corvins de Rome porter un corbeau fur fon cafque. Cette marque faifoit connoître qu'il étoit defcendu de M. Valerius, qui étant tribun militaire à l'âge de 23 ans, fut furnommé *Corvus* ou *Corvinus*, par la raifon (difent Aurelius Victor (*f*) & Aulu-Gelle (*g*)) que fe battant contre un Gaulois de taille gigantefque, qui avoit défié les plus vaillans de l'Armée Romaine, il le vainquit & le tua avec le fecours d'un corbeau, qui voltigeoit devant le vifage de fon ennemi. La figure de ce corbeau fur un cafque étoit donc encore une marque de race, comme cent autres familles Romaines pouvoient en avoir.

Ces exemples font fuffifamment voir que les anciens avoient des marques pour diftinguer certaines familles, & que les unes les portoient en forme d'habillemens, d'autres fur le baudrier, d'autres fur le pommeau de l'épée, d'autres encore fur le bouclier, & d'autres enfin fur le cafque. Mais il refte à favoir fi ces marques étoient celles de la nobleffe.

Si l'on y fait attention, toutes ces marques de race avoient été occafionnées par des événemens remarquables, arrivés dans les familles qui les portoient. Or fi ces événemens étoient le principe de la nobleffe de ces familles, comme il faut le fuppofer en regardant ces marques de race comme des marques fpécifiques de nobleffe, il en faudroit conclure affûrement qu'avant ces événemens les familles dont il s'agit, n'étoient pas nobles, puifqu'elles n'avoient pas ces marques.

Mais ce qui prouve la fauffeté de cette fuppofition, eft qu'avant le double exploit qui avoit occafionné les marques de race d'Aventinus, de Polynice & de Tydée, Hercule & Oënée, fans les porter, n'étoient pas moins d'une condition noble, l'un paffant pour le fils de Jupiter, & l'autre étant du fang des rois d'Étolie. Il en eft de même des Corvins de Rome, puifqu'avant le combat de M. Valerius, qui fe fit feulement l'an de Rome 404 ou

(*f*) In M. Valerio Corvino. (*g*) Lib. 9. cap. 11.

ou 405, les Valeres jouissoient déja de toutes les prérogatives de la noblesse, étant d'une maison patricienne, féconde en consuls dès les premiers tems que cette dignité fut établie, c'est à dire plusieurs siecles avant que les plébéiens eussent prétendu la partager avec les nobles.

Il s'ensuit donc de là que comme les marques de race ne s'introduisoient dans une famille qu'à l'occasion de quelque événement mémorable, si cette famille étoit déja noble auparavant, elle en devenoit peut-être plus illustre & plus renommée; mais elle n'en devenoit pas plus noble: aussi tel noble (comme le dit Virgile du fils d'un roi qui alloit à la guerre pour la premiere fois) faute de ces marques illustres dues à ses ayeux ou à lui-même, pouvoit être *parmâ inglorius albâ*, sans en être moins noble. Et si au contraire la famille dont j'ai parlé, n'étoit pas noble avant l'événement qui l'illustroit, quelque illustre qu'elle devînt par là, elle n'en restoit pas moins plébéienne, parce que cet événement dont elle portoit la marque, ne lui donnoit point le droit de porter celle de la noblesse, laquelle étant indépendante de ces sortes d'événemens, devoit être par cette raison différente des marques de race. Ainsi il en étoit de ces dernieres à peu près comme des surnoms, qui distinguent les familles sans être pour celà des marques affectées à la noblesse, puisqu'ils ne distinguent pas moins les roturiers que les nobles.

ARTICLE IV.

De la marque distinctive de la noblesse chez les anciens.

Ce que nous avons dit jusqu'à présent a eu pour but d'isoler notre objet & d'en écarter, pour ainsi dire, tous les nuages qui auroient pu nous faire illusion: il est tems de montrer quelle étoit chez les anciens cette marque distinctive de la noblesse, revêtue de tous les caracteres que j'ai supposés.

Juvenal (*h*), qui vivoit sous Domitien, parlant du rhéteur Quintilien, qui n'étoit ni sénateur ni chevalier, mais de race noble, ce que les Latins exprimoient par le mot *generosus*, dit que la marque qu'il portoit de sa noblesse, étoit une lune appliquée sur une chaussure de cuir noir:

(*h*) Satir. 7. vers 191 & 192.

— — nobilis & generosus
Appositam nigræ lunam subtexit alutæ.

A la faveur de ce fil d'Ariadne, nous pouvons remonter du connu à l'inconnu. Ainsi, quand nous lirons dans Cicéron *mutare calceos;* & dans Plaute (*i*) *Lunelam* ou *Lunulam, atque annellum aureolum in digito;* nous comprendrons aisément que le premier parle d'un homme qui de plébéien étoit fait noble pour devenir sénateur, ayant un bien suffisant pour soutenir cette dignité; ou qui en étoit exclu dans la suite par la perte ou la diminution de ses biens; tant ce siecle avoit dégénéré de l'ancienne austérité Romaine! & que le second désigne une personne de race noble & en même tems de l'ordre des chevaliers.

De même, quand Pline l'ancien dit (*k*), que les dames Romaines portoient de l'or & des perles à leurs pieds, & par là établissoient un troisiéme état mitoyen entre les nobles & les roturiers; on comprend encore que ces dames étoient des femmes de race noble, qui par un esprit de luxe & de vanité ne se contentoient plus de porter comme leurs peres une simple lune sur la chaussure.

De même encore, quand Élien (*l*) dit, que parmi les femmes des Romains il y en a plusieurs qui ont coutume de porter les mêmes chaussures que leurs maris, je doute que ses commentateurs ayent raison de dire, que ce passage regarde les femmes qui par avarice ou économie portoient les vieilles chaussures de leurs maris: je suis persuadé tout au contraire qu'Élien a voulu parler des dames Romaines de race noble, qui portoient la même chaussure que leurs maris, parce que la lune qu'on y appliquoit, étoit commune aux deux sexes.

Les premiers Latins (*m*) avoient le pied gauche nud & le pied droit chaussé d'une bottine de cuir cru;

vestigia nuda sinistri
Instituere pedis, crudus tegit altera pero.

Comme ce passage ne regarde pas les Romains, il y a apparence que l'on usoit déja d'une chaussure complette lorsque Romulus fonda la ville de Rome.

(*i*) In Epidico, Act. 5. Sc. 1.
(*k*) Hist. natur. Lib. 33. cap. 3.
(*l*) Ael. Lib. 7. cap. 11.
(*m*) Virgil. Aeneid. Lib. 7.

Ce Prince créa d'abord cent sénateurs (n), qu'il appella aussi *patres*. Quelque tems après, les Sabins ayant accru le nombre des habitans de Rome, celui des sénateurs fut augmenté & porté à deux-cens; c'étoient là les seuls nobles, dont les descendans furent appellés patriciens; & le reste du peuple étoient des plébéiens ou des roturiers. Mais Tarquin l'ancien, tirant ensuite de ces familles plébéiennes cent nouveaux sénateurs, en fit monter le nombre à 300. Avec le tems (o) ce nombre croissant toujours, il s'en trouva 900 sous la Dictature de Jules-César, & plus de mille après sa mort durant le Triumvirat. Il est à croire que ces nouveaux sénateurs avoient toutes les prérogatives des anciens, & entre autres la marque de la noblesse, puisqu'on les annoblissoit (p) en leur donnant la qualité de patriciens avant que de les recevoir sénateurs.

Ce fut ce même Tarquin l'ancien (q), qui inventa les (r) faisceaux, les (s) robes de pourpre & d'écarlate, les (t) chaises curules, les (u) anneaux, les (x) colliers des chevaliers, les (y) cottes d'armes, les (z) robes appellées prétextes, le (a) char doré & l'attelage de quatre chevaux pour les triomphateurs; leurs (b) robes brodées en couleur, leurs (c) tuniques brochées de palmes; & généralement tous les ornemens & les marques de distinction qui relevent la dignité de l'empire: *omnia denique decora & insignia quibus imperii dignitas eminet*. Je suis fort trompé si ce n'est là l'époque où la marque distinctive de la noblesse fut instituée chez les Romains.

Tous les citoyens Romains, de quelque état qu'ils fussent, n'avoient alors d'autres chaussures que celles de cuir cru, en façon de bottes appellées *perones*: mais Tarquin, qui vouloit distinguer les nobles, c'est à dire les

(n) Tit. Livius, Decad. 1. Lib. 1.
(o) Rosin. antiq. Rom. Lib. 7. cap. 5.
(p) Ibid.
(q) Florus, Lib. 1. cap. 5.
(r) *Fasces*.
(s) *Trabeæ*.
(t) *Curules*.
(u) *Annuli*.
(x) *Phaleræ*.
(y) *Paludamenta*.
(z) *Prætexta*.
(a) *Quod aureo curru quatuor equis triumphatur*.
(b) *Togæ pictæ*.
(c) *Tunicæ palmatæ*.

sénateurs, leur assigna une chaussure particuliere appellée *mulki* (*d*). Elle étoit peut-être semblable à nos pantoufles qui ont pris de là le nom de mulles, dérivé du mot latin *mullare*, qui signifioit *coudre*. Cette chaussure ne différoit pas seulement de l'autre par la façon, mais aussi par la couleur qu'on lui donnoit. La couleur rouge étoit affectée aux rois d'Albe (*e*) dont la dignité avoit été éteinte & les sujets réunis sous la domination Romaine par Tullus Hostilius. Cette couleur fut celle que Tarquin choisit pour la chaussure des sénateurs: il avoit sans doute la vanité de les faire considérer comme autant de rois, & de passer lui-même pour le maître de 300 rois. Ainsi la couleur rouge n'appartenant qu'aux sénateurs, les autres nobles de race patricienne étoient libres de choisir toute autre couleur; & cela s'accorde parfaitement avec le passage de Juvenal qui attribue la couleur noire à Quintilien qui n'étoit pas sénateur.

Mais comme Tarquin avoit emprunté des rois d'Albe la couleur de la chaussure des sénateurs; ne se pourroit-il pas qu'il eût emprunté de même de quelque autre nation étrangere cette petite lune qui ornoit aussi la chaussure des patriciens, ou pour mieux dire qui faisoit partie de la marque de leur noblesse?

On a vu plus haut sur le témoignage de Diodore de Sicile, qu'il n'en étoit pas des Grecs comme des Égyptiens chez qui tout le monde étoit censé noble: ainsi la distinction de la noblesse d'avec la roture ayant lieu chez les Grecs, il étoit naturel qu'elle fût accompagnée d'une marque distinctive. En effet la ville d'Athenes a eu un Sophiste du nom d'Hérodès (*f*). Il avoit épousé Regilla qui étoit aussi Athénienne. Regilla étant morte d'une fausse couche, le bruit courut que son mari avoit été l'auteur de sa mort: c'est ainsi que Philostrate raconte la chose dans la vie de ce sophiste. „Hérodès (ajoûte-t-il) fut accusé de ce meurtre en justice par Bradeas frere „de Regilla, qui étoit un des plus illustres entre les magistrats d'Athenes, &

(*d*) Cato orig. Lib. 7. *Qui magistratum curulem cepisset, calceos mulleos allucinatos, cæteri perones.*

(*e*) Festus ex Titinnio. *Mullei: calcei regum Albanorum erant purpurei coloris, postea patriciorum à mullando, i.e. est, suendo.*

(*f*) Philostrati de vitis sophistarum, Lib. 2. p. 554.

„*portoit la marque de la nobleſſe appliquée à ſa chauſſure* (*g*), *à ſavoir l'épi-*„*ſphurion d'ivoire, en forme de lune* (*h*)." Ce paſſage eſt remarquable en ce qu'il prouve premiérement que les Romains emprunterent des Grecs leur marque de nobleſſe; & en ſecond lieu que la petite lune qui en faiſoit partie étoit d'ivoire; ce que Juvenal ni aucun autre auteur latin n'avoit expliqué.

Que les Romains ayent aſſez connu les Grecs dès le tems de Tarquin pour en tirer cet uſage, c'eſt ce qui ne doit pas ſurprendre: Tarquin étoit Grec, ou du moins il étoit le fils d'un Grec: Démarate ſon pere avoit quitté Corinthe pour aller s'établir chez les Hétruſques; & comme il étoit de la famille des Bacchiades l'une des plus nobles & des plus illuſtres de ſon pays, il eſt probable qu'ayant la marque de ſa nobleſſe ſur ſa chauſſure, il l'avoit conſervée chez les Toſcans, d'où ſon fils Tarquin héritant de lui la même diſtinction, l'avoit apportée à Rome. Ainſi il étoit naturel que ce nouveau roi, voulant diſtinguer les patriciens des plébéiens par une marque de nobleſſe, il leur donnât celle qu'il portoit lui-même.

Plutarque, dans la LXXVI. de ſes queſtions Romaines, demande „pourquoi ceux qui ſembloient être au-deſſus des autres par la nobleſſe de „leur race, portoient de petites lunes ſur leur chauſſure? Eſt-ce, dit-il, „(comme l'écrit Caſtor) une marque de l'habitation qu'on prétend être au „deſſus de la lune, & de ce que les ames après la mort auront la lune ſous „les pieds? Eſt-ce que les anciens ont eu cette diſtinction, parce qu'étant „Arcadiens ainſi qu'Évandre, ils diſoient avoir été connus avant la lune? „Eſt-ce auſſi que cela a été inſtitué pour avertir ceux qui s'enorgueilliſſent „dans leur proſpérité, que la fortune eſt auſſi changeante que la lune? ou „bien, eſt-ce qu'on a voulu les accoûtumer à l'obéiſſance, & leur montrer „par l'exemple admirable de la lune, que comme elle ne tient que le ſecond „rang entre les planetes, ne brillant que des rayons du ſoleil; de même ils „devoient ſe contenter d'être les ſeconds, obéir aux magiſtrats & les rendre „par leur concours plus puiſſans & plus reſpectables?"

(*g*) Καὶ τὸ ξύμβολον της συγενείας περιηρτημενός τω ὑποδήματι.

(*h*) Τȣτο τε ἐςιν ἐπισφύριον ἐλεφάντινον, μηνοειδές.

Il paroît que Plutarque, qui vivoit avec les Romains, ignoroit comme eux la raison qui avoit fait choisir cette marque de noblesse préférablement à tant d'autres aussi naturelles. Je doute même que les Grecs ayent eu jamais sur ce sujet plus de lumieres que les Romains; parce que je soupçonne qu'ils avoient eux-mêmes tiré cette marque de noblesse de quelque autre peuple.

En effet que dira-t-on, si je fais voir que dès le tems d'Isaïe, & peut-être longtems avant lui, elle étoit en usage chez les Israëlites? „En ce jour-„là, dit ce prophete (*i*), le Seigneur enlevera l'ornement des chaussures & „les petites lunes & les colliers & les bracelets:" *in die illa auferet Dominus ornamentum calceamentorum, & lunulas & torques & monilia & armillas.* Les Septante ont rendu l'Hébreu par le mot grec Μηνίσκος diminutif de Μήνη Lune.

Je ne pousserai pas plus loin mes recherches sur l'origine de l'ancienne marque de la noblesse, qui étant telle qu'on l'a vue, étoit incontestablement uniforme, apparente, immuable, & d'un usage continuel pour tous les nobles, héréditaire dans chaque famille, également propre à l'état civil comme au militaire, & ainsi réunissant parfaitement tous les différens caracteres sous lesquels je m'étois proposé de la chercher dans l'antiquité.

Examinons à présent les rapports qui se trouvent entre cette ancienne marque de noblesse & les armoiries des modernes.

Les armoiries sont composées de deux choses essentielles qu'il ne faut pas confondre; l'une est l'écusson ou le champ qu'on nomme le premier en blasonnant; l'autre comprend les diverses pieces particulieres que porte l'écusson.

On croit communément que l'écusson représente le bouclier sur lequel on blasonnoit les armoiries; mais c'est une opinion qu'il faut examiner.

Premiérement, le mot d'écu ou d'écusson vient originairement du Grec Σκῦτος qui signifie *du cuir*, propriété plus relative à l'ancienne marque de la noblesse qui étoit sur une chaussure de cuir, qu'aux boucliers des Grecs dont la plupart étoient d'airain: aussi ne trouvera-t-on point que les Grecs se soient jamais servis du mot Σκῦτος, pour exprimer un bouclier; n'en ayant

(*i*) Isaïe, chap. 3.

employé d'autres que ceux d'Ἀσπὶς, Σάκος, Θυρεὸς, Πέλτη ou Πέλτον, Λαίσηιον, Γέρρα, Ὅπλον & Ὁπλάριον.

Il eſt vrai que les Romains donnerent le nom de *Scutum* ou *Scutus* à un bouclier fait ſans doute de cuir, & différent de ce qu'ils appelloient *Ancile*, *Cetra*, *Clypeus*, *Parma* & *Pelta*, qui étoient tous d'une forme & d'une grandeur proportionnées aux différens uſages de la cavalerie & de l'infanterie. Mais d'un autre côté j'ai fait voir que les Romains n'avoient point leur marque de nobleſſe ſur leurs boucliers: ainſi ils ne connoiſſoient pas le mot *Scutum* pour déſigner la marque de la nobleſſe, & ils n'auroient pu s'en ſervir dans ce ſens, que pour indiquer celle qui étoit ſur la chauſſure.

Secondement, les émaux des écuſſons d'armoiries repréſentent les différentes couleurs du cuir de l'ancienne chauſſure, le rouge, le noir, le jaune, le blanc, le verd, &c. Au lieu que les boucliers des Grecs & des Romains n'ayant été colorés que par le pinceau des poëtes, n'avoient gueres d'autres couleurs réelles que celle du cuir même, & tout au plus du fer ou de l'airain qui en couvroit la ſuperficie.

Troiſiémement, c'eſt une choſe connue de tous ceux qui ſavent les regles du blaſon, que les anciens écuſſons de la nobleſſe ſont coupés par le haut, allongés & arrondis en bas ◊ ou terminés en pointe ſur le milieu de leur baſe ◊: en quoi l'un & l'autre repréſentent exactement la figure de l'ancienne chauſſure des deux ſexes: au lieu qu'il n'y avoit, ni chez les Grecs ni chez les Romains, aucun bouclier de la forme de ces écuſſons. De plus ces boucliers étoient de différentes figures; les uns à quatre angles, d'autres en forme de croiſſant, d'autres étroits & longuets en façon de planche, d'autres échancrés des deux côtés, & d'autres plus communément tout à fait ronds ou ovales, ce qui les faiſoit nommer dans notre vieille langue *rondaches* ou *rondelles*. Mais on ne trouve aucun écuſſon ſur les anciennes ſépultures qui ne ſoit taillé en cû de lampe ou en pointe arrondie, & coupé par le haut; ce qui ne peut être qu'un effet de l'uniformité de l'ancienne chauſſure de chaque ſexe, & c'eſt une quatrieme preuve du rapport eſſentiel qui ſe trouve entre ces écuſſons & l'ancienne marque de la nobleſſe.

Si l'on veut pouſſer plus loin ces rapports, il ne ſera pas difficile de tirer de la même ſource les principaux ornemens qui accompagnent les anciens écuſſons. D'où vient, par exemple, que les lambrequins, qui ſont des deux côtés de l'écu vers le haut, varient non en figures, mais ſimplement en couleurs & que leurs couleurs ſont toujours conformes à celles des écuſſons? c'eſt que ces lambrequins ont pris la place des courroies ou des liens, qui étant de même des deux côtés de la chauſſure vers le haut, ne pouvoient varier auſſi qu'en couleurs, mais dont la couleur étoit toujours conforme à celle de l'empeigne? D'où vient au contraire que les bourlets & les tortis (changés depuis en couronnes) qui ſont au deſſus des anciens écuſſons & comme entés ſur leur chef coupé, n'ont ni une figure uniforme, ni ſouvent la même couleur que l'écu? C'eſt que ces ornemens ont pris la place de l'oreille, qui étant au deſſus de la chauſſure & couſue ſimplement avec elle, étoit ſouvent échancrée ou découpée différemment, comme nous l'avons vu encore de notre tems; elle n'étoit pas toujours de la même couleur que l'empeigne, ce qui avoit auſſi lieu il n'y a pas 80 ans, l'uſage étant alors revenu parmi les hommes de porter un ſoulier noir avec une oreille rouge découpée en feſtons. D'où vient encore qu'en terme de blaſon, on ne porte point réguliérement couleur ſur couleur, ou métal ſur métal? N'eſt-ce pas qu'originairement la chauſſure étoit de cuir coloré, ce que n'étoit point la petite lune d'ivoire que les nobles y appliquoient; & que ces lunes d'ivoire furent depuis changées en de pareilles marques d'or & d'argent, ce qui eſt d'autant plus vraiſemblable que dès le tems de Pline les dames employoient déjà l'or & les perles pour orner leur chauſſure? Enfin d'où vient que dans un ſiecle où les Européens ne connoiſſent plus la marque primitive de la nobleſſe par les changemens qu'elle a ſoufferts, d'où vient, dis-je, que les Émirs ou les deſcendans de Mahomet, qui ſont les ſeuls nobles de la nation Turque, ſe diſtinguent encore par leur chauſſure & ſont les ſeuls dans tout l'Empire qui puiſſent porter des babouches vertes; ſi ce n'eſt à cauſe qu'ils ont conſervé l'ancienne marque diſtinctive de la nobleſſe, dépouillée à la vérité de la petite lune

des

des anciens, mais sans doute par la seule raison, que les Sultans ayant converti cette lune en un croissant d'argent dans un champ d'azur, qu'ils ont pris pour armoiries, & qu'ils mettent sur leurs drapeaux, il ne convenoit plus que les Émirs portassent la lune sur leur chaussure.

Les bornes que je suis obligé de mettre à ce Volume ne me permettent pas de m'étendre ici sur les révolutions que l'ancienne marque de la noblesse a éprouvées dans l'Occident; je me contenterai de dire en peu de mots, que l'empereur Aurélien (*k*) paroît y avoir porté la premiere atteinte, en ôtant aux hommes l'usage des chaussures cousues tant colorées que blanches, qui avoient été jusqu'alors affectées à la noblesse, & en ne les laissant qu'aux femmes comme un ornement trop efféminé: *Calceos mulleos & cereos* (*l*) *& albos viris omnibus abstulit, mulieribus reliquit* (*m*). On peut dater de-là, si l'on veut, l'extinction de la marque de la noblesse sur la chaussure dans toutes les provinces de l'empire Romain. Les nations guerrieres, qui s'emparerent ensuite de l'Italie, des Gaules & de l'Espagne, ne mirent au rang des nobles que ceux dont la naissance étoit soutenue ou illustrée par des services militaires. Mais parce que ceux-ci ne vouloient point être confondus dans les armées avec les gens d'une naissance obscure, & que l'ancienne marque de la noblesse avoit été transférée sur quelqu'autre partie de l'habillement civil, telle que pourroit être une espece de poche ou de bourse taillée en écusson, qui se trouve sur quelques figures du moyen âge; ces mêmes nobles affecterent de prendre des boucliers & ensuite des bannieres sur la forme de cette ancienne marque. Enfin l'usage des noms de famille s'étant introduit au X[e]. siecle, en différentes manieres qu'il seroit trop long d'expliquer ici, quelques nobles voulurent les exprimer par des emblêmes qu'ils ajoûterent à leur marque de noblesse; d'autres se servirent du même moyen, pour perpétuer le souvenir ou de quelque action mémorable qu'ils avoient faite, ou de quelque événement singulier qui leur étoit arrivé.

(*k*) Ann. 270 à 275.

(*l*) C'est à dire enduits de cire colorée.

(*m*) Vopiscus in Aureliano.

Ainsi, pour réunir sous un seul point de vue tout ce qui a été dit dans ce discours :

Le cuir d'un brodequin, sa méprisable empeigne,
Pour distinguer les grands, fut la premiere enseigne;
Longtems la couleur seule en fit tout l'ornement,
Et des divers émaux voilà le fondement.
La trop simple couleur paroissant trop commune,
Il y fallut plus d'art, on y mit une lune:
Par ce signe uniforme un noble citoyen,
Distingué seulement de l'humble plébéien,
De ses égaux encor ne cherchoit point à l'être.
Car dans un rang égal le sang les faisoit naître:
On y voulut ensuite indiquer sa maison,
Chacun choisit son signe; & de là le blason.
Mais de la peau du tigre un singe envain se pare,
Toujours par quelque endroit son larcin se déclare;
Le contour indiscret d'un pompeux lambrequin
Représente à nos yeux les nœuds du brodequin:
Jadis au gré de l'art son oreille ouvragée,
En tortis, en bourlet, en couronne est changée;
Et l'empeigne, en un mot, conservant sa façon,
La pointe en reste encore au bas de l'écusson.

FIN.



TABLE.

HISTOIRE DE L'ACADÉMIE.

MDCCLXXV.

ASSEMBLÉES *publiques ou extraordinaires.* Page 5
DISCOURS *de réception de M.* MOULINES. 11
RÉPONSE *du Sécretaire perpétuel.* 17
PRIX *proposés par l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres pour l'année 1777.* 19
LITTÉRATURE. *Extrait d'une Lettre de M.* D'ANSSE DE VILLOISON, *de l'Académie des Inscriptions de Paris, de celles de Berlin, Gœttingen, Manheim, Madrit, Marseille, Rome & Cortone, à M.* le C. P. FORMEY, datée de Paris le 8 Juillet, 1775. 23
HORLOGERIE. *Rapport du contenu du Mémoire de M. le Prof.* MAYER *de Grypswalde, sur la longueur du pendule simple à Grypswalde.* 26
NAVIGATION. *Mémoire de M. l'Abbé* PERNETY *sur les moyens de faire remonter les bateaux contre le courant des rivieres.* 27
MÉDECINE. *Sur les cures magnétiques opérées à Vienne.* 33
HISTOIRE NATURELLE. *Mémoire sur le Sel de* Canal, *par M.* COTHENIUS. 35
PSYCHOLOGIE. *Essai sur la Curiosité.* 41
OUVRAGES IMPRIMÉS OU MANUSCRITS, MACHINES ET INVENTIONS, *présentés à l'Académie pendant le cours de l'année 1775.* 60
ÉLOGE *de M.* MECKEL. 65

MÉMOIRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

EXPÉRIENCES CHYMIQUES *sur la Pierre de la vessie. Par M.* MARGGRAF. Traduit de l'Allemand. 3
OBSERVATIONS *sur les flûtes. Par M.* LAMBERT. 13
EXPÉRIENCES ET REMARQUES *sur les moulins que l'eau meut par en bas dans une direction horisontale. Par M.* LAMBERT. 49
REMARQUES *sur les moulins & autres machines dont les roues prennent l'eau à une certaine hauteur. Par M.* LAMBERT. 70
REMARQUES *sur les moulins & autres machines où l'eau tombe en dessus de la roue. Par M.* LAMBERT. 82
REMARQUES *sur les moulins à vent. Par M.* LAMBERT. 94
HISTOIRE *d'une maladie tout à fait extraordinaire. Par M.* COTHENIUS. Traduit du Latin. 102

CONSIDÉRATIONS *sur la chûte des jeunes branches qui, dans certaines années, tombent en abondance des sapins de nos forêts.* *Par M.* GLEDITSCH. Traduit de l'Allemand. - - - 118
HISTOIRE *d'une femme qui a porté pendant XXII ans un enfant durci dans le bas ventre.* *Par M.* WALTER. Traduit de l'Allemand. - 139
EXTRAIT *des Observations météorologiques faites à Berlin en l'année 1775.* *Par M.* BEGUELIN. 159

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

RECHERCHES *sur les suites recurrentes dont les termes varient de plusieurs manieres différentes ou sur l'intégration des équations linéaires aux différences finies & partielles; & sur l'usage de ces équations dans la théorie des hazards.* *Par M.* DE LA GRANGE. - - - 183
ADDITION *au Mémoire* sur l'attraction des sphéroïdes elliptiques, *imprimé dans le Volume pour l'année 1773.* *Par M.* DE LA GRANGE. - 273
SUITE *du Mémoire* sur l'Étoile Polaire, *contenant principalement des Recherches de Trigonométrie.* *Par M.* JEAN BERNOULLI. - - - 280
OBSERVATIONS *d'Éclipses des années 1773, 1774 & 1775. tirées des Journaux de l'Observatoire Royal.* *Par M.* JEAN BERNOULLI. 293
SOLUTION PARTICULIERE *du Probleme sur les Nombres premiers.* *Par M.* BEGUELIN. - - - - - - 300
SUITE *des* Recherches d'Arithmétique *imprimées dans le Volume de l'année 1773.* *Par M.* DE LA GRANGE. - - - 323

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

SUR *l'immortalité de l'ame considérée physiquement.* *Par M.* SULZER. Premier Mémoire. - - - - 359
—— Second Mémoire. - - - - - - - - - 374
LES PHYSIONOMIES *appréciées.* *Par M.* FORMEY. - 388
SUR *le Probleme de* Molyneux. *Par M.* MERIAN. Cinquieme Mémoire. 414
SUR *l'analogie de l'étendue & de la durée.* *Par M.* COCHIUS. - 428
ARSALUN-BAKSCHI & SUWUDANGINA, *Romance Tunguse.* *Par M.* FORMEY. - - - - 440

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

DU GOUT NATIONAL, *considéré dans son influence sur la traduction.* *Par M.* BITAUBÉ. Premier Mémoire. - - - - 455
—— —— - —— - Second Mémoire - - 469
SUR *la Philosophie de l'Histoire.* *Par M.* WEGUELIN. Quatrieme Mémoire. - - - - - - - - - 490
RECHERCHES *sur l'origine des Armoiries.* *Par M.* DE FRANCHEVILLE. - - - - 537

Fautes à corriger.

HIST. Page 34. l. 10. *corps*, lisez *coups*.
MÉM. — 28. l. 5. d'en bas, *que m'a donnés*, lisez *que m'a données*.
— — 99. avant-derniere ligne d'en bas, *d nc*, lisez *donc*.
— — 126. l. 13. d'en bas, *branches, des sapins*, lisez *branches des sapins*.
— — 355. l. 11. d'en bas, *est toujours aussi la somme d'un carré & du double d'un carre*, lisez *est toujours la somme de trois carrés*.
— — 399. l. 8. d'en bas, *répétrir*, lisez *repétrir*.





